

LIVRES

Petit guide de calcul différentiel à l'usage de la licence et de l'agrégation

F. ROUVIÈRE

Cassini, 1999

Que la modestie du titre de ce livre ne l'empêche pas de trouver tout son public, étudiants de second cycle universitaire et agrégatifs, certes, mais peut-être surtout mathématiciens ayant vocation à enseigner le calcul différentiel, voire auteurs de livres consacrés à cette discipline. De même que beaucoup de lycéens détestent la géométrie parce que leurs enseignants, ne l'aimant pas, ne peuvent la leur faire apprécier, beaucoup de nos étudiants haïssent le calcul différentiel parce que nous le leur enseignons mal.

Les énoncés sont délicats, à la limite du pénible, les démonstrations sont parfois si techniques qu'on n'y trouve pas d'idée à suivre, nous ne faisons pas de figures et n'avons « pas le temps » (?) de développer des exemples intéressants.

Il suffit de feuilleter un livre de « calcul » différentiel pris au hasard pour s'assurer de la réalité de ce constat. Il n'est même pas nécessaire de dénoncer qui que ce soit. La présentation absconse est la règle. Un exemple vraiment pris au hasard : dans un livre paru en 1997, le chapitre sur les fonctions implicites, pire encore, le chapitre sur les équations différentielles sans une seule figure¹... Une exception notable est le cours de Laudenbach à l'École polytechnique [4], dont la diffusion est malheureusement plus confidentielle.

On aura compris que le « petit guide » de Rouvière est un livre qui veut faire aimer et comprendre le calcul différentiel à ses lecteurs. Je crois que c'est très réussi. À vrai dire, j'aimais déjà le calcul différentiel avant de lire le livre, aussi je l'ai testé (le livre...) sur mes étudiants (agrégatifs). Ils en sont enchantés. L'idée de Rouvière est simplissime :

1. Il y a une Grande Idée (je cite) du calcul différentiel : les objets d'étude se laissent approcher par des objets linéaires (et l'algèbre linéaire, c'est facile!),
2. Heuristique : ce qui marche en linéaire marche aussi, localement, en différentiel (les bienfaits de l'algèbre linéaire) — même si la réalisation technique peut être délicate (c'est le mot « localement » qui se traduit par tous ces voisinages qu'il va falloir rétrécir, tous ces points de suspension qu'on va devoir remplacer par d'authentiques epsilons, des petits ϵ , voire des grands O ...),
3. Tous les énoncés sont, donc, compréhensibles (c'est-à-dire qu'on peut les comprendre) et susceptibles d'illustration ; ces résultats, obtenus parfois avec peine, sont utiles. Ils ont des applications, classiques ou non, mais nombreuses : fonctions holomorphes, géométrie différentielle, racines des polynômes, résolution d'équations (à l'aide de la dérivée d'une fonction implicite, toujours laborieusement calculée, rarement utilisée), billards, calcul des variations, points fixes, lemme de Morse, extremums...

Suivant cette idée simplissime, le livre est composé d'un texte explicatif, souvent heuristique, toujours très clair et intelligible, toujours accompagné de références précises, de cent quatre vingt huit figures et de cent vingt neuf illustrations baptisées exercices et allant de la

¹ Il y a pourtant d'excellents livres abondamment illustrés sur les équations différentielles, notamment [1], [2] et [3].

plus « bête » application des définitions à des résultats plus élaborés, en général accompagnés de commentaires les replaçant dans leur contexte mathématique naturel.

J'insiste sur la présence des figures, visant, dicit Rouvière, à créer une sournoise accoutumance. Quelle honte y a-t-il en effet, à dessiner l'inégalité triangulaire? Combien parmi les lecteurs de cette critique ont-ils déjà dessiné le développement en série entière de e^{tx} avec x réel (pour ma part, j'ai découvert cette figure avec un ravissement indescriptible).

Bref, le livre est utile. En plus, il est bien écrit, drôle (la citation de Bergson sur la différenciation des fonctions est particulièrement bien venue) et souvent passionnant, un vrai plaisir, la typographie est très soignée (peu de fautes de frappe) et les croquis bien réalisés.

Une petite critique pour finir : que l'auteur préfère les ovales aux ellipses, c'est son droit... mais est-il bien raisonnable de vouloir faire prendre à ses lecteurs des œufs pour des quadriques (page 268) : il me semble que le groupe d'isométries d'un œuf est le cercle S^1 , alors que celui d'une quadrique est beaucoup plus petit si elle n'est pas de révolution et un peu plus gros si elle l'est.

[1] M. Artigue, V. Gautheron, Systèmes différentiels, Étude graphique, Cedic/Nathan, 1983.

[2] J.-P. Demailly, Analyse numérique et équations différentielles, Presses Universitaires de Grenoble, 1996.

[3] J. Hubbard, B. West, Équations différentielles et systèmes dynamiques, traduit de l'anglais et adapté par V. Gautheron, Cassini, 1999.

[4] F. Laudenbach, Calcul différentiel et intégral, École polytechnique, 1997.

Michèle Audin, Université Louis Pasteur, Strasbourg