

LA FORMULE DE STOKES, ROMAN

Ouvrages de Michèle Audin

Aux éditions Calvage et Mounet

SOUVENIRS SUR SOFIA KOVALEVSKAYA, 2008.

Aux éditions Gallimard

UNE VIE BRÈVE, récit, L'Arbalète, 2013 (« Folio » n° 6048).

CENT VINGT ET UN JOURS, roman, L'Arbalète, 2014.

MADemoiselle Haas, récits, L'Arbalète, 2016.

MICHÈLE AUDIN

La Formule
de Stokes, roman

CASSINI

Michèle Audin

<http://oulipo.net/fr/oulipiens/ma>

© Cassini, 2016.

ISBN 978-2-84225-206-9.

TABLE DES MATIÈRES

Janvier	7
Février	43
Mars	75
Avril	87
Mai	113
Juin	131
Juillet	147
Août	167
Septembre	181
Octobre	209
Novembre	217
Décembre	237

Épilogue	261
Origines des images et figures utilisées	263
Bibliographie	271
Index des œuvres citées ou utilisées	281
Index général	285

JANVIER

1^{er} janvier

1862, Ostrogradski

C'est à Poltava, en Ukraine, que mourut Mikhaïl Vassilievitch Ostrogradski. C'était le 1^{er} janvier 1862. Ou peut-être pas encore, car, selon le calendrier qu'on utilisait, on pouvait aussi considérer qu'on était le 20 décembre 1861. Mikhaïl Vassilievitch était âgé de soixante ans. C'était un homme de haute taille et de forte corpulence. Un portrait en noir et blanc le montre, de trois quarts gauche, le cheveu rare et plat, le visage carré, épais, les yeux un peu enfoncés. Il est engoncé dans une sorte de cravate, ou de foulard, de velours sombre. Il porte une veste sur le côté droit de laquelle brille une grosse étoile dorée, une décoration. Il ne regarde pas le portraitiste, il a pris un air sérieux, important, un air je-pose-pour-un-portrait-officiel, ou peut-être un air ennuyé, un air je-pose-pour-un-portrait-officiel.

En tout cas ce portrait était si officiel qu'il a été reproduit, longtemps après, en 1951, sur un timbre soviétique :

- Et pour vous, camarade ?
- Donnez-moi un Ostrogradski.
- Voilà, camarade, ce sera 40 kopecks.

Le timbre était trop étroit, sans doute, et la décoration n'y apparaît pas. Sous le portrait, le cartouche miniature portant le nom d'Ostrogradski est entouré de deux signes symétriques dont l'un (celui de gauche) ressemble un peu au signe que l'on utilise pour écrire les intégrales. À part ça (qui est sans doute un hasard), il n'y a eu aucune tentative d'intégrer des mathématiques d'Ostrogradski dans le timbre Ostrogradski. Seize ans plus tard, le même portrait fut utilisé dans une série « mathématiciens russes » :

- Avez-vous du feu, camarade ?
- Oui, bien sûr, tenez.
- Ah ! La formule d'Ostrogradski !

Car sur la boîte d'allumettes, en 1967, on avait bien eu la place d'inclure une formule.



Si Mikhaïl Vassilievitch mourut chez lui, en Ukraine, c'est parce qu'il était venu y passer les vacances d'été et que c'est là qu'il était tombé malade. Il avait, dit-on, un abcès dans le dos. Il avait continué à nager dans la rivière mais avait fini par accepter de consulter un médecin. À la fin de l'été, il s'apprêta à regagner Saint-Petersbourg, où il avait son travail. Les habitants du village de Pachenna vinrent s'asseoir avec lui, selon la coutume. Puis il partit.

Mikhaïl Vassilievitch était depuis plusieurs années l'inspecteur en chef de l'enseignement des mathématiques dans toutes les écoles militaires de l'Empire. Il avait écrit de nombreux ouvrages et sa postérité scientifique était bien

établie. Ses compétences étaient reconnues aussi à l'étranger, comme l'indique le fait qu'il était membre correspondant de l'Académie des sciences de Paris. Le début de sa carrière avait pourtant été un peu difficile. Il avait passé avec succès les examens du doctorat de mathématiques à l'université de Kharkov, en 1820, mais le ministre des Affaires religieuses avait suspendu son professeur, Timofei Fiodorovitch Ossipovski, pas parce qu'il n'était pas compétent pour enseigner les mathématiques, bien sûr. C'était une stupidité. Accompagnée d'une autre stupidité, vouloir que les mathématiciens subissent des examens de religion, qui avait eu pour conséquence que Mikhaïl Vassilievitch aurait dû repasser ses examens. Ce qu'il avait refusé de faire. Pas plus qu'ils n'ont inventé les camps de prisonniers en Sibérie, les modernes autocrates russes n'ont imaginé les examens obligatoires de religion, marxisme-léninisme ou autre, dans les universités. Mikhaïl Vassilievitch avait donc quitté Kharkov sans diplôme et terminé ses études à Paris⁽¹⁾.

→ 13 février

Puis, de retour dans l'Empire russe, à Saint-Petersbourg, en 1828, il obtint son premier poste, dans une grande école militaire.

Il passait les vacances en Ukraine, puis il rentrait. Mais cette fois-là, en 1861, Mikhaïl Vassilievitch ne parvint pas jusqu'à la capitale. Il ne dépassa même pas la ville de Poltava, à soixante kilomètres de son village, où il s'arrêta chez des amis, qui louèrent pour lui un appartement en face de leur maison. Il y avait une icône dans la chambre où il reposait, et il avait demandé qu'on allumât dessous une lampe, comme il le faisait chez lui... depuis le jour

⁽¹⁾Pour les indications (→ date), voir page 23.

où l'esprit de sa mère lui avait, au cours d'une séance de tables tournantes, ordonné de croire et de prier. C'est ainsi que lui, à qui on avait refusé un diplôme de mathématiques parce qu'il n'assistait pas aux cours de religion, était devenu religieux. Ce qui n'avait pas empêché sa santé de se détériorer.

Il y avait près de lui, lorsqu'il mourut, des amis. Il y eut donc des dernières paroles : il eut, ou pensa avoir une idée brillante, il demanda du papier et un crayon et dit « Écris ! Écris vite ! », et il mourut, probablement sans se douter qu'il avait été le premier auteur, ou un des premiers auteurs, d'une formule mathématique destinée à devenir célèbre.



Formule d'Ostrogradski, formule du flux-divergence, et de plus en plus souvent, formule de Stokes (cette formule et ses variantes vont apparaître sous bien des noms dans ce livre et au cours de l'histoire) : « l'intégrale sur un volume de la divergence d'un champ est égale au flux de ce champ à travers le bord de ce volume ». Ici les lecteurs sont invités à se rendre compte que les mots ne sont pas beaucoup plus faciles à comprendre que les formules. Par exemple, le « champ » dont il est question n'est pas un champ de blé avec coquelicots et bleuets, mais un « champ de vecteurs ». Mais ne négligeons pas les formules qui sont, quelquefois, si jolies,

$$\iiint_V (\nabla \cdot \mathbf{F}) dV = \iint_S (\mathbf{F} \cdot \mathbf{n}) dS$$

... et lectrices et lecteurs doivent comprendre que l'on peut sauter les formules comme on sait sauter les mots (ce qui

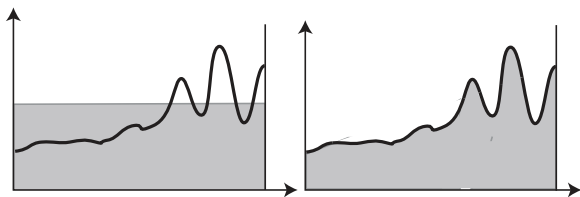
est un des droits inaliénables des lecteurs), ou encore les considérer comme des illustrations.

Mais tout de même, cette formule donne son titre à ce livre, il va donc falloir s'expliquer un peu. Pour imaginer de quoi il s'agit, le plus simple est de penser à des fleuves, ou à des torrents. C'est d'ailleurs d'hydrodynamique que se préoccupait Ostrogradski. Comment calculer la quantité d'eau qui va sortir d'une région donnée ? Il y a la pluie, la neige, et puis il y a des sources d'où l'eau jaillit et des gouffres dans lesquels elle se perd. Les unes s'ajoutent — il faut tenir compte de leur débit, bien sûr, certaines sources comptent plus que d'autres — les autres se soustraient... et ce qui reste coule dans les fleuves et va finir par quitter la région. Bien sûr, ce calcul que nous avons fait, ajouter l'eau venue du ciel et les sources avec leurs plus ou moins grandes forces, soustraire les gouffres plus ou moins assoiffés, il est possible d'en retrouver le résultat en mesurant la quantité d'eau qui sort de la région.

La formule est une sorte d'abstraction de cette description. On verra qu'elle permet d'en généraliser le résultat à d'autres phénomènes que l'eau qui coule (électricité, magnétisme...).

Contemplant maintenant les symboles qui composent la formule elle-même. Les beaux signes allongés désignent des « intégrales » — contentons-nous pour le moment de penser à des sommes. Dans la formule, il y a un « volume », qui se voit dans le V qui apparaît à gauche, et il y a une « surface », le S de droite. Il y a un signe $=$, ce qui veut dire que cette chose calculée sur un volume, à gauche, est égale à cette autre chose, calculée sur une surface, à droite. Dans notre histoire d'eau, la région est le volume, son bord est la surface.

Il y a des intégrales dans la formule. Pour expliquer ce qu'est une intégrale, voici un exemple simple. En deux figures. L'axe horizontal est celui du temps, l'axe vertical celui des vitesses, disons d'une cycliste. Elle commence à rouler à vitesse à peu près constante, puis accélère. Fatiguée, elle ralentit, puis appuie à nouveau sur les pédales... La distance qu'elle a parcourue à la fin de sa promenade est égale à sa vitesse moyenne multipliée par le temps passé. Si la surface du rectangle de la figure de gauche est égale à la surface grisée sous la courbe de la figure de droite, alors la vitesse moyenne est la hauteur du rectangle — et la surface grisée est l'intégrale de la vitesse de la cycliste pendant le temps de la promenade. Si on appelle $v(t)$ la vitesse à l'instant t , la surface grisée



sur l'une ou l'autre des figures est $\int v(t) dt$, et ceci est une définition de l'intégrale.

5 janvier

1857, Stokes

Le 5 janvier 1857, George Gabriel Stokes, Lucasian Professor à Cambridge, ce qui veut dire qu'il occupait la même chaire qu'Isaac Newton avant lui (c'était honorifique, certes, mais ce n'était pas très bien payé), se trouvait à Londres. Il donna son cours à l'École des mines, où

il était aussi professeur (ce qui ajoutait à son salaire de Cambridge). Puis il s'assit à sa table pour écrire à Mary Robinson. Cette lettre à sa fiancée est la toute première dont un extrait ait été publié. La dernière est datée du 18 juin 1857. Il écrivit encore à la jeune femme le 31 décembre, mais elle n'était plus sa fiancée, puisqu'ils s'étaient mariés entre temps. La date de leur mariage n'apparaît pas clairement dans cette correspondance : il est d'abord question du mardi de Pâques (le 14 avril), mais la Trinité se passe, et ils sont toujours fiancés.

Ce qui a été publié de ces lettres, et sans doute en était-il ainsi des lettres elles-mêmes, est assez pudique. L'auteur est un scientifique renommé et reconnu, il est âgé de trente-huit ans, célibataire, réputé taciturne, très religieux : ce sera dit et redit, il semble l'Angleterre victorienne faite homme. La destinataire est une jeune fille (mais je ne connais pas son âge), la fille de Thomas Romney Robinson, un astronome irlandais, fellow de la Royal Society, directeur de l'Observatoire d'Armagh (au nord de l'Irlande), auteur d'un catalogue d'étoiles de neuf cents pages (du format que l'on appelait alors *in octavo*), inventeur de l'anémomètre à coupelles (un instrument grâce auquel on mesure la vitesse du vent). Bref, Mary Robinson est un beau parti, mais une jeune fille quand même.

Si une légende, démentie beaucoup plus tard par leur fille Isabella Lucy, prétendait que c'est devant le tube du télescope, à Armagh, que Stokes avait fait sa demande, il est certain que tout s'était passé dans les règles de la convenance la plus stricte. Même si elle a été expurgée — au sens où seuls des extraits en ont été publiés — il est certain que cette correspondance n'a rien à voir avec d'autres lettres d'amour irlandaises, celles que James Joyce

écrivait cinquante ans plus tard... En particulier, Stokes n'écrivait pas à une jeune fille qu'il courtisait, mais à sa fiancée. Si l'idée des lettres de Joyce à Nora Barnacle s'est glissée dans l'évocation de cette correspondance, c'est à cause d'une autre lettre de Stokes qui faillit, quelques jours plus tard, provoquer une rupture. Rien de pornographique pourtant : il y expliquait ses motivations scientifiques... au long de cinquante-cinq pages !

Cette lettre n'a jamais été reproduite, elle a même disparu. Il pria Mary de lui pardonner, tout en faisant fort justement remarquer qu'il valait mieux qu'elle sût ce qu'il était — pour pouvoir l'aimer tel qu'il était. Dans le milieu et dans l'ambiance où ils vivaient tous les deux, il avait plus de chances d'être pardonné que s'il avait écrit cinquante-cinq pages explicites à la Joyce. Les choses s'arrangèrent donc et il continua à lui écrire, lui parlant de ses cours, de leur mariage, qui, suggérait-il, devrait peut-être attendre deux ou trois ans, parce qu'il était fellow de son collège, Pembroke College, à Cambridge et que, marié ou fellow, il fallait choisir. Il est probable qu'elle l'aida à choisir, puisqu'ils se marièrent bien cette année-là.

La lecture des lettres de Stokes à Mary Robinson laisse parfois rêveur... Il lui écrivit un jour pour lui raconter qu'il expérimentait une « bobine de Ruhmkorff ». Les lectrices ont peut-être reconnu ce nom : ces bobines et leurs étincelles sont devenues, en 1864, les lampes électriques du *Voyage au centre de la Terre* de Jules Verne. En attendant, il s'agissait d'un objet cylindrique duquel jaillissent, lorsqu'il est convenablement excité, de longues étincelles. Celles que Stokes obtint mesuraient dix centimètres. Très content, et très excité lui-même, il montra l'expérience à tout le voisinage, à ses collègues fellows, mais aussi à la femme

de ménage. Celle-ci devait avoir un sens de l'humour vigoureux et pince-sans-rire, puisqu'elle lui dit : « Eh bien, vous allez en avoir, des choses, Monsieur, pour intéresser une Dame ». Ce qu'il écrivit aussitôt à Mary avec le seul commentaire : « Je suppose qu'elle pensait à vous ». Ni le fait qu'une femme de ménage ait pu faire de l'humour à ses dépens, ni l'idée qu'elle ait pu glisser une allusion sexuelle dans ses paroles, ne l'ont apparemment effleuré.

Ils étaient fiancés, mais se connaissaient fort peu, et ils vécurent cette période de fiançailles assez loin l'un de l'autre. C'est lorsqu'ils furent mariés qu'ils firent réellement connaissance. Mais Mary voulait savoir où elle allait, et surtout avec qui. À la fin d'une autre longue lettre, il répondit à neuf questions qu'elle lui avait posées, parmi lesquelles se trouvaient sa qualité préférée, son héros favori (Wellington), son auteur de prose et son poète préférés, ses antipathies, les fleurs qu'il aimait, la nourriture (bien qu'il soit né Irlandais, répondit-il, le roast-beef et le plum pudding de la vieille Angleterre), ses occupations et même sa couleur favorite.

En mars, très content d'une découverte mathématique qu'il venait de faire à propos des intégrales d'Airy (il avait de quoi être fier, il avait mis en évidence ce que l'on appelle aujourd'hui, en théorie des équations différentielles, le « phénomène de Stokes » — rien à voir avec la formule de Stokes), il lui écrivit :

Quand le chat n'est pas là, les souris dansent. Vous êtes le chat et je suis la pauvre petite souris.

Ce qui voulait dire qu'il profitait de ses derniers moments de célibat pour travailler jusqu'aux petites heures du matin

(il ne semble pourtant pas qu'il ait cessé de travailler la nuit après son mariage).

Fille d'astronome, élevée dans un observatoire, la petite Mary ne devait pas être une ignorante — en particulier pas en science. La toute première lettre de son fiancé, celle du 5 janvier, se termine ainsi :

C'était amusant de voir des formules de mathématiques dans une lettre de vous. Ne soyez pas trop ambitieuse, car vous ne comprendrez jamais ces choses. Elles vont bien au-delà d'Euclide et de l'Algèbre, qui seront tout à fait suffisantes pour vous en mathématiques pures ; mais vous pourriez vous intéresser à la chimie et à la physique.

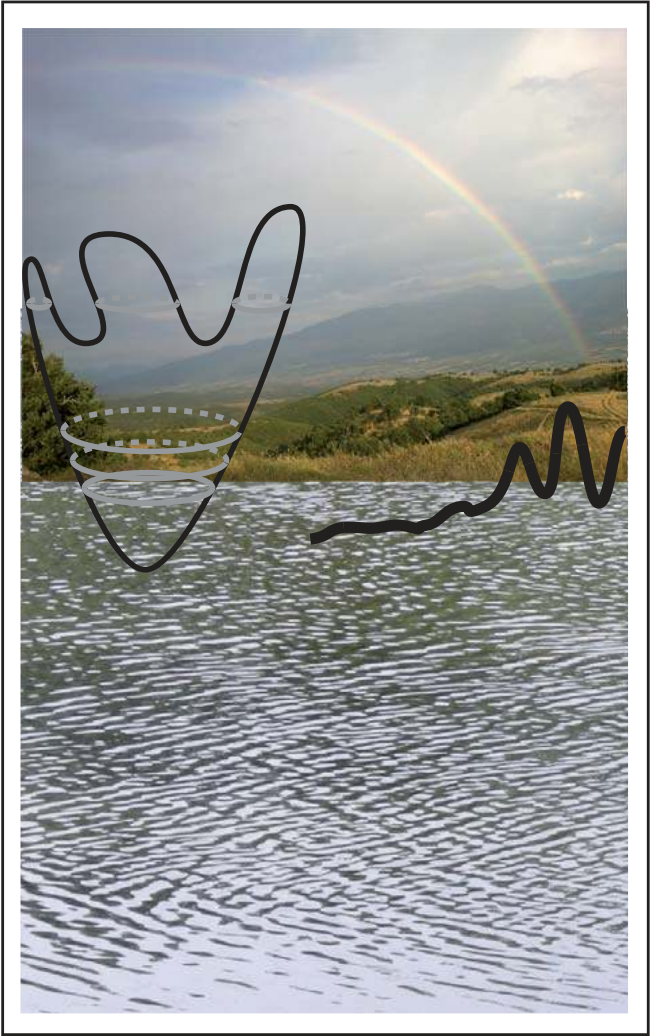
Les lettres de Mary n'ont jamais été publiées. D'ailleurs toutes ces lettres ont disparu. Quelles formules avait-elle envoyées à son fiancé ? Ni de l'algèbre ni de la géométrie, d'après ce qu'il écrit — alors ? Une formule avec des intégrales ?

9 janvier

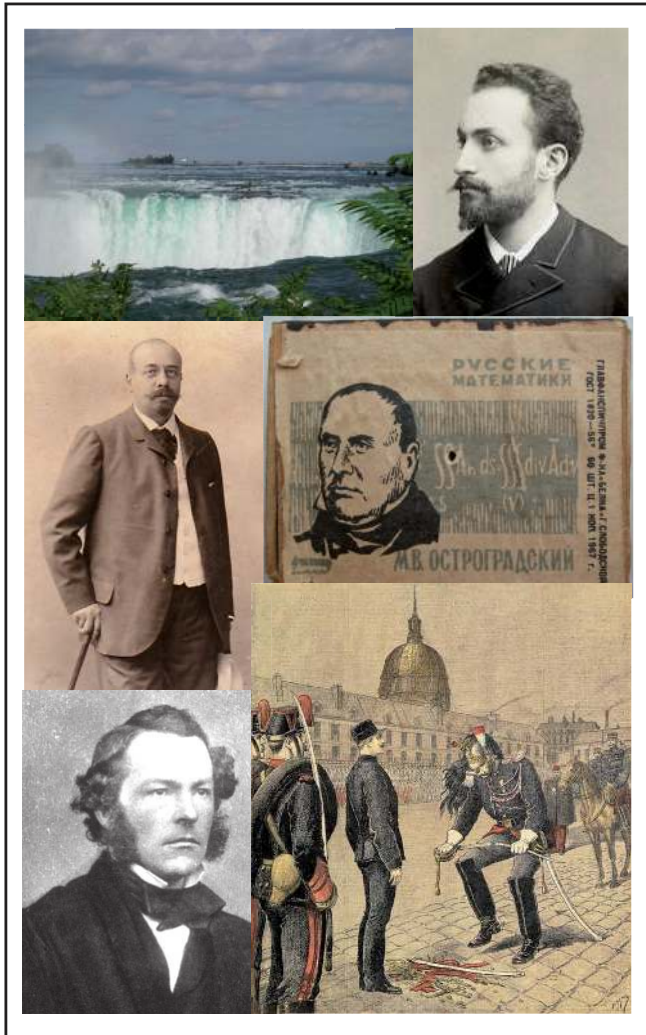
1895, Goursat

Le 9 janvier 1895, dans une petite salle de la toute nouvelle Sorbonne, la Société mathématique de France se réunit en assemblée générale. Combien de mathématiciens étaient présents, il n'est pas possible de le savoir. La société existait depuis 1872, vingt-trois ans déjà, et comptait environ deux cents membres. Tous ne s'étaient pas déplacés, bien sûr.

Ils arrivèrent peu à peu, des mains se serrèrent, on prit des nouvelles des uns et des autres, parfois des familles. On commenta sans aucun doute l'actualité. Mais quelle était donc cette actualité ?



Figures.



Chutes du Niagara, Victor Basch, Jules Andrade, boîte d'allumettes, Stokes, dégradation de Dreyfus.

Le samedi précédent, le capitaine Dreyfus avait été dégradé publiquement. Cette scène hautement symbolique domine ce que nous savons aujourd'hui de l'actualité de janvier 1895 : l'image de Dreyfus le traître, que nous ne pouvons nous empêcher de trouver sobre et digne, face au militaire chamarré qui brise son sabre dans la cour de l'École militaire, est difficile à oublier, et il nous est impossible de parler de ce qui se passait à Paris en janvier 1895 sans la mentionner. Il est pourtant peu probable que ce sujet ait fait beaucoup parler les mathématiciens réunis ce mercredi-là. En janvier 1895, il n'y avait pas encore d'« Affaire Dreyfus ». Pour (presque) tout le monde, Dreyfus était un traître.

On parla certainement de la visite que ferait le ministre de l'Instruction publique à la nouvelle Faculté des sciences le samedi suivant, il fut peut-être aussi question des représentations de *Paul et Virginie* (de Victor Massé) à l'Opéra-Comique. Et puis il y eut les sujets banals et obligés du papotage qui précède le début d'une réunion : le temps (une valeur sûre, en janvier, surtout cette année, où il était particulièrement froid, avec de la neige, mais la journée avait été très belle), le projet de Métropolitain, qui n'avancait pas, les postes vacants et les mutations, les étudiants (et leur niveau (qui baissait)), la personnalité et les travaux mathématiques du président que l'on allait élire.

Le président sortant, qui s'appelait Louis Picquet, annonça que la réunion commençait, mettant ainsi fin (ou presque) au bavardage, puis il fit procéder au renouvellement du bureau et à l'élection de quatre membres du conseil. Le point le plus notable de l'ordre du jour fut qu'on mandata le conseil pour étudier un projet d'organisation de congrès mathématiques internationaux, dont

l'idée était peut-être née dans le cerveau du mathématicien allemand Felix Klein lors de l'exposition universelle de Chicago deux ans auparavant, ou peut-être dans celui du Suédois Mittag-Leffler, ou peut-être dans beaucoup d'autres, tout simplement parce que le besoin s'en faisait sentir. L'internationalisme devenait nécessaire aux mathématiques, même si les différents pays y vinrent plus ou moins vite. En anticipant un peu, on pourrait par exemple relever que trois Britanniques seulement participèrent au premier congrès international (qui se tint à Zurich deux ans plus tard) mais que, en 1912, ce furent les mathématiciens anglais qui organisèrent le congrès, à Cambridge.

Les mathématiciens ne se réunissent pas seulement pour des raisons administratives. Ils profitent toujours de ces réunions pour parler de leurs recherches, de leurs nouveaux résultats. Lors de l'assemblée du 9 janvier 1895 dont il est question ici, on entendit donc aussi quelques communications de mathématiques. On trouve aujourd'hui le compte rendu de cette réunion dans les bibliothèques, où il est relié avec les fascicules du *Bulletin* de la Société parus pendant l'année 1895. Ce volume contient, entre de nombreux autres, deux articles d'un mathématicien nommé Édouard Goursat. Dans l'un, il donnait une démonstration d'un théorème de Weierstrass, dans l'autre il formait une liste d'équations différentielles généralisant celle de Clairaut

$$F(y', y - xy') = 0.$$

Édouard Goursat était maître de conférences à l'École normale supérieure, il avait trente-sept ans, il était marié et père d'une petite fille, et il habitait boulevard Arago.

Il participait à la réunion du 9 janvier 1895. Lorsque les sociétaires se séparèrent, tous le félicitèrent : il venait d'être élu, pour l'année qui commençait, président de la Société.

13 janvier 2012

Maintenant que je tiens les grandes lignes de ce projet et que j'en ai même écrit quelques pages, je pense à commencer à m'informer du côté des éditeurs. J'ai donc préparé une lettre, une sorte d'argumentaire, que je vais joindre aux pages déjà écrites (les chapitres associés aux dates des 1^{er}, 5 et 9 janvier) et expédier à une dizaine d'éditeurs. Je la reproduis ici :

Madame, Monsieur,

Je viens de commencer à écrire un livre dont voici une brève description. Il s'agit d'un roman, intitulé « La Formule de Stokes ». L'idée est de raconter la vie de cette formule, du début du XIX^e siècle aux années 1930. Elle a en effet vécu des aventures qui l'ont transformée : venue de la physique pour devenir un objet mathématique des plus abstraits, elle a revêtu des formes très variées, je n'en écris qu'une ici :

$$\int_{\Sigma} \mathbf{F} \cdot d\mathbf{S} = \int_V \operatorname{div}(\mathbf{F}) \, dx \, dy \, dz.$$

Je pense essayer de décrire à la fois ses transformations, son contenu mathématique, et les scientifiques qui ont contribué à son élaboration, sans négliger les aspects contextuels, à la fois politiques et culturels.

La formule vit ses aventures propres, à travers ses différentes versions et son utilisation dans tel ou tel domaine. Mais aussi, de nombreuses personnes, célèbres ou pas, ont travaillé, modifié, compris différemment cette formule, dont la beauté formelle ne vous a certainement

pas échappé. Je compte m'intéresser à plusieurs d'entre elles, ainsi qu'aux institutions auxquelles elles étaient liées, aux réseaux auxquels elles appartenaient, à leurs amitiés et même parfois à leurs inimitiés. Je rendrai compte aussi de la manière dont elles vivaient, par exemple des moyens de transports qu'elles utilisaient et des maladies qui peut-être finissaient par les tuer.

Je m'intéresse de près à plusieurs d'entre eux et, en particulier, à un mathématicien aujourd'hui un peu oublié, Édouard Goursat, dans une période où les « sans-grade » commençaient à jouer un rôle important dans la consolidation et la transmission des connaissances.

Il ne s'agit pas d'un livre d'« histoire-des-mathématiques », au sens où je n'y pars pas à la recherche de révolutions dans les mathématiques. Il s'agit bien, je le répète, d'un roman. Dont la formule de Stokes est l'héroïne — mais qui sera aussi un portrait d'une communauté mathématique en formation et en évolution. Un peu comme dans le roman de Stendhal où le héros Julien Sorel et ses aventures sont enchâssés dans une chronique de 1830.

J'ai choisi de raconter cette histoire par touches dont certaines seront très brèves et d'autres plus longues. Elles ne seront pas rangées dans un ordre chronologique strict. Je prévois, bien sûr, d'inclure un index et peut-être même un système de renvois. Je vous joins, à titre d'échantillon, les trois premières « touches ».

J'aimerais savoir si vous pensez que ce projet pourrait vous intéresser. Je suis bien entendu à votre disposition pour en discuter si vous le jugez utile.

Je vous prie de croire à mes sentiments les meilleurs.



Dans une version définitive, j'expliquerai aux lecteurs le système de renvois. Des renvois le plus souvent inutiles, mais qui peuvent aider à se promener dans le livre, à

retrouver un endroit où une chose a déjà été évoquée, à aller voir ce qu'on en dit ailleurs. Ils sont indicatifs et n'ont rien d'obligatoire — ici rien n'est obligatoire, on lit ce qu'on veut, on saute ce qu'on veut.

Dans le livre, il y a deux index. L'un fait la liste des œuvres citées ou utilisées (ce n'est pas exactement la même chose). L'autre retient les personnes, les notions, les journaux. Les entrées du premier renvoient à des numéros de pages qui sont ceux où commencent les chapitres concernés. Elles peuvent aussi renvoyer, par un nombre entre crochets (comme ça [63]), à un article ou à un ouvrage de la liste de références bibliographiques, qui se trouve à la fin du livre. Il y a aussi une liste des illustrations et une table des matières.

Dans la lettre aux éditeurs, j'ai préféré ne pas révéler immédiatement dans quel ordre les histoires (ou « touches ») se succéderont : « pas rangées dans un ordre chronologique strict » est un euphémisme. Leur faire avaler l'idée d'un roman dont une formule mathématique est l'héroïne va déjà être assez dur. Le côté digressif leur apparaîtra assez vite lui aussi... Et ils comprendront certainement tout seuls, avec la mention des problèmes d'Ostrogradski à l'université de Kharkov et l'apparition du capitaine Dreyfus, que je n'exclus pas les mathématiciens de leur siècle.

16 janvier

1898, Andrade

Le 16 janvier 1898, le quotidien *L'Aurore* publia en première page (et entre beaucoup d'autres choses) une lettre ouverte signée de Jules Andrade. Cet ancien élève

de l'École polytechnique était mathématicien et professeur à la Faculté des sciences de l'université de Rennes. C'est aussi au cours de ce mois de janvier 1898 que parut son livre *Leçons de mécanique physique*. Dans un paragraphe intitulé « Théorème d'Hankel, quelquefois nommé théorème de Stokes », il donnait une démonstration de la formule

$$\int \left(\frac{dw}{dy} - \frac{dv}{dz} \right) \cos(n \cdot x) d\omega + \int \left(\frac{du}{dz} - \frac{dw}{dy} \right) \cos(n \cdot y) d\omega + \int \left(\frac{dv}{dx} - \frac{du}{dz} \right) \cos(n \cdot z) d\omega = \int_C (u dx + v dy + w dz).$$

Mais ce n'est pas de la formule de Stokes (ni de celle de Hankel) qu'il était question en première page de *L'Aurore*. La lettre ouverte d'Andrade était adressée

Au camarade Mercier

ancien élève de l'École polytechnique

Mon cher camarade, tu étais ministre de la guerre à l'époque de la condamnation de Dreyfus ; (...)

J'arrête ici la citation. Elle suffit à nous apprendre qu'entre anciens polytechniciens on se tutoyait et on s'appelait « camarade », même si on ne se connaissait pas personnellement. À ceux que la date (janvier 1898) et le nom du journal n'auraient pas alertés, je précise que, quelques jours plus tôt, le 13 janvier, ce quotidien avait publié la lettre d'Émile Zola au président de la République

J'accuse...!

une des « unes » les plus célèbres de la presse quotidienne, et que depuis, il informait ses lecteurs sur les suites.

**Émile Zola et *L'Aurore* poursuivis
Arrestation du Colonel Picquart – Le Commandant
Esterhazy chassé de l'armée**

titrait-il le 14, et il consacrait de la place dans ses colonnes à « une protestation » :

Les soussignés, protestant contre la violation des formes juridiques au procès de 1894 et contre les mystères qui ont entouré l'affaire Esterhazy, persistent à demander la révision.

Sous les noms d'Émile Zola et d'Anatole France, *L'Aurore* alignait une liste de signataires, qui s'allongea de jour en jour, et parmi lesquels figuraient de nombreux scientifiques. Plutôt que de nommer les plus connus, je me contente de relever la présence de deux jeunes gens, le physicien Jean Perrin et le mathématicien Henri Lebesgue, tous deux présentés comme « agrégés de l'université ».

On n'était plus en 1895 et, comme l'ensemble de la société française, l'ensemble des mathématiciens était divisé. → 9 janvier Jacques Hadamard et Paul Painlevé, par exemple, s'étaient déclarés en faveur de Dreyfus. D'autres, tels Camille Jordan ou Charles Hermite, étaient anti-dreyfusards. Ils signèrent d'ailleurs un autre appel, celui de la Ligue de la patrie française. Le jeune Émile Picard, gendre de Charles Hermite, fut même membre du Comité de cette ligue, qui venait de se créer en réaction à la naissance de la Ligue des droits de l'homme.

Davantage que de ce que fit Picard, on se souvient du rôle que joua Paul Painlevé dans cette histoire, parce qu'elle marqua le début de son intérêt pour la politique. Ce mathématicien fut, par la suite, souvent ministre et même, on le verra, président du Conseil. En déposant au procès

de Rennes en 1899, il parvint à mettre en doute la certitude mathématique de Bertillon, l'homme que l'on présente souvent comme l'inventeur de la police scientifique... le doute, qui est une composante indispensable de la science et de ses méthodes, n'était pourtant pas pratiqué par ce policier trop sûr de lui. C'est aussi Painlevé qui fit appel à l'autorité scientifique de Poincaré.

Et c'est à la suite de cette action que, lors du procès en réhabilitation du capitaine Dreyfus, en 1904, trois mathématiciens plutôt discrets sur leurs opinions politiques, Henri Poincaré, Paul Appell et Gaston Darboux, fournirent un rapport qui démonta définitivement l'argumentation de l'accusation. Car, on a peine à le croire aujourd'hui, toute l'accusation contre Dreyfus reposait, du point de vue juridique, sur un document manuscrit appelé « le bordereau » et sur la « preuve mathématique », forgée par le péremptoire et ignare Bertillon, qu'Alfred Dreyfus en était l'auteur.



On a peine à le croire aussi, certains universitaires dreyfusards virent leur carrière compromise, ou au moins ralentie, par leur prise de position. Ce fut le cas de Jules Andrade qui — et nous revenons au 16 janvier 1898 — avec sa lettre ouverte au général Mercier, avait fait un peu plus que signer la protestation. La lettre appelait à la révision du procès de « notre camarade Dreyfus » (qui était aussi un ancien polytechnicien, donc un camarade d'Andrade et de Mercier), il mettait en cause la probité scientifique de Mercier, et concluait sur l'annonce de la naturalisation de Tartuffe. La publication de cette lettre provoqua dans la bonne ville de Rennes, dès le 17 janvier, de violentes

manifestations anti-Andrade, anti-Dreyfus et antisémites (dirigées en particulier contre un collègue d'Andrade à Rennes, le philosophe Victor Basch, un des fondateurs de la Ligue des droits de l'homme) et des incidents divers, à la suite desquels le préfet pressa le ministre de l'Instruction publique de déplacer Andrade de toute urgence — et Jules Andrade fut muté à Montpellier.

19 janvier

1879, Fubini

C'est en 1879, le 19 janvier, que Guido Fubini naquit. À Venise. Cette date de naissance fait de lui le premier mathématicien italien de ce livre.

Russie tsariste, Angleterre victorienne, France de la Troisième République... Un autre des pays où se fabriquaient les mathématiques dans la deuxième moitié du XIX^e siècle était l'Italie, depuis 1861 le royaume d'Italie. Il sera malheureusement peu question du parti qu'avaient pris les mathématiciens italiens dans le *Risorgimento* dans ce livre.

→ 24 octobre

De même que l'unité politique de l'Italie, la présence des mathématiciens italiens dans une communauté internationale en formation était assez récente — on pourrait la dater des contacts pris par Brioschi et Casorati au cours d'un voyage en Allemagne et en France en 1858. Inversement, les séjours de l'Allemand Bernhard Riemann en Italie jouèrent aussi leur rôle, nous en reparlerons.

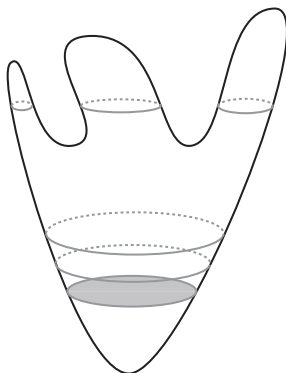
→ 17 septembre

Revenons donc au royaume d'Italie, qui, depuis 1866, contenait aussi Venise. Avant même cette intégration de Venise à l'Italie, un des effets symboliques de l'extension des chemins de fer avait été l'arrimage de l'île au continent,

achevée dès 1846 : grâce au tout premier pont mentionné dans ce livre, le pont des lagunes, on pouvait désormais se rendre à Venise en train, aussi banalement qu'on allait à Pise, à Florence ou à Gênes. C'en était bien fini du pouvoir (depuis longtemps) et de l'indépendance de la Sérénissime. Pour passer de l'Angleterre de George Stokes à Venise et à l'Italie, nous aurions pu rêver de suivre le peintre anglais Turner, mais sa dernière visite avait eu lieu en 1840, un temps où Venise était devenue un genre de sous-préfecture de l'Empire austro-hongrois.

Il resterait à suivre les itinéraires de John Ruskin. Sans beaucoup quitter les mathématiques, puisque ce critique d'art est l'auteur d'une classification quasiment mathématique des ornements gothiques des palazzi vénitiens. Mais il était venu pour la dernière fois à Venise en 1878. En parlant de la France d'Édouard Goursat, c'est Marcel Proust que nous aurions pu suivre mais il ne vint (suivant d'ailleurs Ruskin) à Venise qu'en 1900. Imiter un des mécanismes du temps retrouvé et évoquer, inventer une découverte mathématique due à la sensation ressentie sur deux dalles inégales du baptistère de Saint-Marc, ce serait plus que du roman, n'est-ce pas ?

C'est de Guido Fubini qu'il est ici question. Ce spécialiste de géométrie différentielle est surtout connu aujourd'hui pour un théorème de calcul intégral, « le » théorème de Fubini. Ce théorème permet, par exemple, de calculer un volume en le découpant en tranches, en calculant la surface de chacune de ces tranches, puis en faisant une sorte de moyenne de ces surfaces. C'est une chose que les mathématiciens faisaient bien avant la naissance de Fubini — le théorème porte aujourd'hui son nom parce qu'il l'a



démontré pour l'intégrale que Lebesgue avait introduite. Croyez-moi, ça s'écrit comme ça :

$$\int_{X \times Y} f \, d\mu_{X \times Y} = \int_X \left(\int_Y f \, d\mu_Y \right) d\mu_X.$$

Encore une façon de lier une intégrale sur un volume à une (des) intégrale(s) sur une (des) surface(s). Ici encore, les beaux S allongés désignent des intégrales. Rien d'étonnant alors à ce que le théorème de Fubini soit le résultat principal que j'utilise pour démontrer la formule générale de Stokes à mes étudiants, car il m'arrive de le faire, pour des étudiants de quatrième ou de cinquième année.

→ 13 décembre

★

Naître à Venise est une chose. Y mourir en est une autre, qui nous renverrait à l'Allemagne de Richard Wagner — et heureusement aussi de Thomas Mann. C'est à New York et pas à Venise que mourut Guido Fubini en 1943. Mais de son sort dans l'Italie de Mussolini, nous reparlerons.

→ 18 novembre

20 janvier**1929, Weil, Bourbaki**

Le 20 janvier 1929, André Weil, qui n'avait pas encore vingt-trois ans et faisait son service militaire (d'une manière assez pacifique et adaptée au mode de vie d'un jeune mathématicien) revint à Paris d'un voyage en Alsace et écrivit à son ami Henri Cartan. Ces deux jeunes gens s'étaient portés candidats sur un même poste à l'université de Strasbourg et Weil rendait compte à Cartan de ce qu'il avait cru comprendre de l'état de leurs candidatures en parlant avec quelques mathématiciens sur place. La correspondance ainsi entamée devait se poursuivre durant soixante ans. La toute première lettre de Weil à Cartan contenait une belle formule due à Euler,

$$\sum_{n \geq 1} \frac{1}{n^z} = \prod \frac{1}{1 - p^{-z}},$$

décrivant la fonction zêta (qui est définie par la formule de gauche, c'est-à-dire par une somme infinie, sur les nombres entiers $n = 1, 2, 3, 4, \dots$) comme un produit infini (sur tous les nombres premiers $p = 2, 3, 5, 7, 11, 13, \dots$) — mais ceci n'est pas un livre sur la fonction zêta et l'hypothèse de Riemann, fin donc de cette digression.

→ 17 septembre

L'université de Strasbourg choisit, cette fois, Henri Cartan. Elle recruta aussi André Weil quelques années plus tard. Entre temps il avait passé plus d'un an dans une université indienne. Les deux amis étaient donc professeurs à l'université de Strasbourg au début des années 1930.

On raconte qu'Henri Cartan donnait le cours de calcul différentiel. J'écris « on raconte », mais en réalité, je le sais de source sûre : j'ai parlé avec un très vieux monsieur

qui avait suivi ce cours dans sa jeunesse, j'ai aussi vu les cahiers d'Henri Cartan et même, dans ces cahiers, les notes qu'il avait mises à cet étudiant et à un de ses amis. Les sources sont sûres, il n'empêche qu'on le raconte, qu'on l'a beaucoup raconté, qu'on continue à le répéter. On raconte aussi que ce qu'il enseignait dans ce cours ne le satisfaisait pas complètement. Comme nous le faisons tous, il commença par utiliser le livre dans lequel il avait lui-même appris, en l'occurrence le *Cours d'analyse* qu'avait écrit Édouard Goursat après avoir obtenu la chaire de calcul différentiel à la Sorbonne et que des générations d'étudiants avaient utilisé depuis.

→ 16 septembre

On raconte que Cartan n'était pas satisfait du livre de Goursat. On dit aussi, et ça, Weil l'a écrit dans un livre de souvenirs, que les deux amis en parlaient beaucoup, et plus précisément que Cartan en parlait beaucoup à Weil. Ils parlaient dans le grand Palais universitaire wilhelminien (ce qui veut dire qu'il avait été construit, sous le règne d'un empereur Wilhelm (Guillaume), dans le style de l'époque) de Strasbourg. Je ne sais pas si chacun avait un bureau ou, plus probablement, s'il y avait un bureau commun dans lequel tous les mathématiciens se retrouvaient. Ils parlaient aussi dans le train qui les emmenait à Paris ou les en ramenait. Car ils se rendaient très souvent à Paris, où ils avaient leurs familles, leur (ancienne) école qu'ils appelaient « l'École » et où ils y retrouvaient leurs amis. Et ils y participaient à un séminaire de mathématiques.

— C'est quand même agaçant, dit un jour Cartan. Tu lis un théorème, sa démonstration. Puis il y a une remarque qui dit « le théorème que nous venons de démontrer n'est pas toujours vrai ».

→ 10 décembre

- Tu as lu ça dans Goursat ?
- Non, celle-là est dans Bertrand.
- À propos de quel théorème ?
- Le théorème de Cauchy. D'ailleurs il annonce la couleur avant de le démontrer : « ce théorème est vrai en général, mais il est souvent en défaut ».
- Et il le démontre ?
- Oui. Puis il donne des contre-exemples.

Une question taraudait particulièrement Henri Cartan, qu'il posa donc à son ami et dont tous deux discutèrent souvent et longuement : la formule de Stokes, est-ce un énoncé local, ou un énoncé global ?

Dire qu'une propriété est « locale », c'est dire que pour la vérifier, il suffit de la vérifier au voisinage de chaque point. Par exemple, la continuité : si on n'a besoin de solution de continuité en aucun point, c'est qu'on est continu ! La plupart des propriétés étudiées dans les cours de calcul différentiel sont locales.

La question de la localité (ou pas) de la formule de Stokes devait mener les deux amis, et derrière eux les

→ 10 décembre

mathématiciens du xx^e siècle, vers des horizons nouveaux.

24 janvier

1887, Hermite, Goursat

Le cours de calcul différentiel que donna Joseph Bertrand à l'École polytechnique, et dans les notes duquel un théorème que l'on venait de se fatiguer à démontrer n'était pas toujours vrai, nous ramène au xix^e siècle. Nous choisissons ici la date du 24 janvier 1887 et le mathématicien-phare de cette époque à Paris, qui n'était pas Joseph Bertrand mais son beau-frère Charles Hermite. Bertrand était

secrétaire perpétuel de l'Académie des sciences et un homme de pouvoir, mais Hermite était « le » mathématicien.

Charles Hermite avait alors soixante-cinq ans. C'était un scientifique universellement (enfin, tout est relatif) connu et estimé. Un de ses titres de gloire avait été la démonstration, en 1873, de la transcendance du nombre

$$e = 1 + \frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \cdots = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1}{n!}$$

(à peu près 2,71828) — dire que ce nombre est transcendant, c'est dire qu'il n'est solution d'aucune équation dont les coefficients sont des nombres entiers.

La démonstration d'Hermite fut assez bien comprise par Ferdinand Lindemann pour que celui-ci pût imaginer démontrer un résultat un peu plus difficile, celui de la transcendance de π . Ce qui implique l'impossibilité de la quadrature du cercle. On ne peut pas construire, avec une règle et un compas, un carré qui ait la même surface qu'un cercle donné. Voilà un problème célèbre résolu !

Mathématicien éminent, membre de l'Académie des sciences, Charles Hermite passait une partie de son temps à écrire des rapports (c'est hélas toujours le cas de beaucoup de mathématiciens). Et ce jour-là, le 24 janvier 1887, c'est sur Édouard Goursat, qui avait vingt-neuf ans et présentait sa candidature à l'Académie des sciences, qu'il dut donner un avis. Goursat était jeune, mais il s'était vu décerner par cette même académie, quelques semaines plus tôt, le Grand Prix des sciences mathématiques pour un mémoire répondant à la question

Étudier les surfaces qui admettent tous les plans de symétrie des polyèdres réguliers.

Une jolie surface, qui a la forme d'un cube incurvé et adouci, et des cousines à elles, qui arrondissent les formes des autres polyèdres réguliers, sont sorties de cette question, dont il faut bien reconnaître qu'elle était moins inspirée que d'autres posées ces années-là, celle sur la répartition des nombres premiers, par exemple (pour laquelle on avait espéré récompenser une démonstration de l'hypothèse de Riemann).

→ 19 mai

Charles Hermite connaissait bien Goursat, qui lui avait brièvement servi d'assistant pour son cours à la Sorbonne entre 1879 et 1882, il avait apprécié sa thèse sur l'équation hypergéométrique en 1881, il conclut son rapport par

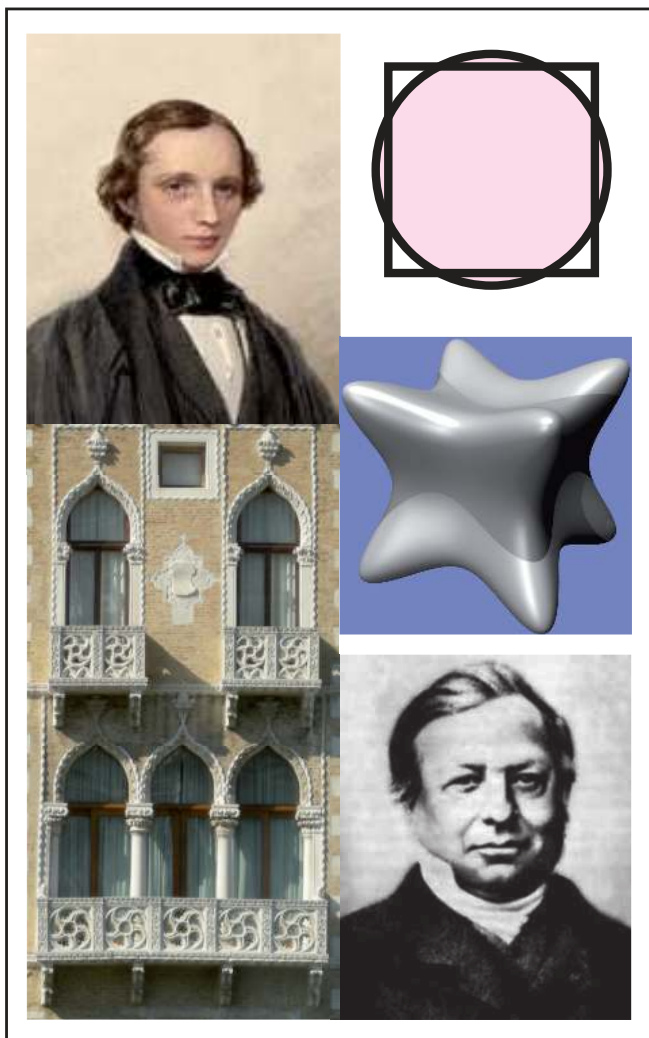
Nous pensons avoir complètement justifié les droits de M. Goursat à figurer sur la liste des candidats que nous présentons aux suffrages de l'Académie.

On prenait date, donc. Hermite signa le rapport, le lut sans doute à ses collègues académiciens au cours de leur réunion « en comité secret » et, une semaine plus tard, Henri Poincaré fut élu membre de l'Académie des sciences.

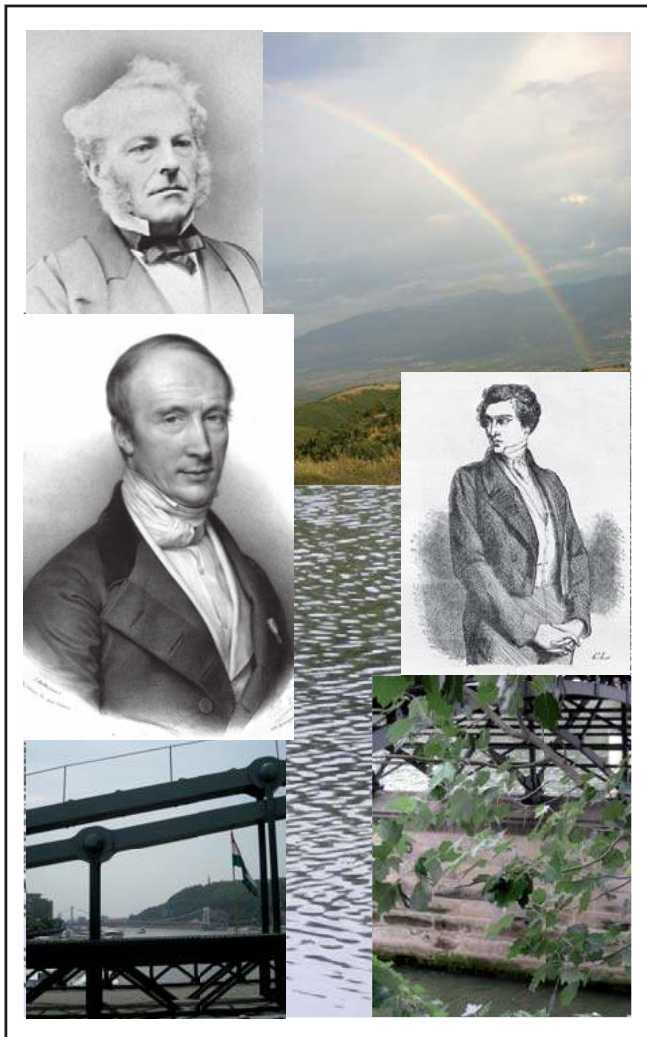
★

Des candidatures de Goursat et des rapports sur ces candidatures, il y en eut d'autres. L'usage était de changer de rapporteur, ce qu'on fit. Il y eut Gaston Darboux, lors de l'élection suivante, en 1889. Goursat fut placé pour la deuxième fois sur la liste de présentation et Émile Picard fut élu. La fois suivante, Henri Poincaré se contenta d'ajouter quelques phrases au rapport de Darboux et conclut :

La section a donc été heureuse de conserver à M. Goursat le rang qu'elle lui avait déjà plusieurs fois accordé.



Thomson, quadrature du cercle, Venise,
surface de Goursat, Liouville.



Stokes, arc-en-ciel, Cauchy, Rubempré, pont de chaînes (Budapest), pont des Arts (Paris), la Seine à Andé.

Ce qui prouve qu'éreinter un collègue dans un rapport (secret) n'a pas été inventé au xxi^{e} siècle (où l'on se contente d'exploiter le goût des scientifiques pour cette pratique) et que Poincaré pensait que Goursat était un mathématicien de second rang. Paul Appell fut élu. Il faudrait encore un rapport de Picard (qui eut l'idée de parler de la « souplesse » du talent mathématique de Goursat — un terme élégant mais peu clair) et deux rapports de Jordan pour que Goursat soit élu académicien des sciences, après Painlevé, Humbert et Hadamard — longtemps après la mort de Charles Hermite.

→ 19 mai

30 janvier

1845, Thomson

C'est sur l'impériale d'une diligence que la formule de Green entra dans Paris. C'était le 30 janvier 1845. Dès le lendemain, le jeune William Thomson, qui l'avait apportée de Cambridge dans ses bagages, rendit visite à Joseph Liouville, qui fut enchanté de faire sa connaissance.

William Thomson avait vingt ans. Lui et Hugh Blackburn, l'ami avec lequel il avait voyagé, louèrent des chambres au quatrième étage du 31 rue Monsieur-le-Prince, et ils passèrent quatre mois et demi à Paris.

William Thomson était un jeune homme charmant, enthousiaste et curieux. Il avait deux cahiers, l'un dans lequel il prenait des notes, et l'autre dans lequel il tenait un journal de ses activités mathématiques ou physiques. D'autre part, il entretenait une correspondance suivie avec son père, son frère et sa sœur, et ses lettres furent conservées.

Plus tard, avec l'aide de ces documents, il raconta ses souvenirs de ce voyage à Paris à son premier biographe. Il en parla aussi à ses collègues parisiens, et en particulier à Paul Langevin, lors de son dernier passage à Paris en 1906. C'est ainsi que nous savons qui il a rencontré, à quelles expériences de physique de Regnault au Collège de France, à quels cours, il a assisté. Nous savons aussi quels livres il a achetés, et qu'il n'a pas réussi à trouver les *Réflexions sur la puissance motrice du feu* de Carnot.

William Thomson était un jeune homme brillant et de bonne famille. À distance (et de Glasgow) son père gérait sa carrière avec détermination et fermeté. Le visiteur était donc muni de toutes les lettres d'introduction possibles. Il était déjà un excellent scientifique. Il fut donc très bien reçu. Il rencontra ainsi plusieurs fois le baron Cauchy, au cours des heures de réception du grand homme, bien entendu. Il fut aussi invité aux soirées du mardi soir chez la belle-mère de Cauchy. Cauchy avait beaucoup de choses à lui dire, il tenta même de le convertir au catholicisme.

William Thomson vit Liouville, Cauchy, bien d'autres mathématiciens, mais pas seulement. Il alla à l'Opéra-Comique voir et écouter *Fra Diavolo* et à l'Opéra-Italien pour *Il Barbiere*, et il en fut très heureux. On lui servit, dans un café parisien, du chocolat au lait si épais qu'on pouvait le considérer à la fois comme un liquide incompressible et comme un solide élastique, et il observa avec attention et bonheur le mouvement du chocolat lorsqu'on en retirait la cuillère aussitôt après l'avoir remué.

C'est avec Joseph Liouville que William Thomson entretenait les meilleures relations. Ils se virent souvent, devinrent amis, et le restèrent, comme Thomson le dit

et le répéta plus tard. Dès sa première visite à Liouville, Thomson avait apporté, de la part de Cayley, un article (de Cayley), et surtout il lui avait offert un exemplaire de l'*Essay* de George Green (il en avait reçu deux d'un de ses professeurs, la veille de son départ de Cambridge).

Chez Liouville, Thomson fit la connaissance de Michel Chasles.

Liouville les invita à dîner ensemble et tous trois parlèrent beaucoup de mathématiques, en particulier des travaux de Green. Liouville se souvenait peut-être d'un cours d'Ampère qu'il avait suivi près de vingt ans auparavant. → 2 mars

Chasles avait lui-même travaillé sur des sujets proches de ceux traités par Green dans son *Essay*, comme ce qu'il appelait l'attraction des corps, par exemple. Le titre complet de l'*Essay*, traduit en français, était *Essai sur l'application de l'analyse mathématique aux théories de l'élasticité et du magnétisme*, un texte alors à peu près inconnu en Angleterre et complètement inconnu en France. Thomson l'avait lu au cours du voyage (cinq cents kilomètres en diligence, plus la traversée de la Manche, voilà qui laissait le temps de lire, de comprendre et d'assimiler) et il l'avait apparemment très bien compris, il en était enthousiaste et il lui fit une extraordinaire publicité.

Thomson en avait parlé à Liouville et à Chasles, Liouville en parla à ses collègues du Bureau des longitudes dès le 12 février. Thomson en parla aussi à Cauchy. Une belle et bonne rumeur scientifique se répandit. Si les rumeurs se répandent toujours, il faut bien dire qu'elles sont rarement belles et bonnes. Celle-là l'était. On en parla donc. On en parla tant que, un soir, par exemple, trois semaines après l'arrivée de Thomson à Paris, Charles Sturm surgit à dix

heures du soir au quatrième étage de la rue Monsieur-le-Prince, en réclamant le livre de Green. « Ah ! Voilà mon affaire ! », exulta-t-il.

Et le journal de Liouville, dont le titre complet était *Journal de mathématiques pures et appliquées*, publia, en cette année 1845, trois articles de Thomson. Le premier avait été écrit le 21 février et parut en avril. Le deuxième parut en mai. Le troisième était une lettre, datée de Cambridge et du 8 octobre, dans laquelle Thomson revenait sur ses discussions avec Liouville au début de l'année.

Charles Hermite, mathématicien de la même génération que Thomson et Stokes, lui aussi lié à Liouville, n'apparaît pas dans les souvenirs de Thomson de ce voyage à Paris. Ce qui intéressait Hermite était peut-être trop algébrique pour Thomson — ici on pourrait objecter que c'est l'année précédant ce séjour de Thomson à Paris que Liouville avait donné les premiers exemples explicites de nombres transcendants.

→ 13 décembre

Mais revenons à l'*Essay* de Green. William Thomson en fut un si ardent propagandiste que, après l'avoir fait connaître à Paris, il le fit publier, en trois parties, dans le *Journal für Mathematik* de Crelle, en 1850, 1852 et 1854 — ici on pourrait s'étonner qu'il n'ait pas choisi cette fois encore le *Journal de mathématiques pures et appliquées* de Liouville, mais il souhaitait sans doute étendre sa campagne publicitaire (qu'on veuille bien me passer l'expression) à l'Allemagne.

Avant la toute première formule, décrivant la répartition de l'électricité sur une surface fermée sans épaisseur, et

dans laquelle « cons » désigne une quantité constante,

$$\text{cons} = a = \int \frac{\rho d\sigma}{r} - \int (X dx + Y dy + Z dz),$$

il plaça une préface et une courte biographie de l'auteur,
George Green, meunier à Nottingham.

→ 31 mai

FÉVRIER

1^{er} février

1903, Stokes

Sa fille Isabella Lucy écrivit plus tard que, le 1^{er} février 1903, juste avant de mourir, George Gabriel Stokes, croyant s'adresser à ses étudiants, les exhorta à la pureté. Sans doute avait-il perdu la notion de sa situation, mais l'exigence de pureté semble avoir correspondu assez bien à sa vie et à ses idées religieuses. Il était, il avait été, un homme profondément chrétien, d'un point de vue très conservateur, un point de vue qu'il s'était, sa vie durant, attaché à faire coexister avec sa connaissance scientifique de la nature et de ses lois.

Il mourut.

On lui ferma les yeux, ses yeux de mathématicien, avec lesquels il avait regardé le monde autour de lui, les vagues sur la mer, la formation des nuages dans le ciel, les éclairs de l'orage, les arcs-en-ciel créés par le soleil et même ceux créés par la lune, la façon de tomber des chats et l'équilibre

des danseurs de corde japonais, le bleu de la quinine et les couleurs des vitraux de la chapelle de King's College à Cambridge.

Il était mort.

On fit autour de son corps ce qu'on fait autour de ceux des morts que l'on veut honorer. On le plaça dans la chapelle de son collège, Pembroke, un lieu qu'il avait beaucoup aimé, même si ses vitraux étaient moins anciens, et leurs bleus moins profonds que ceux de King's College. Il lui arrivait, certains dimanches, de se rendre à l'église plusieurs fois, rapporta sa fille, mais elle ne précisa pas s'il allait à King's College, à Pembroke, ou dans la grande église de l'Université. C'est dans cette dernière qu'eut lieu la cérémonie, à laquelle assistèrent ceux qui l'avaient aimé, les membres de Pembroke College et sans doute beaucoup d'autres : Sir George Gabriel Stokes était une personnalité importante et respectée. On l'enterra aux côtés des restes de Mary et de ceux de leurs enfants qui étaient déjà morts, dans le cimetière de Mill Road, ce qui veut dire la route du moulin.

Peut-être Isabella Lucy repensa-t-elle, malgré la familiarité du lieu (où sa mère, son frère et sa sœur étaient déjà enterrés) et de son nom, à une longue discussion qu'elle avait eue autrefois avec son père. Elle lui avait demandé s'il ne pouvait pas exister quelque part un meunier qui ait des dispositions pour devenir un mathématicien brillant, et que ceci soit ignoré de tous, de sorte que ce meunier doive se contenter, toute sa vie, comme activités mathématiques, de compter ses sacs de farine et son argent. Il lui avait répondu que c'était peut-être arrivé par le passé, mais qu'aujourd'hui il y aurait un maître d'école pour détecter les qualités du meunier. Ni l'un ni l'autre ne s'était appa-

remment demandé quel avenir était possible pour un fils de meunier ou de boulanger au milieu des gentlemen de Cambridge. L'un ou l'autre avait-il pensé à George Green ? → 31 mai

Devant la fosse ouverte, avant la mise en terre, William Thomson, désormais un vieil homme et Lord Kelvin, très ému, dit à son voisin : « Et voilà que Stokes est parti. Je ne reviendrai plus jamais à Cambridge ».

3 février

1889, Volterra

Le 3 février 1889, l'Académie royale des lynx, car ainsi se nommait l'Académie italienne des sciences (*Reale Accademia dei Lincei*) publia, dans sa série « classe des sciences mathématiques et naturelles », un article de Vito Volterra intitulé *Delle variabili complesse negli iperspazi*. L'auteur avait vingt-neuf ans et était professeur de physique mathématique à Pise. Issu d'une famille pauvre d'Ancône, il avait montré dès son enfance un goût très violent pour les mathématiques. On raconte qu'en 1873, alors qu'il avait treize ans, il avait calculé la trajectoire du boulet que le *Gun-Club* de Baltimore expédiait de la Terre à la Lune dans le roman de Jules Verne. Un peu plus tard et grâce à l'aide d'un parent, il avait trouvé un emploi qui lui permit de poursuivre ses études, au bout desquels il soutint une thèse en hydrodynamique — et nous revoilà aux alentours des préoccupations d'Ostrogradski et de la formule de Stokes.

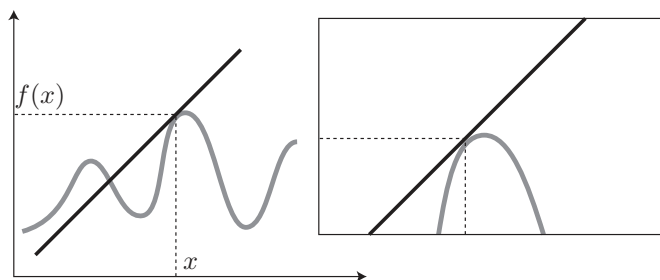
Dans l'article que l'Académie royale publia ce jour-là, on trouve la formule

$$\int_{S_{r+1}} \sum_i M_{i_1 \dots i_{r+1}} \alpha_{i_1 \dots i_{r+1}} dS_{r+1} = \int_{S_r} \sum_i L_{i_1 \dots i_r} \beta_{i_1 \dots i_r} dS_r$$

où S_{r+1} est un « hyperspace » de dimension $r + 1$ — la simplicité de l'orthographe italienne, ignorant le « h » et le « y », a failli nous faire rater le mot *iperspazi*, hyperspace, dans le titre — et S_r un espace de dimension r . De sorte que, comme dans la formule de Stokes, il s'agit d'une « intégrale en dimension truc + 1 » qui est égale à une « intégrale en dimension truc » (dans le cas d'un volume, truc + 1 vaut 3, la dimension du volume, et truc vaut 2, la dimension de la surface).

Même en Italie, ce n'était pas la première fois qu'une formule générale de Stokes était publiée : Eugenio Beltrami, qui en avait énoncé une en 1869, pourrait être nommé ici.

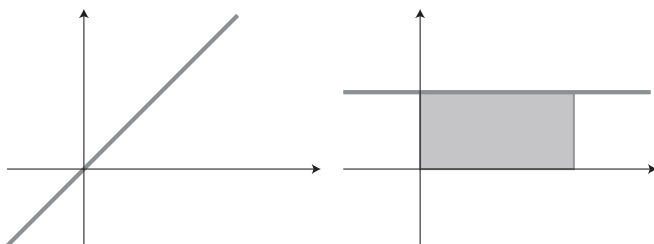
Bien sûr, il y a des relations entre les M du premier membre de la formule de Volterra et les L de son second membre. Ici il faut ouvrir une parenthèse et revenir à une fonction et à son graphe.



Si celui-ci est assez régulier, alors il y a, pour tout x , une tangente à la courbe au point correspondant à x . Cette

tangente est une droite et cette droite a une « pente » qui, comme son nom l'indique, mesure à quel point elle est inclinée par rapport à l'horizontale. La pente de la tangente au point correspondant à x est appelée $f'(x)$ (ce qui se lit « effe prime de ix ») et f' s'appelle la dérivée de f .

Un exemple simple est celui où la courbe est, tout simplement, une droite. Alors la tangente est toujours la même, donc sa pente est toujours la même. La figure suivante montre les graphes de f (une droite oblique de pente égale à 1) et de sa dérivée f' (une fonction constante, le graphe est une droite horizontale, celle d'équation $y = 1$) pour $f(x) = x$.



Cela n'apparaît pas toujours de façon flagrante sur les figures, mais intégrer une fonction et la dériver sont deux opérations inverses l'une de l'autre. C'était visible dans l'exemple de la vitesse de la cycliste dont nous avons envisagé la promenade : la vitesse au temps t est la dérivée de la distance parcourue — et l'intégrale de la vitesse est... la distance parcourue.

→ 1^{er} janvier

Il est vrai, à quelques hypothèses près, que la dérivée de l'intégrale d'une fonction est cette fonction et que l'intégrale de sa dérivée aussi.

Par exemple, l'aire comprise sous le graphe de la dérivée de $f(x) = x$ (intégrale de la fonction constante égale à 1)

entre les abscisses 0 et x est la surface d'un rectangle de côtés 1 et x , c'est-à-dire $x \times 1 = x$, la fonction dont on est parti.

Et, pour conclure cette parenthèse, revenir aux L et aux M de Volterra, qui sont des fonctions (pas d'une variable x mais de plusieurs, ce qui ne change pas grand chose), je dirai simplement que l'on obtient les M du premier membre en dérivant les L du second. À gauche il y a une intégrale de plus et une dérivée de plus.

À peine quelques années plus tard (les « cahiers » du journal portent la date d'impression du 27 avril 1892), Volterra publia, dans le journal suédois *Acta Mathematica* un article au beau titre (en français) « Sur les vibrations lumineuses dans les milieux biréfringents ». Il y étudiait des équations dites « équations de Lamé » (à ceux qui croiraient que ce lamé est un tissu et la majuscule une coquille, je précise que Lamé est le nom d'un mathématicien...) et leurs solutions, notamment en transformant ces équations grâce au « théorème de Stokes » : celui-ci était vraiment utile et utilisé. Une parenthèse pourrait s'ouvrir ici pour signaler que ce travail l'avait amené à trouver une erreur dans un article de Sophie Kowalevski, qui venait de mourir. Mais ce serait une autre histoire.

→ 10 février

6 février

1934, *Calendrier*

Paris, Croix-de-Feu colonel de La Roque, renforcés par groupuscules extrême droite, manifestent violemment, autobus renversés, kiosques à journaux incendiés, etc. ; peu avant minuit, gardes mobiles, sur le point d'être débordés, tirent sur manifestants, 13 morts, nombreux blessés.

10 février**1891, Kovalevskaya**

Le 10 février 1891, Sofia Kovalevskaya, qui avait signé tous ses travaux de son nom occidentalisé Sophie Kowalevski, regarda avec attention le monde autour d'elle, limité, derrière les visages anxieux des amis réunis à son chevet, par les murs de sa chambre. Elle murmura quelques mots, peut-être pour se conformer à l'usage et prononcer des « dernières paroles », regarda encore, et ferma les yeux pour toujours.

Gösta Mittag-Leffler, grâce à qui Sophie avait obtenu son poste de professeur à l'université de Stockholm, et donc grâce à qui c'est en Suède que cette scène se déroulait, dit plus tard qu'elle lui avait parlé du mouvement d'un solide, sujet qui lui avait déjà valu les honneurs d'un prix de l'Académie des sciences de Paris, mais il était si ému qu'il avait oublié ce qu'elle lui avait dit précisément, et il ne put jamais s'en souvenir.

La femme et la fille de l'astronome Hugo Gylden étaient là aussi et ce sont elles qui rapportèrent les dernières paroles de Sophie.

La tapisserie sur les murs était celle d'une maison bourgeoise de Stockholm, pas très bien tenue sans doute, parce que Sophie s'intéressait davantage aux mathématiques qu'aux meubles et aux tentures, mais une maison bourgeoise et suédoise tout de même. Peut-être le papier était-il orné de motifs floraux, de bouquets de roses enrubannés. Autrefois, dans la maison où vivait la petite Sophie, on avait tapissé les murs de la chambre d'enfants avec les grands feuillets lithographiés d'un cours de calcul différentiel d'Ostrogradski. Le père de Sophie, un général, avait

été élève d'une ou de plusieurs écoles militaires. L'histoire ne dit pas s'il y avait suivi un cours d'Ostrogradski, mais elle dit qu'il en possédait un.

Les formules et le texte, illustrations de ce papier peint improvisé, qu'elle n'avait pas compris lorsqu'elle était enfant, s'étaient gravés dans le cerveau de Sophie, y laissant, ainsi qu'elle le raconta plus tard, une trace profonde. Elle raconta aussi que, des années après, le professeur qui lui donna sa première leçon de calcul différentiel s'étonna de la rapidité avec laquelle elle comprenait ce qu'il lui expliquait et qu'en effet, elle s'était soudain rappelée avoir vu tout cela sur le mur de sa chambre d'enfant.

Plutôt que de discuter ce que furent ses dernières paroles, « trop de bonheur », dit-on, ou trop de bonheurs ? mais quel bonheur ? quels bonheurs ? je pense à ses derniers regards, aux visages affligés et au dessin mièvre des roses avec leurs faveurs mauves, dans lequel elle lut peut-être

$$\int_{\Sigma} \mathbf{F} \wedge d\mathbf{S} = \int_V \text{rot}(\mathbf{F}) \, dx \, dy \, dz,$$

la formule d'Ostrogradski.

13 février

1826, Ostrogradski

Sous le règne de Charles X, au cours de sa séance du 13 février 1826, l'Académie royale des sciences, à Paris, enregistra la réception d'un certain nombre de livres et de travaux (dont un ouvrage sur les ponts « en fil de fer », c'était un siècle de ponts — c'est pourquoi il y a de nombreux ponts dans ce livre). Elle discuta aussi quelques

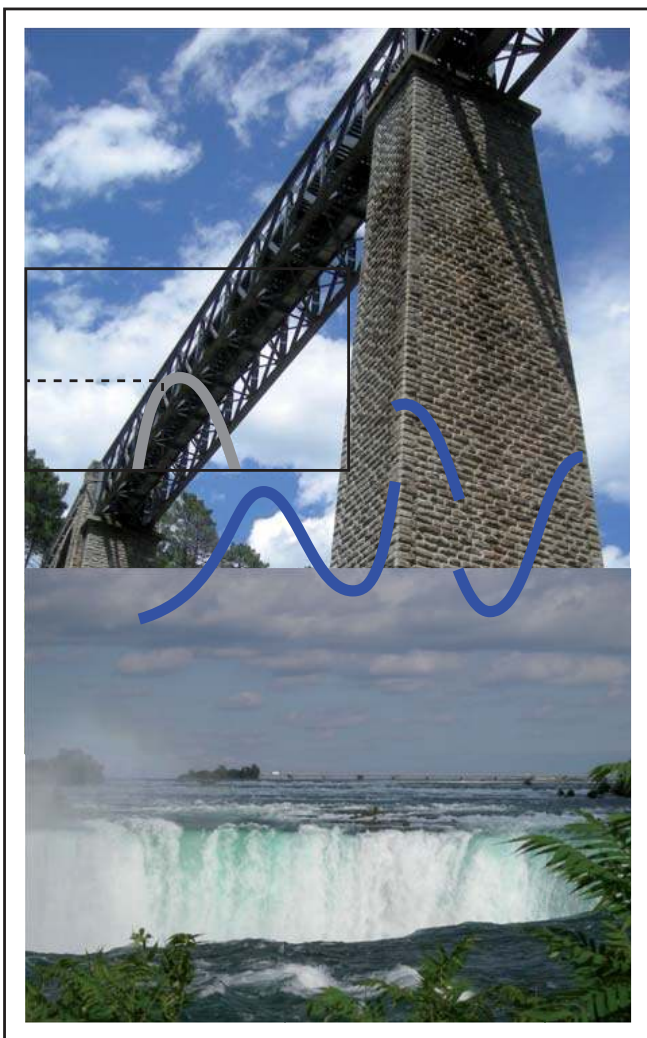
communications. Le secrétaire écrivit une sorte de compte rendu sur une feuille double dans laquelle il inséra les manuscrits du jour, et ce fut tout puisque l'Académie ne publiait pas encore les « Comptes rendus » de ses séances.

Deux de ces manuscrits étaient signés de Michel Ostrogradsky (ainsi qu'il se nommait à Paris, avec son prénom francisé et son « y »), un jeune homme de vingt-six ans, familier de ceux qui fréquentaient ces lieux. On disait de lui qu'il était russe, même si c'est d'Ukraine qu'il venait. Il vivait à Paris depuis trois ans et demi. Il s'intéressait à la chaleur, aux fonctions, à leur intégration, à l'hydrodynamique. Il était lié avec Fourier et avec bien d'autres savants. Et il considérait Cauchy, qui n'était pas encore baron, comme son maître.

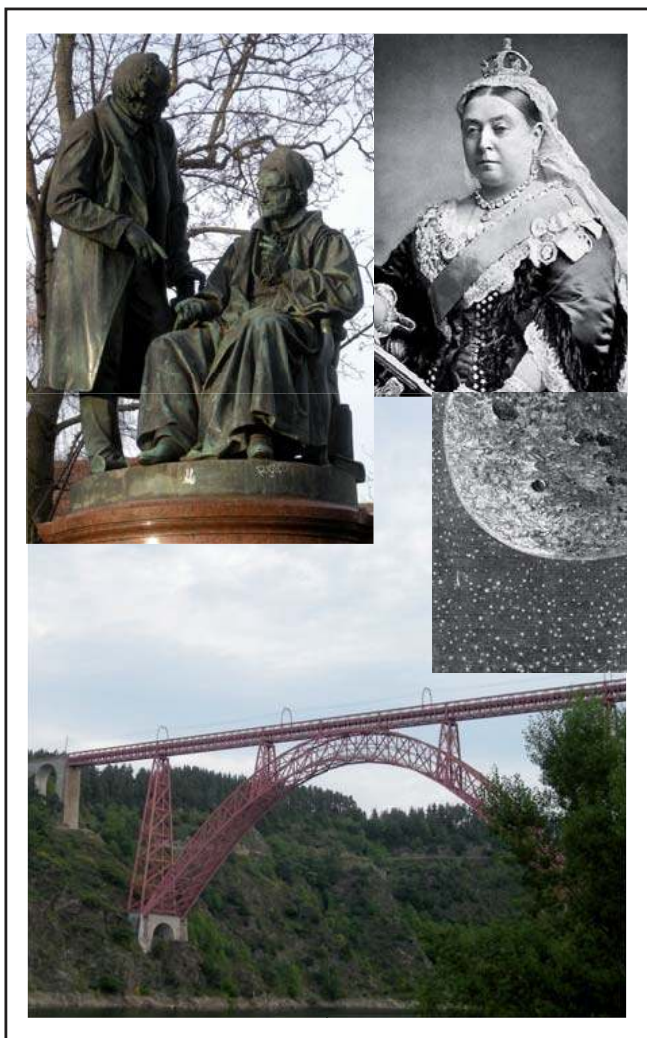
Le voyage jusqu'à Paris avait été long et difficile. Parti de son Ukraine natale en mai 1822 avec l'argent que ses parents avaient réuni pour son départ, le jeune homme avait dû rebrousser chemin dès Tchernihiv, sans même avoir passé la frontière (mais à quatre cents kilomètres de chez lui quand même (que ceux qui pensent à quatre cents kilomètres comme à deux heures de train se détrompent)) puisque son compagnon de voyage lui avait dérobé tout son pécule avant de disparaître. Revenu à la maison pas très fier, il y subit les moqueries des uns et les remontrances des autres, puis repartit avec une nouvelle somme d'argent et un peu plus de prudence — plus de deux mille cinq cents kilomètres à travers des contrées qui s'appellent aujourd'hui l'Ukraine, la Pologne et l'Allemagne, trois mois de voyage (en comptant le faux-départ), et combien de moyens de transport ? En 1822, il n'y avait ni chemin de fer, ni bateaux à vapeur. Invoquer les télégues et autres

tarentass pêchés dans le voyage sibérien de Michel Strogoff ou les drojki de Gogol ajouterait de la couleur locale à ce texte mais serait probablement inadapté. C'est sans doute en diligence ou en malle-poste, tout simplement, à environ dix kilomètres à l'heure de moyenne, peut-être assis à côté du cocher, qu'Ostrogradski voyagea vers l'ouest.

Ainsi (ou autrement), il arriva à Paris. Il loua une chambre garnie, sous les toits, dans un hôtel de la rue du Faubourg-Saint-Jacques, sale peut-être et dénuée sans doute, mais qui lui revenait quand même assez cher. Ce lieu, l'hôtel Philibert, n'existe plus, tout le pâté de maisons a été absorbé par les agrandissements de l'hôpital Cochin. Le vieux Paris meurt, disait alors Balzac. Déjeuner d'un petit pain de deux sous et d'un sou de lait, comme le faisait Lucien de Rubempré, eût été difficile à Ostrogradski, dont le corps grand et volumineux demandait davantage. Certainement rencontra-t-il parfois, ou même souvent, ce Lucien, chez Flicoteaux, sur la place même de la Sorbonne : peu d'étudiants n'ont pas fréquenté, pendant les douze premières années de la Restauration, ce temple de la faim et de la misère. On y mangeait comme on travaille, avec une activité parfois sombre et parfois joyeuse. Le dîner, composé de trois plats, coûtait dix-huit sous avec un carafon de vin ou une bouteille de bière, mais à Ostrogradski il fallait une bouteille de vin, ce qui faisait monter le prix de son repas à vingt-deux sous. Les mets étaient peu variés, la pomme de terre éternelle, le veau y foisonnait sous les aspects les plus ingénieux, les tas de pruneaux cuits réjouissaient les consommateurs. Les pains de six livres, coupés en quatre tronçons, rassuraient sur la promesse, imprimée en grosses lettres : PAIN À DISCRÉTION — c'est-à-dire jusqu'à l'indiscrétion.



Figures.



Monument à Gauss et Weber, Victoria,
Autour de la lune, viaduc de Garabit.

Aux grandes tables venues de quelque réfectoire abbatial qui meublaient l'établissement, Ostrogradski s'était vite fait des amis : il était gai, intelligent et sociable. Mais il suivait les cours de la Sorbonne et il s'intégra aussi dans la vie mathématique brillante. Il fut accueilli chez les uns et les autres, en particulier dans la famille de Simon Laplace, qui était déjà un vieil homme et l'appelait « mon fils ». Il s'était lié avec des jeunes gens, Charles Sturm, Victor Bouniakovski, et aussi avec Siméon-Denis Poisson, qui était un peu moins jeune. Avec eux, il discutait en se promenant dans les allées ombragées du Luxembourg. Lui et ses amis s'asseyaient parfois au bord du bassin dont ils contemplaient les ondulations mouvantes. Ils se rendaient aussi aux Galeries de Bois du Palais-Royal, qui constituaient à cette époque une des curiosités parisiennes les plus illustres. Moins inspiré que Balzac par ce bazar qu'il ne trouva pas ignoble, Michel Ostrogradsky s'extasiait devant ces magasins à la mode, les plus beaux de Paris, où chapeaux et robes étaient si bon marché et où l'on pouvait trouver même l'incroyable, ainsi qu'il l'écrivit à une de ses sœurs.

Des femmes qu'il rencontra au Palais-Royal, filles de joie qui venaient là seulement le soir, ou de celles qu'il connut ailleurs, jeunes filles dont il tomba amoureux, je ne sais rien, car aucune biographie d'aucun mathématicien ne mentionne d'autres femmes que les épouses légitimes, et d'ailleurs une biographie ne mentionne une femme que si c'est absolument indispensable (contrairement aux biographies de mathématiciennes, qui veulent toujours des hommes et de l'amour, leurs auteurs pensant sans doute que seul l'amour (pour les hommes) motive les femmes). Malgré mes efforts pour combattre ce travers des biographies, je n'ai rien trouvé de plus précis que

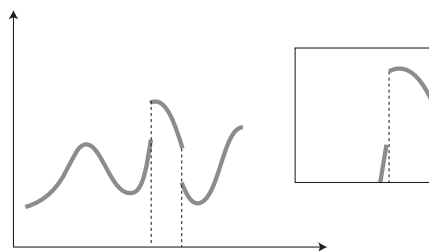
de mentionner que les Galeries de Bois étaient alors un temple (si l'on ose dire) de la prostitution.

À Paris, Michel Ostrogradsky aimait beaucoup la Seine, petit fleuve tranquille, et ses berges, sur lesquelles il se promenait volontiers. En Ukraine, les cours d'eau étaient assez différents, plus vastes, plus tumultueux : ils servaient, en tout cas, ils lui servaient, à lui, à nager, alors que la Seine semblait n'être là que pour être contemplée. C'était un moyen de transport, bien entendu, mais les bateaux semblaient ne passer que pour créer des vagues et ajouter ainsi à l'intérêt mathématique du spectacle. Et il les regardait, ces vagues, il comparait leur propagation à celle des ondelettes, des vaguelettes, que les risées produisaient à la surface du bassin du Luxembourg. Certainement, cela contribua à la genèse de son travail « sur la propagation des ondes dans un bassin cylindrique » — son ami Poisson avait d'ailleurs suivi avec « sur les petites oscillations de l'eau dans un cylindre » — vous êtes comme un poisson dans l'eau avait éclaté Michel Ostrogradsky de son rire tonitruant, et Poisson avait souri.

Malgré le pain à discrétion et les amis, la vie n'était pas toujours facile, surtout quand la subvention paternelle tardait à arriver. On dit même que son propriétaire avait fait mettre Ostrogradski à la prison pour dettes de Clichy, et que c'est Cauchy lui-même qui l'en fit sortir — ce qui ne veut pas dire que Cauchy alla le chercher à Clichy (quoique, Cauchy à Clichy sans chichi, ça c'est chic...) mais que Cauchy, qui disposait, sous la Restauration, d'un pouvoir important, était intervenu pour le faire libérer. Que l'histoire soit vraie ou pas, le fait qu'on la raconte témoigne de l'incontestable puissance de Cauchy. De même, lorsque le père d'Ostrogradski décida de lui couper

les vivres, c'est sur la recommandation de Cauchy que le jeune mathématicien fut engagé comme professeur au lycée Henri IV. Du moins c'est une histoire là encore, que l'on raconta, qui fut répétée, et que je répète à mon tour, pour que parvienne aux lectrices un peu de l'ambiance de Paris sous la Restauration, puisque c'est en ce point de l'espace-temps qu'un mathématicien ukrainien inventa une formule qui porterait un jour le nom d'un garçon irlandais encore à peine âgé de six ans et demi.

Le premier des manuscrits du 13 février 1826 portait sur l'intégration des fonctions qui présentent des discontinuités. Lorsque nous avons dessiné le graphe d'une fonction et indiqué que l'intégrale de cette fonction calculait la surface en-dessous du graphe, nous avons dessiné ce graphe sans lever le crayon (c'est une image, bien sûr) : la fonction était continue. Que faire, plus généralement, lorsqu'il y a des discontinuités, des sauts, des « solutions de continuité » (comme sur la figure), telle était la question.



Ostrogradski avait terminé d'écrire ce premier manuscrit en juillet 1824 et il l'avait soumis à l'Académie des sciences. Celle-ci l'avait donné à examiner à deux de ses membres, puis Ostrogradski s'était aperçu que la voie dans laquelle il s'était engagé n'était pas la meilleure possible,

il avait donc demandé à Navier, c'était le nom d'un des examinateurs désignés, de ne pas faire le rapport, et Navier avait transmis cette demande à l'Académie des sciences ce jour-là.

Ainsi ce manuscrit se retrouva-t-il dans la feuille double du secrétaire, et il y est toujours (du moins y était-il toujours lorsque j'ai consulté ce dossier). Le deuxième manuscrit portait le titre « Démonstration d'un théorème du calcul intégral », un titre que l'on trouvera peut-être imprécis, avec son article indéfini, mais les mathématiciens ont toujours raffolé de ce genre de titres. Ce manuscrit-là fut examiné par Legendre et Poinsot. Il est rédigé sur des feuilles pliées en deux et cousues entre elles pour former un petit cahier. Seize de ces pages sont couvertes de l'écriture (assez lisible) de l'auteur. Il y a peu de ratures. Les formules sont numérotées (à gauche, entre parenthèses, de (1) à (55)). La formule (9) se trouve sur la page 4, elle se lit

$$S\left(a\frac{\partial p}{\partial x} + b\frac{\partial q}{\partial y} + c\frac{\partial r}{\partial z}\right)\omega \\ = S(aP \cos \alpha + bQ \cos \beta + cR \cos \gamma)\varepsilon.$$

Les S y désignent des intégrales. On reconnaît ici que le signe « intégrale », que j'ai déjà qualifié d'élégant et qui ressemble à une ouïe de violon, est un S allongé.

C'est ainsi qu'apparaît, comme incidemment, dans le courant du manuscrit d'un article qui ne fut jamais publié tel quel, ce qui fut peut-être la toute première version de ce que l'on appelle aujourd'hui la « formule de Stokes ». Ici la formulation doit se faire prudente : l'ami Poisson, par exemple, publia lui aussi une version de la formule plus ou moins en même temps... Dans ce travail, la formule (9) n'était pas le but ultime de l'auteur : c'est à la propagation

de la chaleur que s'intéressait Ostrogradski, et il publia plusieurs articles sur ce sujet, notamment lorsqu'il eut quitté Paris pour Saint-Pétersbourg au début de l'année 1828.

19 février

1900, Stokes

Sir George Gabriel Stokes fut élu « membre associé » par l'Académie des sciences de Paris le 19 février 1900. Il était « membre correspondant » depuis le 9 juin 1879. Devenir associé était une promotion. Le « siège » auquel il fut élu était devenu vacant par la mort, trois ans jour pour jour avant ce 19 février, de Karl Weierstrass, l'analyste allemand qui avait eu Hermann Schwarz et Sofia Kovalevskaya parmi ses élèves. Ce fut une élection tranquille : sur les quarante académiciens qui prirent part au vote, trente-six votèrent pour lui. Stokes avait quatre-vingt-un ans, sa gloire était grande et sa reconnaissance scientifique plus grande encore.

L'Académie parisienne avait d'ailleurs contribué à son jubilé, l'année précédente, en lui décernant la médaille Arago. Les messages de félicitations reçus par Stokes pour ce jubilé occupent trente-huit pages serrées dans le premier volume de sa correspondance scientifique, publié peu après sa mort. En anglais, français, italien, allemand, qui étaient les langues dans lesquelles la science s'écrivait, et même en latin, venus d'institutions scientifiques du monde entier, et notamment de l'Empire britannique (Australie, Écosse, Inde, Irlande, Nouvelle-Zélande, Pays-de-Galles) et du Japon.

Le Victoria Institute, par la bouche (ou en tout cas par la plume) de ses secrétaires, félicita son président

(ce que Stokes était depuis 1886) pour ce jubilé. Cet institut chrétien avait été fondé en 1865 pour « défendre les grandes vérités révélées par les Écritures Saintes » et contre « l'opposition de la soi-disant science ». Je préfère appeler un chat un chat et dire que cet institut avait été créé pour combattre la théorie de l'évolution. On croit aujourd'hui que l'opposition à cette théorie n'est le fait que de politiciens américains incultes. Il est possible que ce soit bien le cas. Mais, dans l'Angleterre victorienne, plusieurs scientifiques plus que renommés avaient mis leur gloire et leur poids scientifique au service de cette opposition. C'était le cas de Lord Kelvin, dont nous avons fait la connaissance sous le nom de William Thomson.

→ 30 janvier

C'était aussi celui de son ami Stokes qui, en 1891, avait donné une série de dix (dix !) conférences à l'université d'Édimbourg sur cette question et sous le titre *Natural theology*, dans lesquelles il opposa le Divin Dessein au matérialisme. Ces conférences ont été rédigées et sont facilement accessibles, je n'en dirai donc pas plus.

J'achève ici cette digression pour revenir au jubilé de Stokes et à l'Académie des sciences. Qui n'était pas, loin de là, la seule institution française à avoir participé à l'hommage : l'université de Paris, l'École polytechnique et l'École normale supérieure (je ne compte pas l'université de Strasbourg, puisqu'elle était alors allemande, mais elle s'était exprimée aussi), la Société française de physique, toutes envoyèrent des représentants ou des messages. Il est un peu étonnant que la Société mathématique de France n'apparaisse pas dans cette liste : en 1899, le président, un nommé Guyou, était certes un capitaine de frégate et pas un mathématicien très actif, mais Henri Poincaré était vice-président (et le futur président) et Édouard Goursat, le

président de 1895, était toujours membre du conseil. Les mathématiciens français considéraient peut-être que ce que faisait (ou avait fait) Stokes était exclusivement de la physique...

Cette digression française ne sera pas suivie d'une digression sur les jubilé de la Reine Victoria et leur coïncidence avec ceux de Stokes, que pourtant les souvenirs d'Isabella Lucy nous inciteraient à commettre. Répétons seulement que la figure de George Gabriel Stokes, baronnet, austère et silencieux, est éminemment victorienne.

Mais revenons à sa gloire et à sa reconnaissance scientifique. Son nom avait été ou serait donné à toute une série de concepts ou d'objets.

Poétique de la liste... les équations (de Navier-Stokes) qui décrivent le mouvement d'un fluide, une unité de viscosité cinématique, un écoulement très visqueux, en optique le déplacement de Stokes, un vecteur dans un espace de dimension 4 (ce qui fait qu'on parle aussi de paramètre de Stokes), et même un héliographe, appareil servant à mesurer l'ensoleillement d'un lieu, et puis le phénomène de Stokes (quand le chat n'est pas là...) et bien sûr la formule de Stokes.

→ 5 janvier

On aura remarqué le mélange de mathématiques et de physique. Pas plus que son ami William Thomson, George Stokes n'était de ces mathématiciens dépourvus de sens pratique : il avait du goût pour les expériences et, en effet, expérimentait beaucoup.

Cette reconnaissance eut des inconvénients. Par exemple, il avait consacré énormément de temps à la Royal Society, ce que l'on peut aujourd'hui quantifier en mentionnant les deux mille quatre cents lettres liées à

son activité que les archives de cette société conservent. Certains de ses collègues se demandèrent comment on avait pu gâcher un tel génie en lui infligeant des tâches administratives aussi importantes. Il est quand même probable qu'il ne détestait pas ça !

→ 27 août

Son expertise reconnue lui procura des surcharges de travail. Ainsi, lui qui s'était intéressé, dès les années 1840, aux structures métalliques exposées à des vibrations violentes, il fut nommé dans les commissions qui tentèrent de déterminer les causes de deux accidents meurtriers au cours desquels des ponts de chemin de fer s'étaient écroulés au passage d'un train. Le plus spectaculaire avait vu, au cours d'une violente tempête de décembre (le 28 décembre 1879), la section la plus élevée du pont lancé sur l'estuaire du Tay, à l'est de l'Écosse, celle sous laquelle pouvaient passer les bateaux, sombrer avec un train et soixante-quinze personnes, voyageurs et employés (il n'y avait eu aucun survivant, bien sûr). Ce pont était un des fleurons de l'Angleterre et de son industrialisation (je sais que le Tay est en Écosse et pas en Angleterre, mais ça n'empêche pas...), la reine elle-même l'avait inauguré six mois avant l'accident (un jour d'été, donc). Stokes avait activement contribué à l'établissement du rapport de la commission, qui mit en cause la conception de l'ouvrage. L'industrialisation galopante et le capitalisme triomphant exigeaient des ponts. Cela a déjà été dit.

Et c'est une nouvelle parenthèse qui s'ouvre, à propos d'Henri Navier, dont le nom est apparu, accolé à celui de Stokes, dans celui des équations « de Navier-Stokes » de la mécanique des fluides. Il est un peu injuste que le nom d'Adhémar Barré de Saint-Venant n'y soit pas apparu

lui aussi, mais inclure une digression dans une parenthèse qui est peut-être elle-même à l'intérieur d'une digression, puisqu'après tout c'est de l'élection de Stokes comme membre associé de l'Académie des sciences qu'il devrait être question ici... c'est trop ! Henri Navier, donc, était un ingénieur des ponts et chaussées, qui étudia la mécanique des fluides mais aussi qui conçut, et fit construire plusieurs ponts au cours de la première moitié du XIX^e siècle. L'un d'eux, sur la Seine, à l'emplacement de l'actuel pont Alexandre III, s'écroula (sans faire de victime puisqu'il n'était pas encore en service), encore un accident, qui désespéra Navier.

Fin de la parenthèse. Après l'accident du Tay, outre le rapport de la commission, Stokes écrivit un article intitulé *Discussion d'une équation différentielle liée à la rupture des ponts de chemin de fer*.

Nous ne quitterons pas cette liste d'honneurs et de compétences sans mentionner une gloire non seulement posthume mais tardive, celle de voir (ou, dans ce cas, de ne pas voir) son nom donné à un cratère lunaire (sur la face cachée, mais quand même...). Car il y a un cratère Stokes sur la Lune. Ce n'est pas vraiment une rareté : parmi les scientifiques cités dans ce livre, nombreux sont ceux qui ont eu cet honneur (Coulomb, Dirichlet, Einstein, Galois, Green, Hermite, Hilbert, Kovalevskaya, Larmor, Levi-Civita, Maxwell, Mineur, Noether, Poincaré, Riemann, Verne, Volterra...). Qui a décidé de nommer ces cratères, quand et comment, voilà une histoire que je ne résisterai pas au plaisir de raconter. Une (autre) association de scientifiques, l'Union astronomique internationale, réunie

pour son congrès à Prague en 1967, nomma une sous-commission, présidée par un astronome américain et constituée d'un Néerlandais, d'un Soviétique, d'un Français et d'un autre Américain (pas plus ici qu'ailleurs le masculin n'est neutre). La sous-commission se réunit plusieurs fois pour, trois ans plus tard, le 20 août 1970, rendre son rapport. Inévitablement, entre ces dates, 1967, 1970, Prague évoque l'intervention militaire soviétique de 1968 et la Lune le petit pas de Neil Armstrong en 1969. On peut imaginer que l'ambiance dans la sous-commission fut assez tendue, mais il y avait beaucoup de cratères à nommer sur la face cachée, et aussi désormais des astronautes vivants dont il fallait honorer les noms. Ainsi il y a dans l'azur, invisible à nos yeux, un cratère Stokes. Et nous nous sommes laissés entraîner bien loin, dans l'espace et le temps, des honneurs rendus à Stokes au bord de la Seine en février 1900.

Certains lecteurs se seront peut-être étonnés de ne pas trouver le nom de Gauss dans la liste qui précède. C'est parce qu'il y était question de la face cachée de la Lune. Il y avait, bien sûr, depuis longtemps, un cratère portant le nom de cet astronome (car c'en était un) — le cratère Gauss se trouve sur la face visible, comme le cirque Hipparque.

23 février

1855, Gauss

Carl-Friedrich Gauss mourut le 23 février 1855 à Göttingen, la petite ville d'Allemagne où il était astronome (et mathématicien, et physicien, mais en ce temps-là les frontières entre ces disciplines étaient moins marquées qu'elles ne le sont aujourd'hui). Il est parfois un peu exaspérant de savoir que Gauss avait tout compris avant tout le monde.

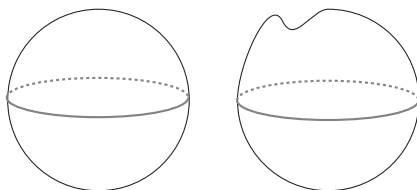
C'est parfois exaspérant, ce n'est pas toujours vrai, mais ça l'est souvent. Et la toute première forme de la formule de Stokes fut, dès 1813, un théorème de Gauss, c'est pourquoi il faut en parler ici.

De même que ce théorème, beaucoup de choses portent le nom de Gauss. En dresser une liste n'est pas vraiment une digression, c'est aussi une façon de parler de la science.

Poétique de la liste à nouveau, donc. Il y a des unités, des méthodes, comme celle du « pivot de Gauss », que l'on utilise pour résoudre des systèmes linéaires à plusieurs inconnues et que les étudiants des premières années d'université connaissent bien, il y a des outils, comme l'application de Gauss (quelque part entre astronomie et géométrie), des théorèmes d'arithmétique ou de géométrie différentielle, dont l'un porte le nom de *theorema egregium*, ce qui veut dire « théorème remarquable » et que Gauss écrivait en latin, il y a des théorèmes d'algèbre appliquée à la géométrie, quels polygones réguliers peut-on construire en utilisant seulement une règle (non graduée) et un compas, de belles formules de mathématiques pures, sur la « fonction Gamma », par exemple, les gaussiennes — des courbes en cloche — et encore bien d'autres choses, portant de jolis noms comme la loi de réciprocité quadratique ou le théorème de Gauss-Bonnet (ici Bonnet est le nom d'un mathématicien et pas de cette coiffure de velours noir que portait Gauss) à propos de la courbure d'une surface (tout le monde comprend bien ce que c'est qu'être courbe, une sphère est courbe, mais pas un plan), on calcule l'intégrale de la courbure sur la surface

$$\int_S K \, dS = 2\pi \chi(S)$$

et le théorème affirme que même si vous modifiez ici ou là la courbure, en infligeant des creux et des bosses à votre surface, eh bien, cette intégrale ne change pas. Ici, il faudrait signaler que ce théorème ne fut pas exprimé sous cette forme, ni par Gauss, ni même, plus tard, par Ossian Bonnet.



Bien d'autres choses portent le nom de Gauss, un cratère lunaire nous l'avons dit, mais aussi un astéroïde et, c'est plus original, un volcan dans l'Antarctique.

C'est aussitôt après sa mort que Carl-Friedrich Gauss fut « nommé » Prince des Mathématiciens (*mathematicum princeps*, en latin et sur une médaille que fit graver le roi George V de Hanovre). Ceci montre que Gauss était, de son temps, très célèbre et que l'on aimait déjà avoir de grands hommes à adorer. Avant de refermer cette longue parenthèse, signalons qu'elle aurait pu être plus longue encore, mais que, si vous voulez en savoir plus, par exemple sur la vie privée de Gauss, s'il fut amoureux, déprimé, heureux, grognon, s'il était susceptible, vous trouverez sans mal d'autres livres, d'autres lieux, où vous informer.

Revenons donc au présent livre, qui est un livre sur la formule de Stokes et donc, pour ce chapitre, sur un théorème de Gauss. Celui-ci appartient au domaine de l'électrostatique. Electro- tout le monde comprend qu'il

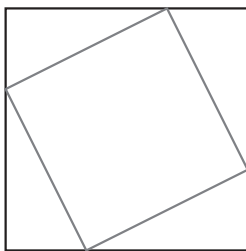
s'agit d'électricité, -statique veut dire qu'il y a des charges électriques mais pas de courant.

Et ici, que je le veuille ou non, me reviennent en mémoire les cours de physique que j'ai subis en classe de mathématiques supérieures, il y a, euh... quarante ans. J'extrais mon Ravaille de son étagère. Pourquoi j'ai gardé ce livre, je ne sais pas trop. Il n'a pas été ouvert très souvent. Peut-être attendait-il simplement ce jour. C'est un volume broché de quatre cent quatre vingt dix-huit pages, couvert de plastique transparent, il porte le titre *Électrostatique Électrocinétique* et un copyright de 1964 (de plus en plus vieux...). Il commence par un portrait, non, pas de Gauss, mais de Coulomb (Charles Coulomb, fondateur de l'électrostatique 1736–1806). La colle qui maintenait les cahiers entre eux a un peu vieilli mais pas le papier, un papier glacé resté d'une belle blancheur depuis les années 1970. Inséparable de ce livre est le souvenir du petit amphithéâtre sur la paillasse duquel le professeur de physique faisait, dans une sorte de one-man-show, des expériences, frottant vigoureusement un bâton d'ébonite avec une peau de chat — et je me demandais comment les lycées parisiens étaient alimentés en peaux de chat, s'il y avait quelque part un élevage de chats destiné à fournir ces peaux, je me demandais aussi pourquoi frotter un bâton d'ébonite le charge électriquement (je ne sais pas) et je ne me demandais pas ce qu'était l'ébonite (un genre de matière plastique). En y repensant, je n'arrive plus à croire que cette électrisation par frottement n'ait pas provoqué de ricanements graveleux des jeunes mâles qui formaient l'immense majorité du public, de l'auditoire, et pourtant c'était bien le cas, et je ne me souviens pas que cette question m'ait effleurée moi-même en ce temps-là.

Avec le bâton d'ébonite et la peau de chat, l'odeur des salles de physique du lycée Condorcet me remonte à la gorge. Elles étaient si vétustes qu'elles avaient servi, au temps où j'y étais élève, de décor à un film consacré à Einstein (dont l'action se déroulait cinquante ou soixante ans plus tôt).

Je feuillette le livre, j'y retrouve la cage de Faraday et le pouvoir des pointes, et enfin le théorème de Gauss, et avec lui le malaise qui l'accompagnait il y a quarante ans : mais quelle est donc la signification du mot « théorème » en physique ?

En mathématiques, c'est simple. C'est à la fois très simple et très compliqué... On déduit, par un raisonnement logique, la conclusion du théorème de ses hypothèses. Par exemple : si le triangle est rectangle (hypothèse), alors le carré de son hypoténuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés (conclusion) ; en effet... (démonstration, je vous la passe, ceci n'est pas un livre sur le théorème de Pythagore, mais enfin, si vous y tenez, vous pouvez peut-être en reconstituer une en contemplant la figure).



Mais en physique ? Et le dispositif expérimental, là-dedans ? Le « théorème de Gauss » de mon Ravaille se présente ainsi : il est question du flux d'un champ électrique

à travers une surface (je ne vois pas où et comment la notion de surface est définie, mais admettons que nous sachions de quoi il s'agit), il y a aussi quelque chose qui s'appelle le flux « élémentaire » et qui est noté « $d\psi$ » (prononcer « des psys ») alors que le flux (tout court) est noté ψ .

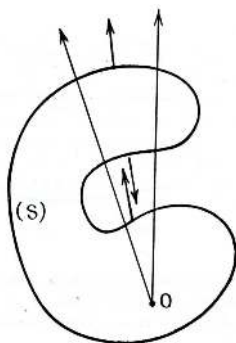


Fig. II.18

Un premier énoncé, en gras, dit

Les charges extérieures à une surface fermée produisent à travers cette surface un flux sortant nul.

Et voici le deuxième (et je dédie celui-ci à celles et ceux qui pensent la physique plus « concrète » que les mathématiques : c'est une version « concrète » de la formule de Stokes (sans formule)) :

ÉNONCÉ. — En résumé, le **théorème de Gauss** peut s'énoncer ainsi :

Étant données une distribution quelconque des charges et une surface fermée quelconque, le flux du champ électrique sortant de cette surface est égal au quotient par ε_0 de la somme algébrique de toutes les charges situées à l'intérieur de la surface.

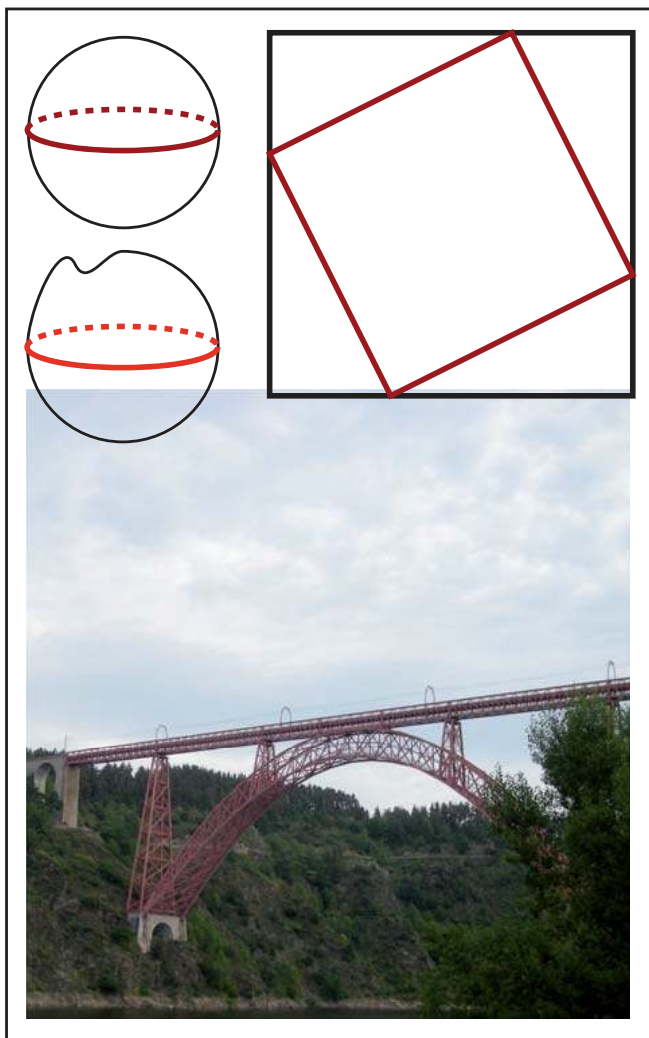
La somme algébrique des charges électriques, une expression dans laquelle le mot « algébrique » veut dire que dans cette somme, il y a des additions et des soustractions, parce qu'il y a des charges positives (que l'on ajoute) et des charges négatives (que l'on soustrait), devrait nous rappeler les averses, les sources et les gouffres évoqués à propos de la formule d'Ostrogradski — le théorème de Gauss est à l'électricité ce que la formule d'Ostrogradski est à la dynamique du fleuve...

→ 1^{er} janvier

La première apparition de « la » formule, d'une formule de ce type, dans les travaux de Gauss, remontait à 1813, alors qu'Ostrogradski avait douze ans et que Stokes n'était même pas né. Dans un article (en latin celui-là aussi) Gauss avait montré que si un volume est bordé par une surface, alors le volume de ce volume se calcule par une intégrale sur la surface qui en est le bord. C'est plus tard qu'il y revint, pour des questions d'électricité (le théorème de Gauss dont une version vient d'être énoncée), mais alors la formule d'Ostrogradski existait déjà.

Je n'arrive pas à me persuader que Gauss était conscient que ce théorème et ce que l'on appelle aujourd'hui la formule de Gauss-Bonnet étaient deux énoncés de même nature.

Carl-Friedrich Gauss, qui, sans quitter Göttingen, avait compris le monde sans avoir besoin, ou envie, de le visiter, fut enterré dans le charmant cimetière *Albanfriedhof*, au centre de la petite ville. Sa fille Therese, qui avait vécu avec lui, ce qui veut dire qu'elle s'était occupée de lui et de sa maison, pendant quinze ou vingt ans après s'être occupée de sa grand-mère, se maria quelque temps après.



Figures.



Hermite, timbre Ampère, Kovalevskaya (et sa toupie),
Cartan, timbre Cauchy, 2 francs Morlon.

Non loin du cimetière, un monument célèbre les discussions sur l'électromagnétisme de Gauss avec Eduard Weber. Les cimes des arbres se balancent toujours autour de lui, la coupole de son observatoire s'élève toujours à l'horizon.

Une même formule, décrivant à la fois des phénomènes électriques et de dynamique des fluides, commençait sa transition vers l'abstraction mathématique.

28 février 2012

Je reçois aujourd'hui une (la première) réponse d'un éditeur à ma lettre de janvier.

→ 13 janvier

Négative (mais rapide). Il s'agit des « Presses de l'université de A*** », c'est donc ce que l'on appelle un éditeur institutionnel. Il serait un peu long (et vraiment hors sujet) d'expliquer ici pourquoi cet éditeur s'est retrouvé sur ma liste de destinataires. Sachez en tout cas que je n'ai rien à voir avec A*** ni avec son université. On a sans doute considéré, aux PUA, que ceci est un livre d'histoire, peut-être parce que son premier chapitre se passe en 1862. On a en tout cas demandé à un historien, appelons-le D***, de servir d'expert. C'est en effet, de façon adéquate, un historien institutionnel, universitaire, et il a recommandé à l'éditeur de refuser mon projet, avec l'argument suivant :

La distance qui sépare la connaissance (scientifique) de l'imagination fait partie des principes qui me conduisent à recommander de refuser ce texte.

Ce que l'on peut écrire (ici je ne résiste pas à une authentique blague de mathématicienne), avec des notations « évidentes »

$$d(c(s), i) \in \mathcal{P} = \{p \mid p \Rightarrow r\},$$

si, si ! Une distance (qui est un nombre) est un élément d'un ensemble de principes. Mais alors, je vous le demande, tous les principes sont-ils des nombres ?

Je persifle... Je soupçonne que D*** a éprouvé beaucoup de plaisir à donner une leçon de rigueur scientifique à une mathématicienne et que c'est la raison principale qui lui a fait écrire cette phrase. La phrase et son principe (mais pas la formule, que j'ai inventée pour, disons, prendre un peu de recul) sont inclus dans la lettre de refus. Et en effet, le projet, dont j'avais pourtant bien expliqué qu'il s'agissait d'un roman, n'entre pas dans la case « histoire-des-sciences » et même pas d'ailleurs dans la case « histoire ». Heureusement, le gars D*** n'a pas eu en mains le chapitre sur la mort de Kovalevskaya et la formule d'Ostrogradski : dans un livre d'histoire, on n'imagine pas le motif floral d'un papier peint.

Serait-ce que les historiens certifiés conformes, ceux qui ont le mot « histoire » sur leurs diplômes, leurs arrêtés de nomination et leurs feuilles de paie, n'aiment pas les points d'interrogation ? Ici une digression serait possible sur le rôle et la valeur des *affirmations* (ce que l'on a déjà trouvé, prouvé) et des *interrogations* (ce qu'on cherche encore) dans la recherche (scientifique, mais oui, mais oui). J'y reviendrai.

En attendant, c'est une réponse. Rapide (mais négative).

MARS

2 mars

1864, Ampère

Le 2 mars 1864, un décret donna le nom d'Ampère à une rue du XVII^e arrondissement de Paris. André-Marie Ampère était mort depuis 1836, mais la ville venait d'annexer la plaine Monceau et il y avait des rues à nommer. Plusieurs voies de ce quartier (au moins vingt-sept, me souffle-t-on) reçurent ainsi des noms de scientifiques.

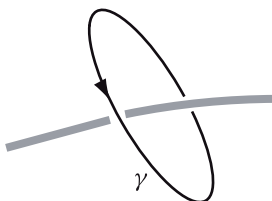
Il y a aussi un théorème qui porte le nom d'Ampère. Il affirme que « la circulation, le long d'un circuit fermé, du champ magnétique engendré par une distribution de courant est égale à la somme algébrique des courants qui traversent la surface définie par le circuit orienté, multipliée par la perméabilité du vide ». Au cas où, malgré la poésie de la perméabilité du vide, ceci ne serait pas clair : un courant électrique crée un champ magnétique, et le théorème en question permet d'évaluer ce champ

magnétique. La formule

$$\oint_{\gamma} \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I_{\text{enlacé}}$$

sera au moins aussi claire que l'énoncé...

Ici l'intégrale est ornée d'un petit rond, ce qui sous-entend (pour ceux qui savent) que le γ (la lettre grecque gamma) qui est son autre ornement désigne un « chemin fermé ». Ce chemin fermé enlace les courants électriques. Enlacer, ici, c'est ce qu'on voit sur la figure, le fil électrique est enlacé par le petit cercle (qui est le chemin fermé) comme un doigt est enlacé par une bague. Le μ_0 (lire mu zéro, mu est encore une lettre grecque, pourquoi zéro, sans doute pour représenter le vide) est la perméabilité du vide (oui, on peut trouver ça moins poétique).



Cet énoncé est au champ magnétique créé par un courant électrique ce que le théorème de Gauss est au champ électrique créé par des charges électriques.

Il n'est pas absolument certain qu'il ait été connu d'Ampère. Il semble en tout cas qu'on ne le trouve pas dans son œuvre publié. Est-ce une tradition orale qui lui attribue cette formule ? Qui remonterait, peut-être, à Liouville ? Parce que Liouville avait suivi un de ses cours, pris des notes, dans lesquelles la formule aurait pu se trouver... mais ne se trouve pas ? Il est sûr que, plus tard, Picard

nomma Ampère parmi les auteurs de la formule de Stokes. Mais il n'est pas fait mention d'Ampère dans les notes des → 27 novembre cours d'autres mathématiciens, dans la deuxième moitié du XIX^e siècle, qui auraient pu servir d'intermédiaires entre Ampère, Liouville et Picard, ni dans le cours d'Hermite, ni dans celui de Bertrand. Ainsi les chemins qu'aurait suivis cette tradition orale ne sont pas clairs.

★

Non loin de la rue Ampère, de nombreuses rues du XVII^e arrondissement de Paris portent les noms d'autres scientifiques, parmi lesquels, pour me restreindre à ceux présents dans ce texte, ceux de Denis Poisson, de Faraday, de Legendre, de Navier, de Poncelet, et même de Ruhmkorff — celui des bobines dont Stokes parlait à sa fiancée. → 5 janvier

9 mars

1931, Cartan

Qu'il pleuve ou qu'il vente, pendant des siècles, l'Académie des sciences s'est réunie tous les lundis après-midi, quai Conti, à Paris. Il y a des comptes rendus publiés de ces séances, il y a aussi des archives, de sorte que l'on peut savoir, souvent avec précision, ce qui s'est fait ou dit tel ou tel jour (tel ou tel lundi) dans la grande salle des séances. Ceci fait beaucoup de sources sûres, fiables, datées. Outre le rôle important que jouait l'Académie des sciences de Paris aux époques auxquelles s'intéresse ce livre, cette abondance explique que tant de ses chapitres aient cette institution pour cadre.

Le 9 mars 1931 était un lundi et il y eut une séance ce jour-là. Elle vit l'élection, à la quasi-unanimité, d'un

nouveau membre, qui prendrait la place laissée vacante par la mort de Paul Appell le 24 octobre précédent. Ce nouveau membre s'appelait Élie Cartan. Il avait soixante-deux ans, nettement plus que l'âge moyen de ceux qui furent élus entre 1900 et 1942, qui était de cinquante ans. Par exemple, l'élu géomètre suivant, Gaston Julia, qui remplaça Paul Painlevé, n'avait que quarante et un ans lors son élection en 1934.

On sait aujourd'hui qu'Élie Cartan était un des esprits les plus originaux des mathématiques de son temps et qu'il a transformé la géométrie en profondeur. Nul plus que lui ne méritait le nom de « géomètre », qui désignait, de façon déjà un peu anachronique, les mathématiciens « purs » (certains mathématiciens étaient classés parmi les mécaniciens, d'autres parmi les astronomes).

Il n'est pas certain que ses contemporains aient eu pleinement conscience de la valeur scientifique d'Élie Cartan. Après ses études à l'École normale supérieure, il avait occupé divers postes dans des universités de province, en particulier à Nancy, avant de devenir professeur à la Sorbonne et de s'installer, avec sa femme et leurs quatre enfants, au Chesnay, près de Versailles. Il était modeste, courtois, discret. La plupart des outils de la géométrie différentielle, il les avait inventés ou perfectionnés. Notamment, les formes différentielles, dont font partie, qu'on l'ait su ou non, tous les

$$(\nabla \cdot F) dV, \quad u dx + v dy + w dz, \quad M_{i_1 \dots i_{r+1}} \alpha_{i_1 \dots i_{r+1}} dS_{r+1}$$

que Stokes, Kelvin et Volterra utilisent sans les nommer et que nous avons vu apparaître dans les intégrales des différentes « formules de Stokes ».

→ 9 avril

→ 1^{er} janvier
→ 16 janvier
→ 3 février

Et, via leur intégration et (justement) la formule de Stokes, leur utilisation possible pour étudier globalement ces objets de la géométrie que sont les courbes, les surfaces, les « variétés ».

12 mars

1935, Goursat

Le 12 mars 1935 était un mardi. Il n'y avait donc pas de séance à l'Académie des sciences. Édouard Goursat, qui était retraité, était donc chez lui, à Paris, rue de Navarre, en face des arènes de Lutèce. L'homme éminemment stable que semble avoir été Édouard Goursat a vécu à de nombreuses adresses (sans même prendre en compte son passage à Toulouse). Une de ces adresses parisiennes fut rue Denfert-Rochereau. Une certaine ironie fait que le tronçon de cette rue qu'il avait habité fut baptisé, dix ans après sa mort, du nom de l'écrivain Henri Barbusse, dont il n'est pas sûr que Goursat connaissait et appréciait l'œuvre, et dont il est certain qu'il désapprouvait les opinions politiques.

→ 7 juillet

Ce jour-là, Goursat reçut la visite du sculpteur Morlon. La renommée de Pierre-Alexandre Morlon lui était venue de la première guerre mondiale. Pas parce qu'il s'y était conduit en héros, mais parce qu'on lui avait commandé de nombreux monuments aux morts, par exemple celui de sa ville natale, Mâcon, et des médailles, parmi lesquelles la médaille « interalliée », une décoration. Pierre-Alexandre Morlon était devenu un médailliste réputé : il fut ainsi l'auteur d'une Marianne, de profil, avec une couronne d'épis de blé et feuilles de chêne sur la cocarde, que l'on vit sur les pièces de monnaie jusqu'à l'avènement

du « nouveau franc » en 1960. Il fit poser Goursat devant l'objectif et lui dit qu'il le préviendrait dès qu'il aurait à nouveau besoin de lui.

Goursat trouva que c'était un homme charmant et l'écrivit deux jours plus tard à son collègue Henri Villat, qui organisait la cérémonie de son jubilé.

→ 20 novembre

C'est pour cette occasion que Morlon réalisa un portrait de Goursat, avec sa barbiche et son allure modeste, sur une médaille que les collègues qui le désiraient achetèrent en souscription. On ne lui avait sans doute pas demandé de le faire, alors Morlon ne fit aucune allusion aux mathématiques d'Édouard Goursat sur la médaille. Il est vrai que le théorème de Goursat

$$f(a) = \frac{1}{2i\pi} \int_{\Gamma} \frac{f(z) dz}{z - a}$$

est une formule de Cauchy, qui figure d'ailleurs sur un timbre français émis en 1989 à l'occasion du bicentenaire de Cauchy.

★

La pratique des jubilé et des médailles était florissante et le resta assez longtemps. On peut se demander ce que sont devenues toutes ces médailles. Certaines sont rangées dans des fonds d'archives. Il y en a une trentaine (dont la médaille Goursat) dans celui d'Albert Châtelet aux archives départementales du Pas-de-Calais. Il arrive aussi que l'une ou l'autre soit mise en vente sur internet. Je ne suis pas ces ventes de très près, mais il m'est arrivé, par hasard, il y a quelques années, d'acheter un Julia qui ne coûtait que cinq euros. *Sic transit gloria...*

18 mars**1882, Hermite**

Le 18 mars 1882, à la Sorbonne, Charles Hermite prononça la première leçon de son cours du deuxième semestre. Il avait alors soixante et un ans et était déjà le mathématicien français « phare » de son époque.

→ 24 janvier

Ses cours impressionnaient tous les auditeurs. Il pénétrait dans l'amphithéâtre précédé d'un appariteur. Il commençait à parler et, sous sa chevelure blonde et bouclée, sous son front large, son visage se transfigurait, ses yeux bleus brillaient. Les étudiants le trouvaient véritablement beau. Il déployait une éloquence particulière, avec un enthousiasme grave et solennel où il y avait une sorte de tendresse passionnée. Il faisait passer dans l'assistance comme un frisson de beauté ou de mystère, devant une découverte ou devant l'inconnu.

Pendant la leçon, il arrivait qu'une femme se glissât entre la chaire et le tableau noir, apportant un bol de liquide chaud. C'était Adélaïde, la gouvernante des Hermite, qui avait traversé la place de la Sorbonne avec le grog et que l'appariteur avait fait entrer.

Hermite avait une théorie : il ne fallait pas que ce soit trop facile à comprendre. Alors il ajoutait des difficultés artificielles, pour obliger ses auditeurs à être attentifs. Par exemple, il désignait deux des variables qui intervenaient dans sa démonstration par les lettres grecques Θ (thêta θ majuscule) et H (qui n'est pas un h majuscule mais un êta η majuscule)... que bien entendu il prononçait grand thêta et grand êta. Déroutant !

Au premier rang, Henri Andoyer, un élève de deuxième année à l'École normale supérieure, prenait fébrilement

des notes — et c'est grâce à lui que nous connaissons le contenu du cours d'Hermite. C'était ce qu'on appellerait aujourd'hui un cours d'analyse complexe.

★

Le 18 mars 1882 était un samedi. La deuxième leçon fut professée le mercredi suivant, 22 mars. Les autres ne portent pas de date. C'est donc avec un peu d'imprécision que nous parlerons de la huitième leçon, « quelques semaines » plus tard. Au cours de celle-ci, Hermite voulut démontrer que l'intégrale de Cauchy $\int_{\gamma} f(z) dz$ ne dépendait pas du chemin γ (sous certaines hypothèses, bien sûr). Il expliqua assez longuement qu'à ce moment il abandonnait la méthode de Cauchy pour celle de Riemann, que d'ailleurs, dit-il, on trouve en germe dans les exercices de Cauchy. Il cita un livre de Carl Neumann, fit référence à Laplace et à Poisson, et surtout

au géomètre anglais George Green, dont le génie n'a été complètement reconnu qu'après sa mort,

et à leurs

résultats de la plus haute importance sur la distribution de l'électricité à la surface d'un corps ou dans la théorie du Potentiel. C'est précisément sur un cas particulier d'un théorème célèbre de Green [...] que Riemann a fondé sa méthode.

Et il démontra la formule de Green, que Riemann avait prouvée dans sa thèse (sans indiquer de référence) et que l'on appelle aujourd'hui formule de Green-Riemann

$$\iint \left(\frac{dV}{dx} - \frac{dU}{dy} \right) dx dy = \int_S (U dx + V dy),$$

puis le théorème de Cauchy.

★

→ 10 juin

Charles Hermite admirait les travaux de Riemann. Il le redit dans la préface qu'il écrivit pour la publication en français des *Œuvres complètes* de Riemann, en 1898. À cette mention, il est impossible de ne pas ajouter que c'est... notre second rôle Édouard Goursat qui corrigea les épreuves de cette traduction.

Le cours d'Hermite de 1882 n'était pas le premier, même à Paris, dans lequel cette démonstration était donnée. Le théorème de Cauchy est ce fameux théorème, qui n'était vrai qu'en général dans le « cours de l'École polytechnique » de Joseph Bertrand — il n'y portait d'ailleurs pas de nom.

→ 20 janvier

31 mars 2012

Il y avait ce soir une réunion de l'Oulipo. Je suis rentrée en métro avec AB. J'avais parlé du livre en cours sur la formule de Stokes, raconter des histoires sur les mathématiques et les hommes pour raconter l'histoire. J'avais expliqué que ce serait illustré, mais pas forcément de façon plate — une image des chutes du Niagara à l'évocation des fleuves ukrainiens, un timbre commémoratif à celle d'une plaque de rue, un pont de chemin de fer d'Auvergne à celle d'un pont de chemin de fer d'Écosse, par exemple. Qu'il y aurait des ponts, des figures mathématiques et des mathématiciens.

— Je n'ai rien dit pendant la réunion, dit AB, mais... il n'y a pas de femmes, dans ton projet ?

— Eh bien, il y a Mary Robinson, tout au début, à qui son fiancé interdit d'écrire des formules. Et il y a Sophie. Il y aura Anna Cartan.

Je me défendais. Car c'était bien une attaque. Douce et aimable, mais une attaque quand même. Je les passai tous mentalement en revue, Gauss, Ostrogradski, Green, Thomson, Stokes, Riemann, Beltrami, Volterra, Poincaré, Bühl, Goursat, Cartan, de Rham, Kähler, Weil, les obscurs, les sans-grade, avec les maréchaux et les autres, une armée, des hommes.

— Ce sont des hommes. Kovalevskaya participe à mon enthousiasme pour la beauté des formules.

Et là je ne pensais pas aux formules de son papier peint mais aux fonctions hyperelliptiques grâce auxquelles elle put écrire les solutions des équations décrivant le mouvement de sa toupie, après qu'elle eût écrit ces équations sous la forme

$$\begin{cases} 0 = \frac{ds_1}{\sqrt{R_1(s_1)}} + \frac{ds_2}{\sqrt{R_1(s_2)}} \\ dt = \frac{s_1 ds_1}{\sqrt{R_1(s_1)}} + \frac{s_2 ds_2}{\sqrt{R_1(s_2)}} \end{cases}$$

mais je ne parlai pas de ces équations à AB.

— Elle-même ne participe pas à la mise au point et à la vie de la formule de Stokes. Aucune femme mathématicienne (et encore moins physicienne) dans l'histoire de cette formule !

— Tu penses à tous les rôles que jouent les femmes ?

★

Le métro arrivait à Strasbourg-Saint-Denis. Je me levai, l'embrassai et descendis, pris le couloir de correspondance. Avant même d'arriver à Ledru-Rollin, je savais ce que je voulais faire. Non, je n'allais pas ajouter la sœur de

Poincaré ou la femme d'Ostrogradski, dont je ne sais rien puisque personne n'en parle.

Mais pourquoi donc n'y a-t-il pas de femmes dans cette histoire ?

AVRIL

3 avril

1893, Goursat

À la mairie du xiv^e arrondissement, à Paris, le 3 avril 1893, l'employé de l'état civil reçut trois hommes qui lui présentèrent un bébé âgé de deux jours. L'un des hommes était le père, il avait trente-cinq ans, était maître de conférences à l'École normale supérieure et l'enfant était son premier enfant. Les deux autres, les témoins, étaient un oncle paternel et le grand-père maternel de l'enfant. Celui-ci (celle-ci) était de sexe féminin, ce qui fut dûment enregistré. On lui donna le prénom de Marguerite, et ce fut consigné dans le même registre, avec les noms et adresse (112 boulevard Arago) du père et de la mère et ceux des témoins (l'adresse du grand-père était aussi 112 boulevard Arago). Tout cela constitue aujourd'hui l'acte de naissance de Marguerite Goursat.

Moins de quatre ans plus tard, la fillette commençait à savoir lire et le troisième homme, son grand-père, qui

s'appelait Alphonse Rebière, lui dédicaca son livre « Les femmes dans la science » :

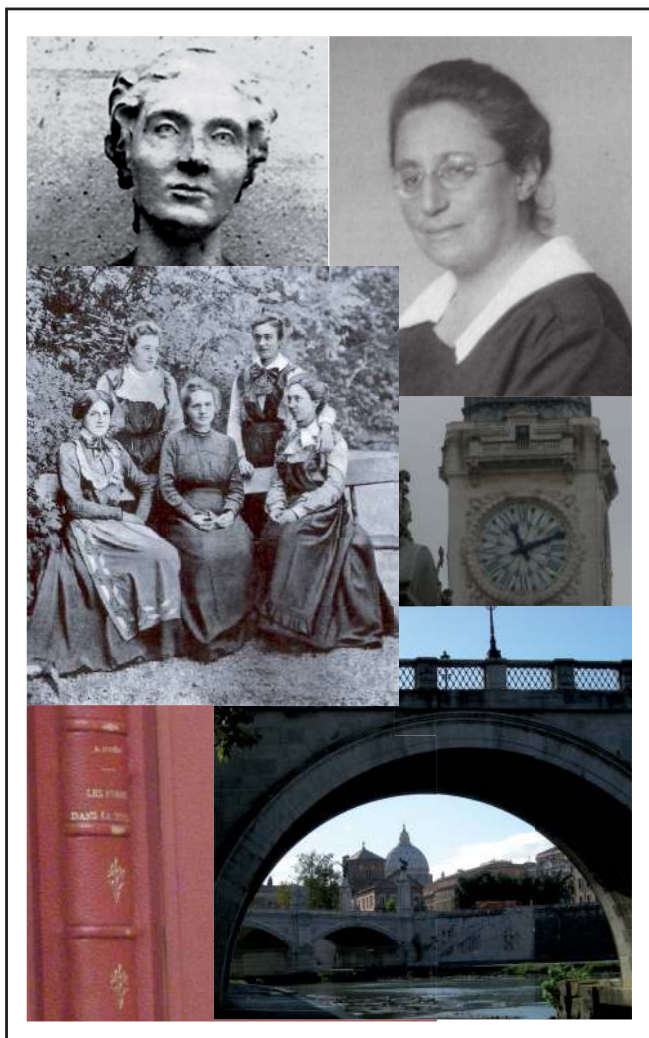
À ma petite fille
Marguerite Goursat

Tu n'as pas quatre ans, mon enfant, et tu commences à peine à lire. Je désire que tu ne saches jamais autant de mathématiques que ton papa Édouard.

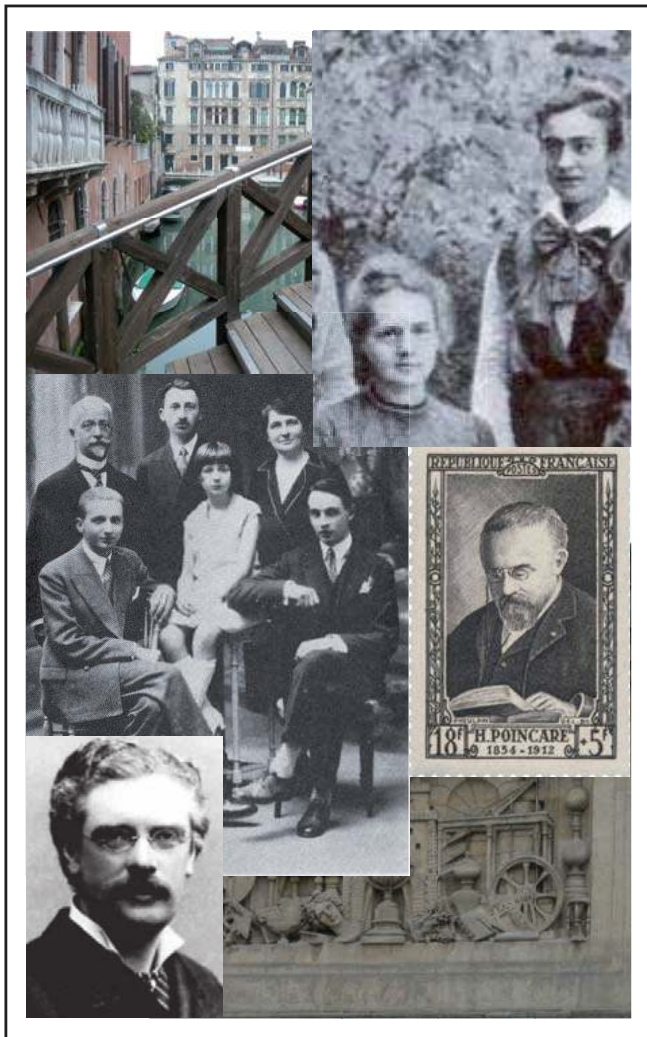
Des études qu'a faites (ou pas) cette fillette précoce, je ne sais rien. Il est certain que le vœu de son grand-père a été exaucé et qu'elle ne sut jamais autant de mathématiques que son père. Le registre d'état civil contient des mentions marginales grâce auxquelles nous savons que la petite Marguerite épousa, le 3 février 1914, avant même d'avoir vingt et un ans, un médecin nommé Pasquet.

L'exemplaire des « Femmes dans la science » que je possède m'a été donné par une petite-fille d'Élie Cartan. Il a appartenu à une femme de cette famille, mais je ne sais pas précisément à laquelle. La reliure rouge porte une belle gravure dorée un peu ternie, une couronne de lauriers et une inscription « Lycée de jeunes filles Bordeaux ». Ce fut certainement un livre de prix. J'en ai lu de nombreuses fois la dédicace sans réaliser ce qui y était écrit — je ne voyais pas la négation.

Aucune femme n'a contribué aux parages de la formule de Stokes dans la période dont nous parlons ici. Il n'y a d'ailleurs presque aucune formule mathématique dans le livre du grand-père Rebière. Le « presque » ici est assez précis : dans l'article consacré à Sophie Germain, on peut lire qu'elle a démontré que les nombres de la forme $x^4 + 4$ sont produits de deux nombres entiers.



Sophie Germain, Emmy Noether, Marie Curie et ses élèves,
Gare de Lyon (Paris), livre de Rebière, Saint-Pierre (Rome).



Venise, Marie Curie et Anna Cartan, famille Cartan, Poincaré, Mittag-Leffler, École polytechnique.

Peut-être Rebière pensait-il, comme Stokes, que les formules étaient trop compliquées pour les lectrices de son ouvrage (ici le féminin n'est pas neutre, il est clair que le public visé par ce livre est constitué de femmes).

→ 5 janvier

De sorte qu'il n'a même pas jugé utile d'écrire

$$x^4 + 4 = (x^2 + 2x + 2)(x^2 - 2x + 2)$$

(ce qui démontre le théorème).

6 avril

1908, Goursat

L'idée d'organiser des congrès internationaux de mathématiques, dont la Société mathématique de France et d'autres sociétés savantes avaient discuté en 1895, devait répondre à un besoin puisqu'elle porta rapidement ses fruits.

→ 9 janvier

Le premier de ces congrès se tint dès 1897 à Zurich, le suivant à Paris en 1900 (c'est à cette occasion que Hilbert énonça ses fameux problèmes pour le xx^e siècle), puis ce fut Heidelberg en 1904 et, le 6 avril 1908, le quatrième congrès international des mathématiciens s'ouvrit dans la grande aula de l'université, via della Sapienza, à Rome.

Cinq cent trente-cinq mathématiciens participèrent à cette rencontre, qui commença par des déclarations, des discours de bienvenue et des allocutions. Comme il était d'usage, le progrès de la science et de l'humanité fut invoqué. Puis commença le programme scientifique. On entendit de grands et beaux exposés, donnés en italien, en français, en allemand et même, pour quelques-uns, en anglais (vingt-deux Anglais, seize Américains et un Canadien

étaient présents), par les mathématiciens en vue du moment, Volterra, Mittag-Leffler... C'est Gaston Darboux qui lut la conférence de Poincaré sur « l'Avenir des Mathématiques ». On se réunit aussi dans des sessions thématiques où l'on écouta et discuta d'autres communications.



Ce congrès fut le premier (et presque le dernier) congrès international auquel vous participâtes.

→ 22 septembre

Vous n'étiez pas membre du comité international prestigieux qui avait préparé la réunion, contrairement à vos compatriotes Appell, Darboux, Léauté, Painlevé, Picard et Poincaré. Vous figurez simplement sur la liste des participants, avec une erreur sur l'initiale de votre prénom, Goursat F., Prof., Paris, y lit-on, mais il n'y a aucun doute, c'est bien de vous qu'il s'agit. Vous ne vous êtes pas fait accompagner de votre épouse, contrairement à Émile Borel, dont le nom sur la liste est suivi, en retrait, de celui de M^{me} Borel, ni de votre fille comme l'a fait Max Noether, qu'accompagnaient (en retrait) Frau Noether et Frl. Noether E., Dr., ni de votre sœur, et cette fois c'est à Élie Cartan, avec M^{me} Cartan et M^{lle} Cartan qu'il est fait allusion.

Plusieurs de vos travaux, qualifiés de *valuable investigations*, furent cités dans l'exposé que donna dès le premier jour le mathématicien anglais Andrew Forsyth sur les équations aux dérivées partielles du second ordre, par exemple à propos de celles de la forme

$$s = f(x, y, z, p, q)$$

c'est-à-dire

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = f \left(x, y, z, \frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y} \right),$$

mais vous-même ne donnâtes aucun exposé, ne présidâtes aucune session. Vous écoutâtes peut-être, au cours d'une des sessions, l'exposé sur « le théorème d'Ampère-Stokes et le postulatum d'Euclide », que donna Jules Andrade, professeur à l'université de Besançon, et peut-être vous souvîntes-vous du scandale qu'il avait provoqué, avec sa lettre ouverte, juste après « J'accuse...! » en 1898.

→ 16 janvier

★

Une des sessions parallèles fut consacrée à l'enseignement secondaire des mathématiques dans les différents pays représentés au congrès. Il est possible qu'Anna Cartan (c'était la « M^{lle} Cartan » qui accompagnait Élie et Marie-Louise Cartan) ait assisté à ses réunions.

→ 9 avril

Elle était professeur au lycée de Dijon mais s'apprêtait à partir, l'année suivante, pour un long voyage autour du monde qui lui permettrait de visiter un certain nombre d'établissements d'éducation. Elle n'était sûrement pas venue à Rome uniquement pour les ruines et les musées. Il est difficile de croire qu'Emmy Noether (*Frl., Dr.*) n'avait pas été décomptée parmi les mathématiciens, mais c'est pourtant le cas. Il est certain qu'elle non plus n'était pas venue à Rome pour participer aux activités qu'organisait le Comité des Dames (*comitato delle Signore*), mais il ne reste aucune trace de sa présence ; elle ne fit pas d'exposé et aucune de ses possibles interventions dans les différentes sessions n'a été enregistrée. Qu'on ne me dise pas qu'elle

était trop jeune : elle avait vingt-quatre ans et était déjà docteur.

Aucune femme, d'ailleurs, ne fit d'exposé au cours de ce congrès. Il faut pourtant mentionner la Signorina Dottora Laura Pisati, qui devait, comme cela fut dit, contribuer au Congrès. Elle avait annoncé un exposé sous le titre « Saggio di una teoria sintetica delle funzioni di variabili complessa », mais hélas, la Signorina Pisati était morte « dans la fleur de l'âge » quelques jours auparavant, le 31 mars. Le Professore Marcolongo déplora cette mort et C.L.E. Moore, le jeune Américain qui servait de reporter à la Société mathématique américaine (AMS) crut comprendre et l'écrivit dans le compte rendu que publia le *Bulletin* de sa Société, que cette contribution serait publiée dans les Actes du Congrès — mais il n'en fut rien.



C'est par le chemin de fer que vous vous rendîtes à Rome. Peut-être prîtes-vous, l'avant-veille de l'ouverture du Congrès, le train de 8^h10. Il fallut vous lever un peu plus tôt que d'habitude, fermer les portes doucement pour ne pas réveiller les enfants qui dormaient à côté, boire le café au lait que votre épouse vous avait fait chauffer, lui donner un baiser sur le palier. Vous descendîtes la rue Denfert-Rochereau avec votre valise jusqu'au boulevard.

→ 12 mars

Peut-être prîtes-vous le tram 7, ancêtre du tram 91, lui-même ancêtre de notre bus 91 ? Ou alors un taxi ? Sur le beffroi de la gare, l'horloge marquait presque huit heures lorsque vous arrivâtes à la gare de Lyon. Vous aviez auparavant acheté votre billet au guichet des relations internationales, vous vous êtes donc rendu directement

sur le quai où la pancarte annonçait les principaux arrêts, Laroche, Dijon, Chalon, Mâcon, Bourg, Culoz, Aix-les-Bains, Chambéry, Modane, Turin, Gênes, Pise, Roma-Termini et, au-delà, Napoli, Reggio, Syracuse. Là sans doute vous avez rencontré des collègues, pas tous les membres parisiens du Congrès, bien sûr, certains étaient partis la veille au soir, ou prendraient le soir même le train à wagons-lits, plus rapide, d'horaire plus commode, partant au moment du dîner pour arriver au début de l'après-midi suivant. Vous vous êtes répartis dans les compartiments, vous avez hissé votre valise dans le filet, vous vous êtes assis à la place près du couloir, dans le sens de la marche. Vous avez gentiment refusé de vous rendre au wagon-restaurant pour prendre votre petit-déjeuner, puisqu'Anne vous en avait préparé un à la maison.

...

Vous avez regardé le paysage, la taille des maisons qui décroît, les fermes, les forêts et les champs. Dans le couloir, vous avez échangé quelques banalités sur le printemps romain, qui devait être si agréable, sur l'impossibilité de rester dans la ville sainte pour la semaine sainte, le Congrès se terminant le dimanche des Rameaux. Il se peut qu'Anna Cartan soit montée dans le train à Dijon, à onze heures, pendant que vous vous dégourdissiez les jambes sur le quai, et qu'elle ait rejoint son frère et sa belle-sœur dans le compartiment voisin du vôtre, où ils lui avaient réservé une place.

...

Vous avez sorti un cahier et un petit crayon bien taillé et vous avez essayé de travailler, mais vous n'étiez pas très concentré. Vous leviez souvent les yeux. Vous avez essayé

de lire les noms des gares que le train-rapide traversait sans s'arrêter.

...

À la gare de Modane, la police française est passée dans les compartiments. Vous avez tendu votre passeport. Puis des douaniers italiens vous ont obligé à descendre votre valise et à l'ouvrir, à déballer vos chaussettes, vos chemises et vos petits cahiers, puis à tout ranger, moins bien que ne l'avait fait Anne. Ils ne vous ont même pas aidé à remettre la valise dans le filet à bagages. Enfin, avec des bruits de portières et de sifflets, le train s'est ébranlé, puis est entré dans le tunnel du Mont-Cenis.

...

Il se peut que Guido Fubini, qui était professeur à Gênes, Genova, soit lui aussi monté dans le train, à dix heures et demie du soir, qu'il y ait eu des présentations et des exclamations de plaisir, comme les aiment les Italiens. Sans doute avez vous ensuite fermé un œil, brièvement, persuadé que vous ne dormiriez pas.

→ 19 janvier

...

Les sifflets, les halètements et les crisements des autres trains vous réveillèrent. Le train s'arrêta, vous étiez à Rome, vous entendiez les cris des porteurs. Vous vous êtes levé, avez pris votre valise. Vous avez quitté le compartiment.

★

La dernière réunion du Congrès, le samedi après-midi, avant l'excursion au Tivoli du dimanche (des Rameaux) accepta l'invitation de la *Philosophical Society* à tenir le cinquième Congrès à Cambridge en 1912 (ainsi les Anglais

s'impliquaient), et celle de Mittag-Leffler (avec le soutien du roi de Suède) pour le suivant à Stockholm en 1916.

9 avril

1869, Cartan

Élie Cartan naquit à Dolomieu, près de Grenoble, le 9 avril 1869. Son père était le maréchal-ferrant de ce village. Sa mère prenait soin de la maison, du jardin, des enfants et, quand il lui restait un moment, elle s'occupait, dit-on, à tisser du fil de soie, ce qui sous-entend probablement que la famille avait des mûriers et élevait des vers à soie. Parmi les ancêtres d'Élie Cartan, il y avait eu aussi des fermiers et même un meunier.

Élie était le deuxième enfant. Sa sœur aînée devint couturière et son frère cadet forgeron. Après l'école de la commune, le collège de Vienne, le lycée de Grenoble, le lycée Janson-de-Sailly à Paris, Élie Cartan entra à l'École normale supérieure (en 1887). La benjamine de la fratrie, la petite Anna, entreprit comme son grand frère des études de mathématiques. Elle suivit la filière d'excellence que pouvaient suivre les filles, l'École de Sèvres, où elle bénéficia de cours de mathématiques et de physique donnés par des professeurs fameux, dont le plus fameux était Marie Curie.

Elle en sortit agrégée de mathématiques et professeur de lycée. Elle fut l'auteur de plusieurs manuels de mathématiques destinés aux élèves des classes de 6^e, 5^e, 4^e et 3^e, dans lesquels on peut apprendre les bases des mathématiques, mais aussi, par exemple, comment extraire une racine carrée, et de belles égalités comme

$$\frac{2}{5} = \frac{6}{15} = \frac{14}{35} = \frac{2+6+14}{5+15+35}.$$



À l'École normale supérieure de la rue d'Ulm, l'élève Élie Cartan eut lui aussi des professeurs prestigieux, même si pas autant que Marie Curie. Je ne retiendrai ici que ceux qui sont cités ici ou là dans ce livre, Hermite, Tannery, Darboux, Appell, Picard et, bien entendu, aussi Goursat.

12 avril 2012

Cet après-midi, j'ai téléphoné à E***, qui dirige « F***, éditeurs », une petite mais ancienne maison d'édition, surtout scientifique mais pas seulement. D'ordinaire, c'est plutôt lui qui m'appelle, pour me réclamer un livre. Une des idées maîtresses de sa politique éditoriale (ce qui est peut-être un grand mot) est de fouiller les pages ouèbes des scientifiques et de leur proposer de publier leurs notes de cours. Il s'accroche en particulier à mon cours d'analyse complexe. « Vous privez les étudiants d'un livre », me dit-il, sans parvenir à me culpabiliser : je sais très bien que ce que veulent les étudiants, ce sont des pages internet sur lesquelles on trouve facilement des corrigés des exercices qu'on leur a demandé de chercher — la notion de livre les laisse complètement indifférents. Bref. Cette fois, c'est moi qui l'appelle. Politesses. Politesses en retour. Échange de politesses, disons. Puis j'en viens au fait (je l'avoue, je suis quelqu'un d'assez direct).

— Je vous ai envoyé un projet de livre, il y a environ trois mois, et vous ne m'avez pas répondu.

— C'était quoi, déjà ?

J'ai failli raccrocher. D'autant plus que je l'entendais mâcher son chewing-gum. Vulgaire. Peut-être pas au point de faire claquer des bulles, mais vulgaire quand même. J'ai

posé l'extrémité de mon auriculaire droit contre celle de mon pouce droit (je téléphone de la main gauche), un petit signe que je me fais pour me souvenir, pour essayer de me souvenir, qu'il faut que je reste calme. J'ai respiré (enfin, inspiré).

- Un livre sur la formule de Stokes.
- Ah oui, je me souviens, maintenant. Non.
- Quoi, non ?
- Non, ça ne va pas.

Il arrive que l'ongle de mon auriculaire finisse par s'incruster dans la chair de mon pouce. C'est un peu douloureux, mais surtout, ça indique que l'objectif « calme » n'a pas été atteint. Il faut alors essayer autre chose. Je sépare mes doigts et plaque fermement ma main droite devant ma bouche. Et comme je ne dis, rien, il doit s'arrêter de mâcher et se remettre à parler.

— Écoutez ! Vous commencez par raconter la mort d'un inconnu. Puis vous nous tartinez des pages sur des réunions ennuyeuses de mathématiciens oubliés. Qui, croyez-vous, va s'intéresser à vos types ? Vous ne voulez pas écrire sur un grand mathématicien ? Ce n'est pas l'anniversaire de Poincaré ? Si vous aimez le roman, il a trouvé sa conjecture en montant dans un tram, non ?

— ...

— Vous m'écoutez ?

— Oui, oui, bien sûr. C'est très intéressant. Merci pour les conseils. Au revoir !

J'ai raccroché et j'ai poussé un cri, une imprécation — mais je ne vous dirai pas quelle injure j'ai appliquée à E***, de F***, éditeurs. De toute façon, personne ne m'a entendue. Poincaré, vraiment ? Et puis il dit n'importe quoi, et je n'ai pu m'empêcher de faire la liste de toutes

les erreurs contenues dans les quelques mots qu'il avait prononcés :

- (1) Ce n'était pas un tram mais un omnibus.
- (2) Ce n'était pas une conjecture, mais bel et bien la théorie des fonctions fuchsiennes.
- (3) Trouver n'était pas le mot exact non plus.
- (4) Et d'ailleurs, ce n'est pas son anniversaire mais le centenaire de sa mort.

Ensuite j'ai ruminé l'idée de lui faire un chapitre « grands hommes » bien macabre, avec une description réaliste et détaillée des circonvolutions riches et profondes du cerveau de Gauss, car, après avoir réalisé un masque mortuaire et des daguerréotypes (Gauss sur son lit de mort), on lui avait enlevé son cerveau, on l'avait examiné et pesé, avec les méninges d'abord puis sans, ce qui donna un poids net de mille quatre cent dix grammes, impressionnant ! D'autant plus impressionnant que Gauss était un homme de taille moyenne. Impressionnant, certes, mais un plus léger que celui de Byron. Plus lourd que celui de Dante. Plus tard, on compara ce cerveau à celui de Dirichlet, ce qui veut dire qu'à celui-là aussi, on avait enlevé le cerveau, et ses circonvolutions étaient aussi riches et aussi profondes, surtout les frontales. Bref, si ces mathématiciens ont été enterrés en toge et avec hymnes et respect, ils étaient décérébrés — et leurs cerveaux font aujourd'hui partie de la collection anatomique de l'Université de Göttingen.

Et puis, lassée de cet étalage de triperie, j'ai repensé à Venise, aux pavés de l'hôtel de Guermantes et aux dalles inégales du baptistère de Saint-Marc. Renoncer à Proust et à Venise pour parler de Poincaré et de Coutances ? Je dédie

moralement à E^{***} la fonction Θ -fuchisienne construite sur une fonction que, en son honneur, je baptise E

$$\sum_k E\left(\frac{\alpha_k z + \beta_k}{\gamma_k z + \delta_k}\right) (\gamma_k z + \delta_k)^{-2m} (z_k + \sqrt{-1})^{-2m} = \Theta(z)$$

(ce qui se lit Thêta de z , et si j'écris Thêta, avec une majuscule, c'est parce que Θ est un thêta majuscule, comme le « grand thêta » d'Hermite).

→ 18 mars

Je vous le dis entre nous : le centenaire Poincaré après le bicentenaire Galois, la mort pour l'un, la naissance pour l'autre, prétextes à de grandes messes où l'on communie dans le culte des grands hommes... je trouve ça épuisant.

16 avril

1895, Poincaré

Henri Poincaré passa une partie des vacances de Pâques 1895 dans sa maison de Lozère, en Seine-et-Oise. Le 16 avril, il écrivit à son collègue et ami suédois Gösta Mittag-Leffler. En ce temps-là, on s'écrivait beaucoup, et ce correspondant de Poincaré recevait un courrier abondant, parce qu'il avait de nombreux amis mathématiciens et aussi parce qu'il avait fondé et dirigeait un superbe journal, *Acta Mathematica*, journal qui, entre parenthèses, existe toujours (et fait partie des périodiques mathématiques les plus cotés). Ici une parenthèse pourrait s'ouvrir, dans laquelle on se demanderait pourquoi une communauté qui persiste à appeler « Journal de Liouville » le *Journal de mathématiques pures et appliquées* et « Journal de Crelle » le *Journal für die reine und angewandte Mathematik* n'a jamais appelé *Acta Mathematica* le « Journal de Mittag-Leffler ». Refermons-la aussitôt, faute d'être capable de la remplir et

revenons à Mittag-Leffler, qui recevait un courrier important et ne jetait jamais rien (enfin, probablement seulement presque rien — cinq d'un coup... il est rare que l'on ait l'occasion d'écrire autant d'adverbes à la suite), ce qui fait, depuis des décennies, le bonheur des historiens. Une digression à propos de Gösta Mittag-Leffler serait vraiment hors sujet ici.

Renonçons-y et revenons donc à Henri Poincaré et à Lozère. C'est peut-être difficile à imaginer aujourd'hui (notez bien, je dis ça pour D***, que je n'imagine pas, je dis qu'il est difficile d'imaginer et ce n'est pas la même chose) mais Lozère, un quartier de Palaiseau, était alors à la campagne et Poincaré, qui habitait 63 rue Claude-Bernard, dans le V^e arrondissement de Paris (et tout contre l'École normale supérieure) avait une maison de campagne à Lozère.

Bref, c'étaient les vacances, notre grand homme était à Lozère et il écrivait une lettre. Il ne précisa pas quel temps il faisait, ni s'il était assis sous le cèdre de son jardin pour faire son courrier, mais il écrivit :

Le Journal de l'École polytechnique a commencé l'impression de mon travail sur *l'Analysis situs* mais cela marche assez lentement.

Ce n'était pas l'information principale de sa lettre, dans laquelle il promettait aussi un article (pas encore écrit) pour « les Acta », ce à quoi Mittag-Leffler répondit immédiatement en acceptant cette promesse et en regrettant que ce ne soient pas les Acta qui publient l'article qui s'imprimait si lentement.

Cet article, *l'Analysis situs*, est l'un des plus célèbres de Poincaré, qui en a écrit beaucoup, et même beaucoup de célèbres. On a compris que le journal qui le publiait était le

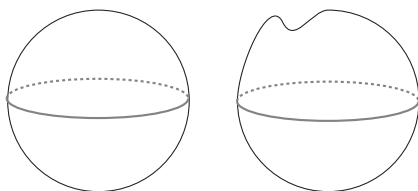
→ 28 février

Journal de l'École polytechnique, mais on ne sait peut-être pas que c'était l'école dont Poincaré avait été l'élève. Après avoir fêté son centenaire en 1894, cette école fêtait, cette année-là, le centenaire de son journal. C'est le quatrième journal dont il est question dans ce chapitre. Il n'est peut-être pas inintéressant de se demander pourquoi on crée un journal scientifique. Le cas de celui-ci est très différent de celui d'*Acta Mathematica*. En 1795, la Convention s'était souciée de justifier, aux yeux du public, le coût élevé pour la Nation de la formation des polytechniciens. Il s'agissait de créer un journal qui montrerait les accomplissements de ces jeunes gens. Cent ans plus tard, ces buts furent répétés dans un « avertissement » publié dans le premier volume d'une nouvelle série, juste avant *l'Analysis situs* de Poincaré : ainsi le plus célèbre ancien élève vivant de l'École polytechnique justifiait l'argent que le pays (et les contribuables) avai(en)t investi dans son éducation.

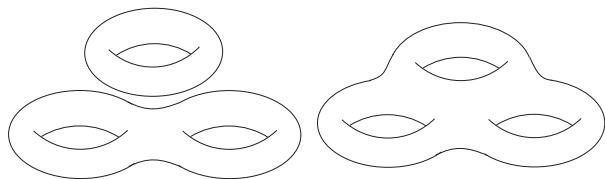
Le titre de l'article, *l'Analysis situs*, qui a déjà été écrit plusieurs fois, désignait ce que l'on appelle aujourd'hui la topologie (algébrique, ou différentielle, s'il faut préciser). Un des objectifs est de décrire un objet géométrique, une surface fermée quelconque, comme disait mon Ravaille, ou → 23 février un hyperespace, comme disait Volterra, de la décrire, mais → 3 février indépendamment des déformations qu'on peut lui faire subir. C'est une idée familière aux mathématiciens, mais qui peut sembler bizarre quand on n'en a pas l'habitude : on ne fait pas de différence entre une boule de pâte à modeler bien ronde et la même un peu déformée, entre un ballon rond et un ballon un peu dégonflé — mais on ne s'autorise pas à déchirer le ballon. Ainsi les deux objets représentés sur la figure sont considérés comme des sphères. Cette idée

de déformation a déjà été évoquée à propos du théorème de Gauss-Bonnet.

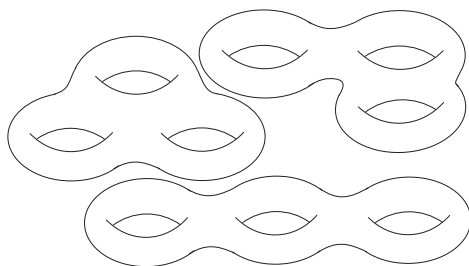
→ 23 février



On se demande alors comment sont faites toutes les surfaces, à déformation près. En d'autres termes, étant donnée une surface, y a-t-il un modèle simple sur lequel on peut la déformer ? Pour les surfaces fermées qui sont le bord de volumes, c'est simple : la surface peut se déformer en une sphère, ou en un tore (comme une bouée) ou en un tore à deux trous (une bouée à deux places) ou à encore plus de trous. Je suis sûre que tout le monde comprend ce qu'est une bouée à deux, trois, ou davantage de places, même si de tels objets n'existent pas dans la vie quotidienne. En tout état de cause, de telles bouées sont représentées ici.

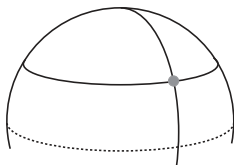


En tout cas, le nombre de trous (de places dans la bouée) ne varie pas lorsqu'on déforme la surface : que les nageurs soient alignés en rang d'oignons ou regroupés autrement, seul leur nombre importe. Il y a différentes bouées à trois places dans cette image. On dit que le nombre de trous est



un invariant. Ce qui est moins évident (mais qui est vrai), c'est que cet invariant est « complet », c'est-à-dire que deux surfaces qui ont le même nombre de trous peuvent être déformées l'une en l'autre.

Ceci, que j'espère avoir expliqué assez clairement, est, si c'est bien le cas, assez simple et peut-être même conforme à l'intuition, mais c'est quand même un théorème, qui mérite une démonstration — pas du tout élémentaire, et qu'il n'est pas question de donner ici.



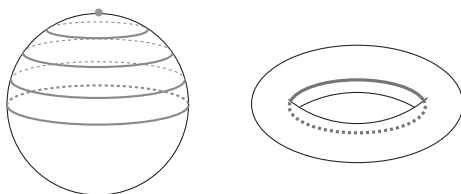
Mais en dimension plus grande ? Ici il est temps de préciser le sens des mots surface et dimension. La dimension d'une surface est 2. Cette phrase veut dire qu'il faut deux nombres, deux coordonnées pour décrire un point d'une surface — comme l'abscisse et l'ordonnée si la surface est un plan, la latitude et la longitude à la surface de la Terre.

Avec des « surfaces » de dimension plus grande (celles que nous avons rencontrées sous le nom d'hyperespaces

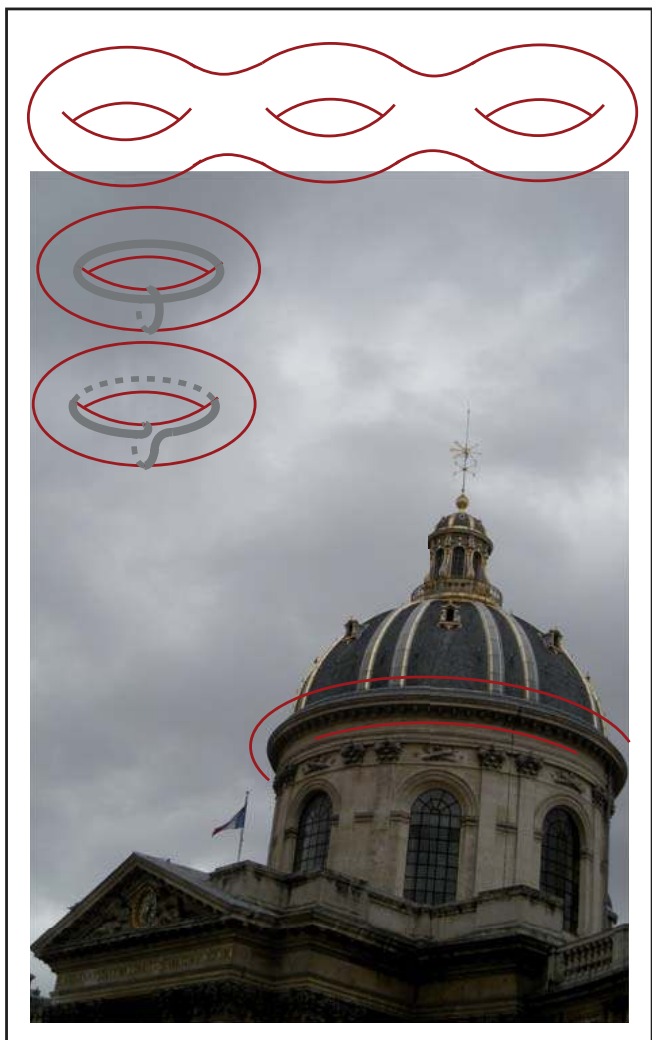
→ 3 février

sous la plume de Volterra) et que l'on appelle, donnons-leur leur vrai nom, des variétés, la situation est nettement plus compliquée. Il ne suffit pas d'un nombre (comme le nombre de trous) pour décrire une variété à déformation près. On fabrique des invariants qui, comme les nombres, appartiennent au domaine de l'algèbre, mais qui sont un peu plus compliqués que des nombres — mais heureusement, ils sont plus simples que les variétés elles-mêmes. C'est pourquoi ce domaine des mathématiques s'appelle la topologie *algébrique*.

On peut construire de tels invariants à partir de courbes dessinées sur les variétés. On s'autorise à déformer ces courbes en les faisant glisser sur la variété. Par exemple, si la variété est une sphère, toutes les courbes peuvent se déformer en courbes de plus en plus petites puis en un point. Ce n'est pas le cas, sur une bouée, de la courbe qui entoure le corps du nageur : celle-ci ne peut être déformée en un point à la surface de la bouée.



Ces courbes « à déformation près », on peut ensuite convenir d'une façon de les ajouter entre elles, comme on ajoute des nombres. La figure de la page 109, par exemple, montre, sur un tore, une façon d'« ajouter » la courbe « autour du nageur » et la courbe « autour de la bouée »... Le résultat s'appelle l'homologie.

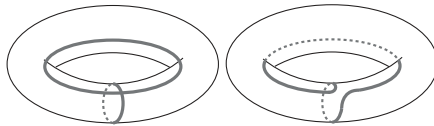


Figures.



Lycée Henri IV (Paris), Édouard Goursat, lacets,
Henri et Hélène Cartan, plaque.

Ainsi, puisque les courbes sur la sphère se déforment en un point, l'homologie de la sphère est « triviale ». Ce n'est pas le cas de celle du tore. L'homologie du tore est formée des couples de deux nombres entiers, les nombres de tours que fait la courbe autour du corps du nageur et autour de la bouée (par exemple, la courbe de la figure, qui fait une fois le tour de chacun, correspond au couple $(1, 1)$).



Bref. C'est donc à l'homologie que s'intéressait Poincaré, dans son gros (cent vingt pages) *Analysis situs*. Il n'y aura pas plus de détails techniques dans ce chapitre. Une des propriétés qu'il démontrait porte le nom de « dualité de Poincaré », mais on s'aperçut rapidement que sa démonstration était fausse. Ce n'était pas la première fois que ça lui arrivait, son cerveau bouillonnait d'idées, il écrivait trop vite, il publiait trop vite. Une digression serait ici possible, qui ramènerait le beau Gösta Mittag-Leffler et son journal *Acta Mathematica*, et même son roi de Suède (dont je ne sais pas s'il était beau), sur le devant de la scène, avec une autre (et féconde) erreur du grand Henri Poincaré. Mais elle sera évitée aux lecteurs.

Pour ce qui nous intéresse, signalons que, dans cet *Analysis situs*, Poincaré définit avec précision l'intégrale sur une variété (orientée (je le dis pour que ce que j'écris soit correct, mais c'est un mot que l'on peut sauter)) de ce que l'on appelle aujourd'hui une forme différentielle. Je

vais définir l'intégrale suivante

$$(II) \quad \int \sum X_{\alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_m} dx_{\alpha_1} dx_{\alpha_2} \dots dx_{\alpha_m},$$

écrivit-il, et c'est ce qui permettrait d'exprimer la formule de Stokes générale, sauf que ceci, il ne le fit pas, de sorte que, disons-le, il rata la formule de Stokes — par ceci, je ne veux pas seulement dire qu'il ne la démontra pas, ce qui est vrai, mais qu'il ne l'utilisa pas.

★

Quelques années plus tard, en 1899, au début du troisième tome de son livre *Les Méthodes nouvelles de la mécanique céleste*, il écrivit bien la formule de Stokes, à peu près comme Volterra l'avait fait dix ans auparavant mais, deux pages plus loin, à l'endroit où nous savons maintenant qu'il faudrait l'utiliser, il invoqua à la place un argument à moitié convaincant...

C'étaient les vacances de Pâques et, dans son jardin de Seine-et-Oise, Poincaré, toujours pressé, se plaignait de la lenteur de l'impression de son article...

17 avril

1930, Cartan, de Rham

Le 17 avril 1930, Georges de Rham se rendit au Chénay (Seine-et-Oise) à l'invitation d'Élie Cartan. De Rham avait parlé de son travail avec Henri Lebesgue, l'attendant à la fin de son cours au Collège de France, saluant respectueusement l'appariteur, un vieux monsieur qui avait connu Liouville, marchant avec lui dans Paris jusqu'à la rue Saint-Sabin, au-delà de la Bastille, où Lebesgue habitait. Puis Lebesgue avait écrit à Cartan pour lui demander de

recevoir le jeune Suisse, dont il souhaitait que Cartan lût la thèse et Cartan avait répondu : « Jeudi 14^h30 ». Enfin de Rham avait pris le train pour Versailles, avait marché jusqu'à l'avenue Montespan et, à deux heures et demie précises, il sonna à la porte.

Élie Cartan le reçut gentiment dans son petit bureau un peu austère. Il faisait trop frais pour que la fenêtre fût ouverte, mais elle laissait voir des feuilles nouvelles sur les branches. Dans la pièce voisine, quelqu'un jouait peut-être du piano, un des fils, ou la petite Hélène, âgée de treize ans. C'était le jeudi suivant Pâques, certainement les enfants étaient à la maison pour les vacances. Élie Cartan fit asseoir le visiteur dans le grand fauteuil Morris, que sans doute de Rham trouva accueillant, et il lui demanda de lui dire d'où il venait et ce qu'il faisait.

— J'ai démontré vos théorèmes, dit de Rham. J'enseigne au collège, à Lausanne, je suis venu à Paris pour les vacances. J'ai lu votre note. Il y a, près du collège, une école d'ingénieurs qui reçoit les *Comptes rendus*.

— Monsieur Lebesgue me l'a dit. Mais j'avais lu votre note de l'année dernière. Vous parlez des théorèmes sur les nombres de Betti et les formes différentielles.

→ 24 juin

— Oui. Vous voyez, j'ai essayé de démontrer des propositions de Poincaré, mais je n'y arrivais pas. Quand j'ai vu vos théorèmes, j'ai tout de suite pensé que c'était pour moi.

C'était la chance de ma vie, pensa-t-il. Je sais qu'il le pensa, ce jour-là ou un autre, mais s'il le dit, ça je ne le sais pas. Élie Cartan dit qu'il était très heureux que cela fût démontré, et qu'il lirait la thèse avec intérêt et attention. Pendant ce temps, je ne peux m'empêcher d'imaginer, dans la pièce voisine, le grand frère rejoignant

la petite sœur, tous deux jouant ensemble, pourquoi pas, *Ma mère l'Oye*, pendant qu'Élie Cartan et Georges de Rham parlaient des belles utilisations de la formule de Stokes. Lebesgue y voyait des théorèmes sur les intégrales multiples, mais Cartan et de Rham étaient conscients qu'il s'agissait d'utiliser les formes différentielles pour définir quelque chose qui ressemblait assez à l'homologie des variétés, pour démontrer le théorème de dualité de Poincaré, etc., etc. Ils s'accordèrent à considérer que, outre la formule de Stokes, le point important était que

$$(\omega')' = 0.$$

Avec gentillesse, souriant, heureux de voir ses idées si bien exploitées, Élie Cartan écoutait de Rham en hochant la tête. Confus d'avoir tant parlé, de Rham se tut, puis s'enhardit à demander à Cartan comment il avait eu cette idée superbe. Cartan réfléchit. Il ne parlait jamais sans avoir auparavant réfléchi à ce qu'il allait dire. « J'ai eu une idée... » Il s'interrompit pendant que, dans les émerveillements et les exclamations du piano, la Bête se montrait à la Belle. Il sourit. « Une idée... baroque, voilà. Je me suis demandé si j'étais capable de calculer l'homologie de la sphère en partant du groupe. » Car Élie Cartan pensait à la sphère via le « groupe des rotations ».

→ 23 juillet



Un peu plus tard, de Rham s'en alla. Cartan écrivit un rapport, le texte de la thèse fut publié, puis de Rham revint de Lausanne pour la soutenance.

→ 23 septembre

MAI

5 mai

1899, Goursat

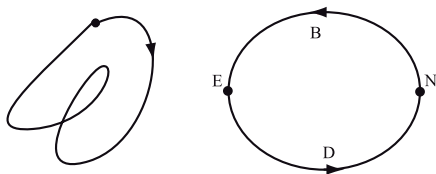
Le 5 mai 1899, la Société mathématique américaine, qui préparait la sortie du tout premier fascicule de son nouveau journal, les *Transactions*, reçut un article d'Édouard Goursat intitulé « Sur la définition générale des fonctions analytiques d'après Cauchy ».

Le mathématicien Louis-Augustin Cauchy, celui-là même qui avait été si puissant pendant la Restauration, était mort en 1857, un an avant la naissance de Goursat. Il laissait une œuvre énorme, tant par son volume (huit → 13 février cents articles, dit-on) que par son intérêt. Un des sujets auxquels il a beaucoup contribué, il serait même juste de dire qu'il l'a créé, c'est l'analyse des fonctions d'une variable complexe, en bref, l'analyse complexe.

La formule

$$\int_{\gamma} f(z) dz = 0$$

est un des théorèmes « de Cauchy ». On y reconnaît un signe d'intégration. Le γ (gamma) qui en décore la courbe inférieure désigne un chemin dessiné dans le plan. Un chemin assez quelconque mais revenant à son point de départ, comme les deux représentés sur la figure : celui de gauche part du point épais, dessine deux boucles en suivant la flèche et revient, celui de droite fait tout simplement le tour, du point E au point E, lui aussi en suivant la flèche. C'est ce que l'usage mathématique désigne improprement sous le nom de « lacet » (il est préférable de penser à du matériel de braconnage qu'à des chaussures).



La première chose à faire pour écrire cette formule était de définir l'intégrale d'une fonction le long d'un lacet. Car il y a aussi un f , qui désigne une fonction, la fonction f , $f(z)$ si on y met la variable z — pour les mathématiciens, il est implicite que la lettre z désigne un nombre complexe. Ce qu'est un nombre « complexe » sera précisé plus tard.

Ainsi, le premier membre a un sens et on peut le calculer. Le théorème de Cauchy affirme que, sous certaines hypothèses, il est égal au deuxième membre, c'est-à-dire que ce calcul donne 0.

À quoi bon, se demandera-t-on, définir $\int_{\gamma} f(z) dz$ (de façon quand même assez compliquée) pour finir par démontrer que cette intégrale est nulle. Examinons le lacet représenté sur la figure de droite : intégrer sur le chemin

de E à N en passant par le bas, puis sur le chemin de N à E en passant par le haut donne zéro. Autrement dit, aller de E (Étoile) à N (Nation) en passant par D (Denfert-Rochereau) ou en passant par B (Barbès-Rochecouart) cela revient au même.

Bref, cette formule est alors un théorème de Cauchy. À cette information, il faut ajouter les huit cents articles du baron Cauchy. Et, fatalement, se demander si, au cours d'une vie de soixante-huit ans, on peut vraiment écrire huit cents articles de mathématiques, c'est-à-dire, avoir les idées, trouver les bons énoncés, inventer les techniques pour les démontrer, écrire les démonstrations avec assez de soin pour s'en convaincre soi-même et assez de détails pour que d'autres puissent les lire, les vérifier, y croire et les utiliser. Sans parler du temps nécessaire à donner son cours à l'École polytechnique et à remplir ses devoirs religieux. Ni du temps perdu à rejoindre Charles X dans son exil, à écrire des vers ou à étudier la grammaire hébraïque. Non, bien sûr, on ne peut pas. C'est donc qu'il manque quelque chose. Certainement pas les idées. Mais il peut arriver qu'une démonstration ne soit pas pleinement satisfaisante. Ou même, tout simplement, ne soit pas.

Or, nous avons besoin du théorème de Cauchy (qui est d'ailleurs, comme nous l'avons appris de la bouche même d'Hermite, une forme de la formule de Stokes, ou → 18 mars une application de la formule de Green) et il ne nous serait d'aucune utilité si personne n'en avait écrit de démonstration vraiment convaincante. Pour écrire une telle démonstration, il faut décider quelles hypothèses on va utiliser. Les hypothèses font partie de l'énoncé du théorème :

Théorème. *Si γ est un lacet « machin » et si la fonction f a la propriété « truc », alors l'intégrale de f sur γ est nulle.*

Passons sur les qualités du lacet, que nous laisserons suivre celles de la fonction. En 1883, Goursat avait écrit une première version de ce théorème, dans laquelle « truc » était « f a une dérivée f' et f' est continue ». Il avait copié sa démonstration dans une lettre qu'il avait envoyée, de Toulouse, à Charles Hermite. À son tour, Hermite avait expédié la lettre à Gösta Mittag-Leffler et elle était devenue un article « Démonstration du théorème de Cauchy – Extrait d'une lettre adressée à M. Hermite » qu'*Acta Mathematica* avait publiée en 1884.

★

Édouard Goursat était un homme réfléchi et un mathématicien de talent. En y repensant, sans doute alors qu'il préparait un cours, il s'aperçut qu'il n'avait pas besoin que f' soit continue. Il le dit à ses étudiants, ou il en parla avec ses collègues, de sorte que cela se sut. Avec une hypothèse très faible, le théorème était toujours valable (et il impliquait que cette fonction f sur laquelle cette hypothèse faible a été faite était extrêmement régulière).

C'est pourquoi William Fogg Osgood, qui était professeur à l'Université de Harvard, aux États-Unis, et qui cherchait des articles pour un nouveau journal, exprima le désir que Goursat fît connaître sa démonstration. Voilà donc comment l'article démontrant le théorème de Cauchy avec la seule hypothèse « f est dérivable » fut publié dans un journal américain. Et c'est ainsi que les mathématiciens américains, dont la science, en 1900, commençait à se développer, apparaissent dans cette histoire.

→ 24 janvier

→ 16 avril

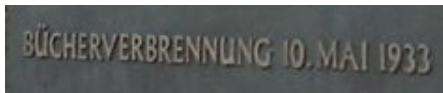
→ 18 novembre

Une nouvelle et irrésistible digression nous entraîne à signaler que ce développement fut assez rapide et s'accéléra encore avec l'importation massive, dans les années 1930 de mathématiciens (et d'autres scientifiques) fuyant la montée des fascismes en Europe, au point que, au cours du xx^e siècle, les États-Unis finirent par s'imposer comme grande puissance scientifique.

10 mai

1933, *Calendrier*

Berlin, Unter den Linden, retraite aux flambeaux, milliers d'étudiants défilent pour jeter dans grand bûcher milliers de livres, jugés immoraux & décadents par régime nazi.



19 mai

1919, *Goursat*

Au cours de sa séance du lundi 19 mai 1919, à laquelle, par une coïncidence qu'il est impossible de ne pas signaler, assistait Vito Volterra, membre associé étranger de l'Académie des sciences de Paris, les membres de cette auguste assemblée élurent Édouard Goursat, alors âgé de soixante et un ans, pour remplacer Émile Picard dans la section de géométrie. Le plus souvent, c'est la mort d'un académicien qui laisse une place vacante, mais cette fois ce n'était pas le cas, Émile Picard était bien vivant, mais il avait été élu secrétaire perpétuel, ce qui le mettait au-dessus des sections.

Il n'était plus membre de celle de géométrie, qui devait donc être complétée pour comporter les six membres réglementaires.

→ 27 novembre

C'était, si je compte bien, la septième fois que Goursat présentait sa candidature. Sa persévérance fut donc récompensée. Ce ne fut pas une élection très facile : la semaine précédente, la section de géométrie avait décidé de proposer Émile Borel en première ligne. La réunion avait duré plus d'une heure, ce qui laissait présager que le vote serait difficile. La section proposait, mais c'est l'Académie qui disposait. Borel ne recueillit que 23 voix, contre 29 à Goursat.

→ 24 janvier

Suivre, puis remplacer Picard était une activité habituelle pour Goursat. De la classe de mathématiques spéciales du lycée Henri IV à l'École normale supérieure, qu'il choisit de préférence à l'École polytechnique, comme l'avait fait Picard, puis à la Faculté des sciences de Toulouse, à nouveau à l'É.N.S. (plus comme élève mais comme maître de conférences), à la Sorbonne et enfin, tardivement, à l'Académie des sciences.

Les textes des rapports prononcés sont conservés, aux archives de l'Académie des sciences, dans les dossiers « biographiques » des candidats. Les réunions à huis clos, dites « en comité secret » donnent lieu à des procès-verbaux qui sont conservés dans de grands registres. Ainsi nous savons que Picard a soutenu Goursat contre Borel. Il l'avait déjà soutenu contre Painlevé, puis contre Humbert et contre Hadamard. Si Humbert avait été élu confortablement, Jacques Hadamard, qui fut, de tous les mathématiciens nommés dans ce livre, à la fois un des plus brillants, des plus universels et des plus accomplis, l'auteur

du « théorème des nombres premiers » (qui lui avait valu le Grand Prix des sciences mathématiques), estimant le nombre $\pi(x)$ de nombres premiers inférieurs à x quand x devient grand

$$\pi(x) \sim \frac{x}{\log x},$$

et aussi le plus doux et le plus charmant des hommes, Jacques Hadamard ne recueillit, lors de son élection le 9 décembre 1912, que 36 voix, contre 21 à Goursat ! Il y a peu de doute que les positions qu'il avait prises pendant l'Affaire Dreyfus, le fait qu'il avait été (et était toujours) un membre actif de la Ligue des droits de l'homme, sans insister sur le fait qu'il était juif, lui avaient valu l'inimitié de beaucoup d'académiciens. Les choix par Picard de Goursat contre Painlevé, puis contre Borel, avaient peut-être des causes analogues. → 16 janvier

Les choix scientifiques des académiciens des sciences semblent parfois un peu étranges, sans doute parce qu'ils ne sont pas scientifiques, justement. Henri Poincaré lui-même avait eu du mal face à Mannheim (31 voix contre 24, le 31 janvier 1887). Qui se souvient aujourd'hui des travaux d'Amédée Mannheim ? → 24 janvier

21 mai

1858, Goursat

À Lanzac, près de Souillac, dans le département du Lot, le 21 mai 1858, Jean Goursat, négociant de quarante et un ans, et Anne Mespoulet, son épouse, âgée de quarante ans, eurent un fils, qu'ils prénommèrent Édouard. Ils étaient mariés depuis onze ans et le petit Édouard était leur quatrième enfant.

La famille Goursat, dont le nom s'était orthographié Goursac avant la Révolution, était établie dans la commune de Cuzance depuis, comme on dit, toujours. Ses membres n'avaient guère quitté leur petit terroir qu'au moment et à cause des guerres napoléoniennes. Là, bien sûr, c'est des hommes qu'il est question — on disait d'ailleurs avec une certaine fierté que la famille n'avait produit que des hommes de trois états : laboureur, prêtre ou soldat, ce qui voulait aussi dire (mais on ne le disait pas) qu'elle n'avait produit que des femmes de deux états : épouses ou veuves, mais toutes grandes travailleuses (et sans profession).

Le grand-père paternel d'Édouard Goursat, un grand voyageur puisqu'il avait une fois remonté la Dordogne jusqu'au puy de Sancy et une autre fois descendu le même fleuve jusqu'à Bordeaux, avait décidément la bougeotte, puisqu'il avait déménagé pour Lanzac, à quinze kilomètres de Cuzance et de l'autre côté de la Dordogne : la famille de sa femme y tenait un relais de poste, sur ce qui s'appelle aujourd'hui l'A20 et qui était à l'époque simplement la route de Paris à Toulouse. Puisqu'il a déjà été question de diligences, eh bien en voici à nouveau : pour attaquer la rude montée du plateau séparant la vallée de la Dordogne de celle du Lot, on avait besoin d'un petit attelage de renfort, que le relais fournissait.

Mais revenons au jeune Édouard. Sa constitution délicate l'empêchait de devenir soldat ou laboureur. Il avait deux frères (et une sœur, mais les sœurs comptent peu) plus âgés. Les femmes de la famille étaient, dit-on, fort pieuses. Sa route était donc toute tracée : ce serait le séminaire. D'abord, le curé du village lui enseigna des bribes d'arithmétique et de latin. Lorsqu'il eut dix ans, on l'envoya au

→ 30 janvier

→ 13 février

collège à Brive. Pour parcourir les cinquante kilomètres qui séparent Lanzac de Brive, on prenait d'abord une diligence, puis un chemin de fer tout neuf. Dans ce collège et son internat, Édouard Goursat passa les quatre années les plus pénibles de sa vie : pratiquement pas de chauffage, très peu de nourriture et très mauvaise, au point que ses parents finirent par lui faire prendre pension dans une auberge afin qu'il continuât à suivre les cours comme externe. Il apprit du latin et même un peu de grec et d'anglais, tout ça de la même façon, de sorte qu'il lisait l'anglais mais n'avait jamais appris le moindre rudiment de prononciation (et a fortiori de conversation). Surtout, il apprit des mathématiques et on découvrit ses aptitudes pour cette science. On peut imaginer ce que furent l'ébahissement et l'admiration de ses parents lorsque le principal du collège prononça les mots « École polytechnique ». Puisque son fils ne serait pas prêtre, Jean Goursat, qui avait été très impressionné par la construction dans sa jeunesse du pont en arc sur la Dordogne à Souillac, avait rêvé de voir Édouard devenir ingénieur, concepteur de ponts...

La suite se passa au lycée Henri IV à Paris où je ne sais pas très bien ce qu'on lui enseigna exactement, des coniques et des primitives, la formule d'intégration par parties sans doute

$$\int u \, dv = uv - \int v \, du,$$

et où il fit la connaissance d'Émile Picard, qui devint son mentor et peut-être même son ami.

Il n'y a pas, ou du moins je ne connais pas, de sources qui renseignent sur la vie personnelle et les sentiments d'Édouard Goursat. Dans ce qui précède, il y a, clairement exprimée, mon ignorance du contenu de l'enseignement qu'il a reçu. Il y a aussi des renseignements que l'on peut trouver sans beaucoup de mal dans les registres d'état civil. Mais il y a un peu plus, le grand-père qui avait vu toute la Dordogne, l'auberge de Brive... Ce n'est pas du roman, au sens où je n'ai rien inventé — mais je ne comprends pas la nature de la source où j'ai bu ces histoires.

Imaginez un mathématicien, un homme et un scientifique honorable, professeur à la Sorbonne, membre de l'Académie des sciences. Cet homme meurt, presque centenaire, dans les années 1970 et, à sa mort, on (famille ? amis ? collègues ?) met ses papiers dans des cartons et on apporte ces cartons aux archives de l'Académie des sciences. Celles-ci reçoivent beaucoup de documents et les archivistes n'ont pas le temps de tout traiter. Les cartons ne sont donc pas immédiatement inventoriés. Mais les conservateurs connaissent leur métier et une fiche portant la mention « six cartons non inventoriés » est rangée dans le « dossier biographique » du mathématicien. Quarante ans plus tard, une historienne, qui s'intéresse à ce mathématicien, consulte ce dossier biographique et s'enquiert, auprès des archivistes, des six cartons (et surtout de leur contenu). Décision est alors prise d'inventorier les cartons, pour la plus grande joie de l'historienne, qui en utilise le contenu pour un livre dans lequel les travaux du mathématicien en question jouent un rôle important.

Très bien. Et alors ?

Ce n'est pas tout. Parmi les papiers se trouve un document dactylographié, intitulé « Souvenirs sur Monsieur

E. Goursat – jusqu'en 1876 », sans nom d'auteur ni date. Même s'il évoque des questions personnelles, le style de ce texte le rattache à la longue série des éloges académiques. J'ai mis longtemps à comprendre le lien entre ce mathématicien et Édouard Goursat. Il n'est même pas certain qu'il ait suivi ses cours. Mais c'est lui, Paul Montel, qui a été élu « au fauteuil » de Goursat après sa mort. Il est donc naturel qu'il se soit renseigné sur son prédécesseur. Mais auprès de qui ?

C'est ce document, cette source, qui m'a donné les éléments que j'ai utilisés dans ce chapitre.

Mais quelle est donc cette source ? Qui en est l'auteur ? Est-ce d'ailleurs une source ? Le lieu où elle a été trouvée, son aspect ancien, lui donnent-ils une quelconque légitimité ?

28 mai

1871, *Calendrier*

Paris, Fédérés massacrés sous grands arbres & parmi tombes du Père-Lachaise.

29 mai 2012

Il y a quelques mois, j'avais rencontré, au cours de la séance de clôture d'un petit colloque, un type, que j'appellerai ici G***. Il se présenta comme journaliste scientifique, me dit qu'il avait brièvement dirigé une collection « sur les sciences » chez H***, une grande maison d'édition parisienne et qu'il créait une (autre) collection sur les sciences chez K***, une (autre) grande maison d'édition parisienne. Et ajouta qu'il cherchait des auteurs. Il avait

mentionné mon livre sur Kovalevskaya, dont il regrettait infiniment de ne l'avoir pas publié, lui qui s'intéressait tellement, me dit-il, aux femmes scientifiques. Pourquoi dans ces conditions il l'avait refusé, car les éditions H*** l'avaient bien refusé (c'est-à-dire ne m'avaient jamais répondu), il ne me le dit pas, et j'eus la lâcheté de ne pas le lui demander. Je l'ai pourtant pris au mot et il fit donc partie du club des éditeurs à qui j'avais envoyé ma lettre, au mois de janvier.

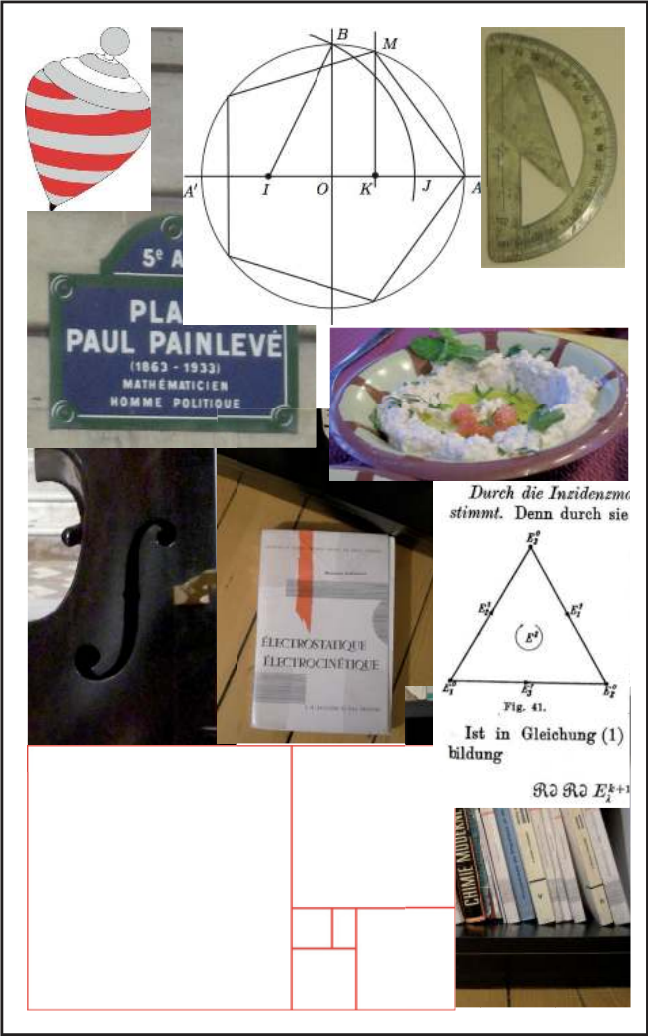
→ 13 janvier

Avec lui la discussion, si l'on peut dire, a eu lieu par courrier électronique. Commencée hier matin, elle se termine (et c'est vraiment une fin) aujourd'hui. Je résume. J'ai commencé par lui indiquer des dates précises (l'histoire se déroule entre le 13 août 1819 et le 25 novembre 1936) et d'autres informations (incluant les mots-clefs Gauss et Poincaré, par exemple et, puisqu'il avait lui-même mentionné les femmes, j'en ai parlé aussi). Informations qu'il a discutées. Les dates lui ont inspiré une question que j'avoue n'avoir pas anticipée : Galois. Eh oui ! Le jeune héros romantique, le duel. Nous sommes, à cette époque, avec la formule de Stokes, infiniment loin des équations algébriques, ai-je répondu gentiment.

Gauss, ou les femmes, ou tout ça à la fois, m'ont valu une autre suggestion, Sophie Germain, cette fois, qui (me rappela-t-il, mais je ne l'avais pas oublié) s'était abritée derrière un pseudonyme masculin pour correspondre avec le Prince des Mathématiciens. Là encore je réponds que ceci s'est passé bien avant l'époque qui m'intéresse, d'une part et que, d'autre part, c'est (je n'ai pas dit hors sujet, il faut rester poli) une très belle idée, mais pas pour ce livre-là.



Tombe de Gauss (Göttingen), de Rham, Jean Cartan,
calendrier, Webern, plaque.



Figures.

Le pire était à venir, et il vint dans l'avant-dernier message, où G*** me demanda si je ne voudrais pas plutôt écrire un livre... sur le nombre d'or ! En une fraction de seconde sont passés devant mes yeux (ou derrière) des théories de vieux Grecs barbus, de peintres de la Renaissance, de graines de tournesol et de lapins s'aimant et se multipliant sans entraves dans autant de textes déjà écrits, avec leur solution (positive)

$$\phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \quad \text{de l'équation} \quad x^2 - x - 1 = 0,$$

(qu'il est de coutume, dans ce milieu, d'appeler ϕ , fi !), leurs suites récurrentes, leurs fractions continues et leurs poncifs sur les mathématiques et l'art...

Et j'ai répondu : « Non. »

31 mai

1841, Green

Lorsque George Green mourut, le 31 mai 1841, il avait déjà regagné son village de Sneinton, près de Nottingham, malade, depuis un peu plus d'un an. Il ne mourut pas dans son moulin mais tout près de là, dans la maison de Jane Smith, sa femme.

Jane avait pris soin de lui pendant sa maladie comme elle avait toujours pris soin de leurs sept enfants. Elle était la fille du meunier qu'embaucha le père de George lorsque, enrichi par son état de boulanger, il acheta le moulin. C'est le père de Jane qui apprit au jeune George le métier du moulin.

Le moulin de George Green était un beau moulin à vent où se pressaient les ânes chargés de sacs. On entendait le

bruit du craquement de la toile des ailes, qu'il fallait ajuster et régler selon la vitesse et la direction du vent. Il fallait aussi nourrir les lourdes meules pour qu'elles ne tournent pas à vide, les surveiller tandis que le grain s'écrasait, que la fine poussière de froment s'envolait au plafond et que sa bonne odeur emplissait le moulin, les changer lorsqu'elles étaient usées. Dans un roman, on ajouterait sans doute un chat... puisque ceci est un roman, alors disons qu'un chat prenait le soleil (quand il y en avait) sur le rebord d'une fenêtre.

Malgré l'odeur du froment, les ânes et le chat, George Green n'aimait pas le moulin. Il aimait les mathématiques, mais ce serait romancer et même inventer que d'expliquer ici comment il avait réussi à en connaître autant en travaillant au moulin. Il y faudrait davantage de connaissances de l'Angleterre rurale du début du XIX^e siècle que nous n'en possédons. Il est acquis que George Green n'était allé à l'école qu'une année, alors qu'il avait huit ou neuf ans, mais aussi qu'il était membre d'une bibliothèque, une sorte de club de lecture, et que c'est sans doute ainsi qu'il avait pu recevoir et lire des livres de mathématiques.

George aimait les mathématiques et sans doute aussi Jane. Il fut un mathématicien et un mari illégitime. Chacun comprend ce que veut dire mari illégitime. Il n'épousa jamais Jane, peut-être d'abord parce que son père s'opposa à ce qu'il se marie avec la fille de son employé, et ensuite parce que, dans leur milieu, ça n'avait pas beaucoup d'importance — en tout cas, même après la mort du père Green en 1829, ils ne se marièrent pas.

Il reste à expliquer le qualificatif de mathématicien illégitime. Dès 1828, il avait publié, chez lui à Nottingham et grâce à une souscription, à compte d'auteur donc, son

Essay. Les mathématiciens légitimes, ici les professeurs de Cambridge, avaient bien fini par s'apercevoir de son existence, à lui, autodidacte absolu et... fils de boulanger. → 30 janvier

Et, comme l'héritage de son père lui permettait enfin de se livrer à son activité préférée, George, qui avait presque quarante ans, partit pour Cambridge. Il lui fallut apprendre un peu de grec, c'était l'usage à cette époque, ce qu'il fit sans trop de mal, il devint étudiant et passa les examens avec succès. Il fut même accepté comme « fellow » dans un collège. Pour cela, nous l'avons signalé à propos de George Stokes, il fallait être célibataire, ce que, officiellement, il était. → 5 janvier

Mais voilà, fils de boulanger et père illégitime, il n'était pas dans son milieu. Faut-il rappeler que cette histoire se passe dans l'Angleterre du XIX^e siècle ? → 1^{er} février

Il rentra donc chez lui et il y mourut, près de sa femme illégitime et de ses enfants illégitimes, qu'il n'avait pas négligé de mentionner dans son testament.

★

Il n'est pas faux de dire qu'entre sa mort en 1841 (et même avant) et le voyage de William Thomson à Paris en 1845, plus personne n'entendit parler de George Green et de son *Essay*, dans lequel la formule de Green se lit → 30 janvier

$$\begin{aligned} \int u \, \delta v \, dx \, dy \, dz + \int u \, \frac{dv}{dw} \, d\sigma \\ = \int v \, \delta u \, dx \, dy \, dz + \int v \, \frac{du}{dw} \, d\sigma. \end{aligned}$$

JUIN

3 juin

1907, Goursat

Le 3 juin 1907, Édouard Goursat fit passer à l'Académie des sciences (de Paris) une note dans laquelle il résumait un travail sur les « invariants intégraux ». Un article plus détaillé parut ensuite dans le *Journal de mathématiques pures et appliquées*. Il revint ensuite sur ces mêmes questions dans un autre article que le même journal publia en 1915.

Dans l'article de 1908, il se référait à Poincaré (on ne prête qu'aux riches) pour une sorte de formule de Stokes généralisée. Dans celui de 1915, il prit une initiative notable, celle d'abrégier

les $\iint$ et autres $\iiint$ (sans parler des $\oint$) en $\int$,

en remarquant que ceci ne pouvait entraîner aucune ambiguïté, puisque le nombre de signes $\int$ est exactement le nombre de termes « dx » (ou dy , ou dz) qui les suit : $\int \dots dx_1 \dots dx_n$ désigne une intégrale sur quelque chose

de dimension n , il est donc inutile d'écrire n fois le signe $\int$. On pourrait ici remarquer que les $\iint$ et autres $\iiint$ (sans parler des $\oint$) étaient des inventions récentes, puisque ni Ostrogradski ni Green ne les avait employées en leur temps et que Volterra et même, je dois le signaler ici, Beltrami, avaient, eux aussi, utilisé un simple signe d'intégration — mais il semble à peu près établi qu'aucun protagoniste de cette histoire n'avait lu cet article italien.

→ 24 octobre

→ 13 février

→ 31 mai

→ 3 février

Ce n'était plus d'hydrodynamique ou d'électrostatique qu'il était question mais bien d'intégration de formes différentielles, c'est-à-dire de mathématiques pures, abstraites. Discrètement, lentement, on en prenait acte.

Peu de temps après, un autre article de Goursat « Sur quelques questions relatives au problème de Pfaff » parut dans le *Bulletin de la Société mathématique de France* ; Goursat fit enfin le point dans les *Annales de la Faculté des sciences de Toulouse* : il reprit les articles de Poincaré, ceux d'Élie Cartan et les siens propres pour s'attacher à formaliser toutes ces « formules de Stokes généralisées » et surtout, ce qu'il y avait, dans ces formules, sous le signe intégrale (j'écris cette phrase et je m'aperçois de la stupidité de cette expression, de ce « sous », bien ancré dans mes habitudes de mathématicienne, il serait évidemment plus adapté de dire « derrière » ou « après » le signe intégrale). Il explicita enfin les aspects algébriques du calcul avec les formes différentielles, se référant aux travaux déjà anciens de Hermann Grassmann.

→ 26 juillet

Cet article de Goursat est peut-être le premier dans lequel il est dit clairement que, dans la formule de Stokes, on intègre, dans un membre une forme différentielle et dans l'autre sa différentielle extérieure. Au point que, plus tard, parlant dans un de ses livres des formes différentielles,

qu'il avait plus ou moins inventées lui-même longtemps avant que parussent ces articles d'Édouard Goursat, Élie Cartan fit référence, justement, à Goursat.

→ 16 novembre

7 juin

1936, *Calendrier*

France, loi institue représentation ouvrière en usine, semaine de 40 heures & congés payés.

10 juin

1854, *Riemann*

Âgé de vingt-huit ans, le mathématicien allemand Bernhard Riemann prononça sa « leçon inaugurale » à l'Université de Göttingen. La date précise a été retenue par l'histoire, c'était le 10 juin 1854, un mois et demi après la naissance de Poincaré, quatre mois avant celle de Rimbaud (pour fixer les idées). Ce qu'était une leçon inaugurale ? En tout cas une formalité indispensable pour obtenir un poste de *Privatdozent*, c'est-à-dire pour avoir le droit d'enseigner. Peut-être une « audition » d'aujourd'hui ? La leçon, l'exposé, s'adressait à l'ensemble des professeurs de l'université, toutes disciplines confondues, et ne pouvait en aucun cas être technique. Le texte, qui ne fut publié qu'après la mort de son auteur, contient d'ailleurs une seule formule, que je ne reproduis pas ici et qui décrit l'« élément de longueur » sur une « variété » à courbure constante.

Le plus étonnant, avec cette « leçon inaugurale », c'est que le sujet en fut choisi, parmi trois proposés par Riemann, par la « faculté », en l'occurrence ici par Gauss, en

novembre 1853. Riemann écrivit à son frère qu'il avait préparé les deux autres sujets... il se mit donc à étudier et à approfondir ses idées pour exposer le troisième. Le résultat impressionna fort celui qu'on appellerait bientôt le prince des mathématiciens et cette leçon inaugurale fut un des derniers événements mémorables de sa vie.

→ 23 février

Les *Œuvres complètes* de Riemann constituent un livre de moins de cinq cents pages, dont beaucoup appartiennent à des articles ou à des fragments posthumes. Dans l'histoire de la vie mathématique de Riemann, il y a quatre événements importants :

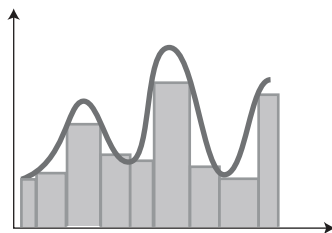
- sa thèse, en 1851 (fonctions de variables complexes),
- sa leçon inaugurale, le 10 juin 1854 (géométrie différentielle),
- son habilitation, en 1854 (analyse et intégration),
- son entrée comme membre correspondant à l'Académie de Berlin, en 1859 (la fonction zêta),

avec, entre temps, rien moins que ses travaux sur l'équation hypergéométrique et sur les fonctions abéliennes.

Riemann avait commencé ses études à Göttingen, les avait poursuivies à Berlin, puis était revenu à Göttingen pour y faire sa thèse (auprès de Gauss, bien sûr). Soutenue en 1851, elle portait sur les « fondements pour une théorie générale des fonctions d'une variable complexe » (c'est une traduction du titre). Trois ans plus tard, en 1854 donc, la leçon inaugurale s'intitulait « Sur les hypothèses générales sur lesquelles se fonde la géométrie » (c'était le sujet choisi par Gauss). Dans son mémoire d'habilitation, il étudia la possibilité de représenter une fonction comme somme (d'une infinité) de fonctions trigonométriques. Et ce ne

fut pas tout... Gardons la fonction zêta et l'hypothèse de Riemann pour l'Académie de Berlin et pour plus tard. → 17 septembre

Pour simplifier outrageusement les idées contenues dans les travaux de 1851 et 1854, disons qu'il y avait dans son mémoire d'habilitation une théorie de l'intégration : « Et d'abord, demanda Riemann, que doit-on entendre par $\int_a^b f(x) dx$? » Il serait temps de se poser la question, diront peut-être certaines lectrices... Car voilà : on écrivait et on calculait des intégrales sans avoir vraiment dégagé les hypothèses sous lesquelles telle ou telle de leurs propriétés était vraie. L'intégrale « de Riemann » permet d'intégrer beaucoup plus de fonctions discontinues que ne le permettait l'intégrale « de Cauchy ». Il y avait donc dans ce mémoire d'habilitation des fondements, qui permettent de démontrer rigoureusement des théorèmes et des formules avec des intégrales, la théorie de l'intégrale de Riemann, qui se présente comme une limite de « sommes de Riemann » (les sommes et les intégrales sont des objets de même nature, nous l'avons dit au tout début de ce roman, voilà qui explique la forme du signe intégrale, un $\rightarrow$ 1^{er} janvier S allongé (dans un article d'Ostrogradski publié par le *Journal* de Crelle (comme dans le manuscrit de 1826), certaines des intégrales sont notées par un bel S (et → 13 février maintenant, il faut fermer toutes ces parenthèses))). On



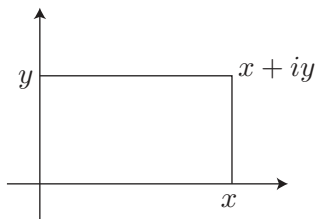
peut approcher la surface sous la courbe par la somme des surfaces de rectangles comme sur la figure. C'est une somme de Riemann. Plus il y a de rectangles étroits et mieux la surface est approchée.

Il faut encore signaler que ce mémoire d'habilitation ne fut publié que de façon posthume, par Dedekind, en 1867 et, en traduction française, par Darboux en 1873. L'intégrale de Riemann est ce que nous avons de mieux avant l'intégrale de Lebesgue.

→ 26 août
→ 20 septembre

Il y avait eu auparavant (c'était la thèse de doctorat de Riemann) des fonctions d'une variable complexe (comme en étudiait Cauchy — il faut croire que le besoin était grand). Les lecteurs imaginent peut-être que les variables « complexes » rendent les choses plus compliquées. On remplace la variable x par une variable appelée z , formée de deux parties x et y , comme ça : $z = x + iy$. Sur de telles variables, on peut effectuer toutes les opérations habituelles, en ajoutant la condition $i^2 = -1$. La bonne surprise, c'est que les propriétés des fonctions « complexes » d'une variable « complexe » sont... beaucoup plus simples !

Riemann a montré que si l'on écrit $f(x + iy) = u + iv$, une hypothèse minime de régularité sur f fait que u et v doivent satisfaire à ce que l'on appelle les équations de



Cauchy-Riemann

$$\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = 0 \quad \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0.$$

De ce passage à la variable complexe, Riemann écrivit :

Il se présente alors une harmonie, une régularité, qui sans cela restent cachées.

Car ces formules font en effet que la fonction f est bien plus régulière que ce que l'on a supposé, et que la formule de Green implique la formule de Cauchy, que nous pourrions appeler (par anticipation) le théorème de Cauchy-Goursat. L'*Essay* de Green, grâce à William Thomson, paraissait dans le *Journal* de Crelle ces années-là.

→ 31 mai
→ 5 mai
→ 30 janvier

Les équations de Cauchy-Riemann font apparaître un lien entre la physique (celle de Green) et l'analyse complexe. Ici il ne s'agit pas d'accumuler des mots, mais d'essayer de faire en sorte que la poétique de cette histoire soit sensible aux lectrices. Ceci pour la thèse de 1851.

Mais ce n'est pas tout (bien sûr). Les « hypothèses sur lesquelles se fonde la géométrie » contiennent les *variétés* de dimension n . Voilà un des points qui avaient dû impressionner Gauss qui, lui, avait toujours considéré des surfaces de l'espace à trois dimensions. Riemann, lui, se mit à les voir abstraitement, ce qui lui permit notamment d'en accroître la dimension — mais pas seulement. C'est sur ces variétés que se déroule l'histoire de la formule de Stokes générale — ce sont les *iperspazi* de Volterra.

→ 3 février

Riemann en avait dégagé pas mal de propriétés locales (et globales). Ainsi on disposait des variétés et d'une théorie de l'intégration : la généralisation de nos formules

en dimension quelconque serait donc possible... dès qu'on aurait défini ce qu'on voulait intégrer.

14 juin 2012

Discussion avec J : elle s'est levée alors que je travaillais déjà sur la table de la cuisine. J'ai poussé mes affaires pour boire du café avec elle.

— Tu parles de musique, dans ton livre, m'a-t-elle demandé en regardant mes papiers ?

— Je ne sais pas. Tu veux dire, à quoi sert la formule de Stokes en musique ?

— Pas forcément. Ni tous ces trucs, « maths et musique » qu'on voit partout avec des

$$2^m \times 3^n \times 5$$

ou je ne sais quoi. Je voulais dire, est-ce que tu parles des musiques que tu aimes, est-ce que tes personnages vont écouter des concerts ?

— Ils y vont. J'en ai même un qui va à l'opéra, à Paris en 1845.

→ 30 janvier — Il écoute quoi ?

— Auber, Rossini. J'ai aussi un chapitre un peu osé, dans lequel deux mathématiciens discutent pendant qu'on joue du Ravel dans la pièce à côté.

→ 17 avril — Qu'est-ce que ça a d'osé ?

— Eh bien... Il est sûr que ces gens jouaient du piano, mais je ne suis pas certaine que le mathématicien Henri Cartan et sa petite sœur Hélène aient joué *Ma mère l'Oye* l'après-midi du 17 avril 1930, dans la maison familiale. C'est du roman...

— Si tu écris un roman, ça va bien, non ?

— ...
 — Pourquoi Ravel ?
 — Parce que je sais qu'Henri Cartan aimait Ravel.
 — Jean Cartan, le compositeur, c'était son frère, c'est ça ?

— Oui. Sans doute jouait-on aussi du Jean Cartan dans cette maison. Mais à cette date le jeune compositeur était très malade. Il est mort quelques mois plus tard.

— Il avait quoi ?

— La tuberculose. Il était peut-être déjà au sanatorium. Je ne pouvais pas les faire jouer du Jean Cartan.

Au moment émouvant où Élie Cartan et Georges de Rham parlent des conjectures de Cartan-théorèmes de de Rham, ça aurait alourdi l'atmosphère. Mais je n'allais pas empêcher J de prêcher pour sa chapelle.

— Tu devrais quand même ajouter d'autres compositeurs contemporains de ton histoire. Je m'étonne que tu ne parles pas de Fanny Mendelssohn.

— Parce que sa sœur Rebecca était mariée avec un mathématicien ? Ou parce qu'elle a eu un petit-fils mathématicien ? Et violoniste, d'ailleurs.

— Tu vas trouver quelque chose, a-t-elle ajouté en nous resservant du café, que nous avons bu en parlant d'autre chose.

Puis nous nous sommes mises au travail, moi à ce que j'écrivais, et elle à son piano.

19 juin

1878, Bühl

C'est le 19 juin 1878, au 2 de la rue Sainte-Isaure, dans le XVIII^e arrondissement de Paris, que naquit Adolphe Bühl.

Son père était, dit-on, typographe, mais l'acte de naissance de l'enfant le déclare imprimeur. L'un des témoins était typographe et il est facile d'imaginer qu'il y avait une différence entre ces deux métiers. L'autre témoin était journalier et ne savait pas signer. Adolphe Bühl naquit le premier, il avait un frère jumeau, Gabriel, qui vint au monde une demi-heure plus tard.

Les enfants allèrent à l'école primaire mais pas plus, et peut-être commencèrent-ils à travailler. Puis Adolphe tomba malade. Il était tout simplement paralysé. Il avait quatorze ans. Il se mit alors à s'intéresser aux mathématiques. De cette maladie, il garda une séquelle physique, qui fit qu'il eut besoin toute sa vie de béquilles pour marcher. Mais il remarqua. L'autre séquelle est qu'il devint mathématicien.

Un autodidacte absolu, comme George Green, sauf que l'on sait où lui apprit les mathématiques. Il en apprit vite assez pour passer les examens de licence et, à l'âge de vingt-trois ans, Adolphe Bühl était docteur ès sciences mathématiques. Il suivit ensuite le chemin d'une carrière universitaire plus ordinaire.

Tous ceux qui l'ont connu s'accordent à dire qu'il était modeste et gentil. S'il arrive dans cette histoire, ce n'est pas pour ajouter, quatre-vingts ans après, un autodidacte issu des classes laborieuses parisiennes à un meunier anglais — les contributions d'Adolphe Bühl aux mathématiques ne sont pas de la même ampleur que celles de George Green ; au début du xx^e siècle il y avait déjà d'indispensables sans-grade dans la Grande Armée des mathématiciens et il fut l'un d'eux. S'il vient jouer son rôle dans cette histoire, c'est parce qu'il fit paraître en 1911 un article intitulé « Sur les applications géométriques de la formule de Stokes », dont

→ 31 mai

le contenu est assez conforme au titre. J'ajouterais qu'il s'agit d'applications assez élégantes, principalement à des calculs de volumes, inspirées de ce à quoi il réfléchissait pour préparer son cours de « math-géné » à la Faculté des sciences de Toulouse. Même la formulation, « commode à retenir », dit-il

$$\int_{\Sigma} P dx + Q dy + R dz = \iint_S \begin{vmatrix} \alpha & \beta & \gamma \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ P & Q & R \end{vmatrix} d\sigma$$

(même si pas si commode que ça à faire entrer dans un texte typographié), est probablement celle qu'il donnait dans ce cours. Dans l'introduction de l'article, il signale que les physiciens accordent une importance toujours grandissante à la formule de Stokes, alors que les mathématiciens (géomètres) n'y sentent rien de nouveau (dit-il), rien de plus que la formule de Riemann.

→ 18 mars

Un fervent propagandiste de la formule de Stokes... pour des raisons un peu vieillottes. À certains égards, 1911, c'était encore le XIX^e siècle. Pourtant, Adolphe Bühl a joué son rôle dans la vie mathématique de son époque, par ses cours illuminants à Toulouse et aussi par son implication dans la revue genevoise *L'Enseignement mathématique*.

23 juin

1926, Goursat (?)

Le 23 juin 1926, à la Tonhalle de Zurich, Anton Webern dirigea la toute première exécution de ses *Cinq pièces pour orchestre, opus 10*. Ces pièces, qu'il avait composées entre 1911 et 1913, duraient, au total, cinq minutes. De tout ce

qui peut entrer dans la composition du son, c'est le timbre qui frappa le plus les auditeurs. En allemand, timbre se dit « couleur du son ». Il est produit dans ces pièces par dix-sept instruments parmi lesquels sept instruments à cordes, dont trois à cordes pincées, harpe, guitare et mandoline. Si la fréquence des sons émis par ces cordes se calcule par la formule

$$f = \frac{1}{2Lr} \sqrt{\frac{\tau}{\mu\pi}}$$

(que je ne détaille pas mais qui tient compte de la longueur et de l'épaisseur de la corde, ainsi que de la matière dont elle est faite), il n'est pas certain qu'il y ait une formule mathématique pour le timbre.

Une autre variable entrant dans la description de la musique est le temps. Brèves mais extrêmement denses, ces cinq pièces pour orchestre illustrent la devise que s'était choisie le compositeur : *nem multa sed multam*.

Ce n'est ni par pure cuistrerie de la part de l'auteur, ni pour satisfaire un désir exprimé par J, qu'Anton Webern et sa devise ont trouvé leur place dans ce livre. De la cuistrerie, il y en a, bien entendu, mais il y a aussi une coïncidence. Lorsque, en 1866, Édouard Goursat avait envoyé son texte pour le Grand Prix des sciences mathématiques à l'Académie des sciences, il lui fallut choisir un code, de sorte que le nom de l'auteur du mémoire candidat au prix ne fût pas connu du jury du concours. Il

inscrivit la devise

nem multa sed multam

sur le mémoire, la recopia sur une enveloppe cachetée dans laquelle il avait enfermé son nom, et expédia le tout.

→ 14 juin

→ 24 janvier



Figures.



Journal, monument aux morts (ENS, Paris), bouquet,
Poisson, Galois (vieux).

Ce que Goursat pensait de l'œuvre de Webern, nous n'en savons rien. Nous ne savons d'ailleurs rien de ses rapports avec la musique. Et de Webern en particulier, le plus probable est qu'il ignorait l'existence. De même qu'il ignorait sans doute Edgard Varese, auteur pourtant d'une œuvre portant le beau nom d'*Intégrales*, créée en 1925.

Ici on ne peut s'empêcher de penser au salon des Dirichlet et aux soirées qu'ils donnaient, au cours desquelles on jouait de la musique, Clara Schumann par exemple, se mettait au piano — Madame Dirichlet était la petite sœur, Rebecca, de Fanny Mendelssohn. Ces soirées, trop fatigantes pour le pauvre Riemann... On ne peut s'empêcher de penser à tous ces mathématiciens allemands grands amateurs de musique. Malgré les musiciens professionnels ou quasi-professionnels de la famille Cartan, les mathématiciens français, en ce début du xx^e siècle, n'évoluaient pas dans les mêmes milieux culturels que leurs collègues allemands du xix^e siècle.

24 juin

1929, de Rham, Lebesgue

Le 24 juin 1929, Jacques Hadamard transmet à l'Académie des sciences une note intitulée « Intégrales multiples et analysis situs ».

C'est dans cet article que de Rham annonçait qu'il savait démontrer les théorèmes qui constitueraient l'essentiel de sa thèse, que l'on appelle théorèmes de de Rham, et qu'Élie Cartan lui-même avait énoncés avec précision environ un an plus tôt.

De Rham avait beaucoup parlé avec Henri Lebesgue, mais il serait anachronique, et surtout peu conforme à

→ 17 avril

→ 23 juillet

la réalité, de dire que Lebesgue avait dirigé son travail. Au cours de ses séjours parisiens, Georges de Rham avait assisté au séminaire de Jacques Hadamard au Collège de France, mais il n'avait pas parlé de ses travaux avec lui. C'est Hadamard qui avait transmis la note, mais c'est Lebesgue qui lui avait demandé de le faire. Plus tard, de Rham dit que c'est grâce à Lebesgue que cette note fut publiée. Ce n'est pas un motif déontologique qui fit que l'académicien Lebesgue ne la transmet pas lui-même. De Rham raconta que Lebesgue faisait passer ses notes par d'autres académiciens car (disait Lebesgue) les secrétaires perpétuels sont des gens intraitables, avec qui il ne voulait plus avoir affaire. L'année précédente déjà, il avait confié une autre note de de Rham à Édouard Goursat.

★

Plutôt que de nous demander pourquoi Lebesgue ne voulait pas avoir affaire avec Picard, retenons un peu du contenu de cette note de de Rham. Elle contient les définitions modernes de forme différentielle « exacte » et « fermée ». La formule de Stokes y joue un rôle déterminant. Et puis il y a la formule « de dualité »

$$\int_{a_k^q} \omega(b_i^{n-q}) = \delta_i^k.$$

27 juin

1848, *Calendrier*

Paris, II^e République, Chambre députés vote décret permettant transporter hors d'Europe individus ayant pris part à insurrection, 23 juin & jours suivants.

JUILLET

2 juillet

1850, Thomson

Le 2 juillet 1850, William Thomson, qui était déjà un physicien bien connu, même s'il n'avait que vingt-six ans (mais qui n'était toujours pas Lord Kelvin), écrivit à son ami George Stokes, qui était à peine plus âgé (et déjà professeur « lucasien ») pour lui demander un tiré à part d'un article que Stokes avait écrit sur les solides élastiques et dont lui, Thomson, n'avait pas d'exemplaire.

L'abondante correspondance entre ces deux scientifiques contient de nombreuses informations passionnantes. Elle donne aussi une image de leurs personnalités, Thomson l'enthousiaste et Stokes le prudent...

Finissant sa lettre, ce jour-là, Thomson demanda à Stokes s'il connaissait la condition pour que $\alpha dx + \beta dy + \gamma dz$ soit la différentielle d'une fonction sur une surface, et, comme c'était une question dont il connaissait la réponse, il lui écrivit cette condition.

Ici j'intercale un commentaire. Ces objets sont des formes différentielles. On ne le savait pas encore, mais ça n'empêchait pas de s'en servir. Du temps où je travaillais dans mon vieux Ravaille et dans son copain le livre de thermodynamique (que je n'ai pas gardé : je n'y comprenais vraiment rien), je crois que j'aurais apprécié que l'on me dise « le premier principe de la thermodynamique, c'est que telle forme différentielle est fermée » — mais je ne crois pas que mes professeurs de physique le comprenaient en ces termes, eux non plus.

→ 9 mars

→ 23 février

Pour en revenir à William Thomson, dont l'autre nom, Kelvin, évoque en effet la thermodynamique, et à sa lettre du 2 juillet 1850, il la signa mais, avant de la fermer et de l'expédier, il ajouta un post-scriptum :

Ce qui suit est aussi intéressant, et important [...]

$$\int (\alpha dx + \beta dy + \gamma dz) = \pm \iint \left\{ \ell \left(\frac{d\beta}{dz} - \frac{d\gamma}{dy} \right) + m \left(\frac{d\gamma}{dx} - \frac{d\alpha}{dz} \right) + n \left(\frac{d\alpha}{dy} - \frac{d\beta}{dx} \right) \right\} dS$$

— l'intégrale au second membre est prise sur un morceau de surface bordé par une courbe sur laquelle on intègre dans le premier membre.

C'est à cette époque que William Thomson fit paraître l'*Essay* de Green dans le *Journal* de Crelle. Il est certain que l'influence de Green entra pour une grande part dans ses réflexions. Pourquoi ceci est finalement « la » formule de Stokes, cela tient sans doute au fait que Thomson ne réclama pas de priorité. Peut-être parce qu'il était encore plus réputé et mieux reconnu que son ami. Pour utiliser à nouveau une mesure de notoriété très partielle, lui, Kelvin, fut élu membre associé de l'Académie des

sciences de Paris dès 1877, vingt-trois ans avant Stokes. Il → 19 février y a d'autres notions mathématiques qui pourraient porter, mais ne portent pas, son nom. Par exemple le « principe de Dirichlet », que je ne cite pas ici pour ajouter un nouveau concept qu'il faudrait expliquer mais pour signaler un article que William Thomson donna à Liouville pour son journal en 1846, peu après son séjour parisien. → 30 janvier

4 juillet

1830, Poisson

Le 4 juillet 1830, Siméon-Denis Poisson rendit à l'Académie des sciences un rapport négatif sur le mémoire soumis par un jeune homme inconnu. Le travail était consacré à la possibilité de résoudre des équations algébriques par radicaux, c'est-à-dire à la (possible) généralisation des formules

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \text{ (pour l'équation } ax^2 + bx + c = 0 \text{)}$$

à des degrés plus grands. Poisson trouvait l'article incompréhensible, et il l'était sans doute. La rédaction en était obscure, un reproche que même Liouville, qui le publia dans son journal en 1846, trouva fondé. Le rapport était négatif mais ouvert. Comme l'auteur annonçait que cet article n'était qu'une partie d'une théorie générale, Poisson concluait :

On peut attendre que l'auteur ait publié son travail en entier pour se former une opinion définitive.

Poisson lui-même était spécialiste du magnétisme et d'autres sujets proches de la physique. Il appartenait, disons, à la famille culturelle des Kelvin et des Stokes (bien que plutôt du côté des ascendants). Il fut d'ailleurs, à peu

→ 13 février

près en même temps que son ami Ostrogradski, un des premiers auteurs de notre formule-vedette. L'algèbre n'était pas leur tasse de thé, comme disaient peut-être certains d'entre eux, et comme l'indiquent certaines remarques de William Thomson

J'espère que vous serez capable de trouver un sens à tout ça — j'écris dans l'obscurité, avec Cayley et Sylvester parlant sans cesse d'invariants

(le 8 juin 1852) ou, à propos d'un article d'algèbre

Si une demi-douzaine de lignes en plus le rendait compréhensible à un mathématicien compétent sans qu'il ait besoin d'apprendre une nouvelle branche de l'algèbre, il serait plus acceptable.

Sauf erreur, Cayley et Sylvester sont les seuls algébristes nommés dans la correspondance Kelvin-Stokes. Ni Hermite, ni a fortiori le jeune homme de la résolution par radicaux n'y apparaissent.

Pour plaire à G***, ajoutons que le jeune homme « incompris » de Poisson se nommait Évariste Galois, qu'il était âgé de dix-huit ans et qu'il lui restait une révolution et pas tout à fait deux ans à vivre.

→ 29 mai

7 juillet

1925, Picard, Goursat

Le 7 juillet 1925, le quotidien *Le Figaro* publia en première page une adresse aux troupes françaises qui combattent au Maroc intitulée « Les Intellectuels aux côtés de la Patrie », signée par cent soixante-quinze personnes, des intellectuels, donc. Ces intellectuels-là répondaient à ceux qui s'étaient exprimés, derrière Henri Barbusse et dans son journal *Clarté* contre les exactions commises

par l'armée française au Maroc. L'initiative de Barbusse avait été relayée par *L'Humanité*, qui avait fait paraître, le 2 juillet, son « Appel aux travailleurs intellectuels — oui ou non, condamnons-nous la guerre ? » et sa liste de signataires, surtout des écrivains, les surréalistes, mais pas seulement eux (et, si ceci était une histoire des mouvements littéraires au xx^e siècle, il y aurait là matière à une fameuse digression...).

Avant cette date et au moins depuis l'Affaire Dreyfus, les intellectuels étaient, implicitement, de gauche. Au temps de « J'accuse...! », la droite elle-même avait désigné l'intellectuel comme universitaire, anti-curé et anti-armée, juif ou huguenot, rarement catholique (bref, dreyfusard). Il est vrai que la Ligue de la patrie française avait eu du mal à se développer. Vingt-cinq ans après, c'était un nouvel essai, celui-là assez réussi. Comme il est désormais de tradition, les signataires de l'adresse du *Figaro* se disaient « en dehors et au-dessus de toute considération politique ». De même que cet « apolitisme », l'invocation à « la patrie » signalait, comme au temps de la Ligue de la patrie française, des hommes (non, il n'y avait pas de femmes — il n'y en avait d'ailleurs qu'une dans la liste Barbusse, l'écrivaine Marcelle Vioux) de droite. Il est vrai que les intellectuels de gauche étaient internationalistes : à propos de la guerre du Rif et des rebelles marocains, l'écrivain Louis Aragon, signataire de l'Appel aux travailleurs intellectuels, avait proclamé, quelques mois plus tôt : « Nous sommes ceux-là qui donneront toujours la main à l'ennemi ».

Parmi les signataires de l'adresse patriotique et apolitique, on trouve les noms de vingt-cinq membres de l'Académie des sciences (sur quatre-vingt-neuf au total) parmi lesquels le président et les deux secrétaires perpétuels.

Dont Émile Picard, donc. Et donc aussi Édouard Gour-sat, et deux des six membres de la section de géométrie, l'autre étant Paul Appell — bizarre virage à droite pour un des premiers signataires de la protestation dreyfusarde de 1898, mais peut-être crut-il à l'apolitisme de la démarche. Seulement deux géomètres, mais tous les astronomes.

Passons sur le cas de Paul Painlevé, qui était alors le président du Conseil (c'est ainsi que l'on appelait alors le premier ministre) et sur celui d'Émile Borel, qui était son ministre de la Marine : ces deux-là portaient leur part de la responsabilité de la politique suivie au Maroc.

Au risque de déplaire à D*** (vous savez bien, D*** est l'historien des presses de A***, celui qui n'aime pas que l'on imagine), j'imagine Picard collectant les signatures dans la salle des pas perdus, avant la séance de l'Académie des sciences le lundi 6 juillet, puis les téléphonant, ou mieux, envoyant un pneumatique, au *Figaro*, pour parution le lendemain matin.

J'imagine parfaitement que Picard ne demanda rien, ni à Hadamard, ni à Lebesgue. Je les vois tous deux engagés dans une discussion mathématique, Jacques Hadamard extirpant de sous son mouchoir un vieux morceau de papier, Henri Lebesgue lui tendant un morceau de crayon, Hadamard griffonnant

$$\Delta u + f = 0 \quad u = g \text{ au bord,}$$

Lebesgue s'absorbant dans la contemplation de la formule et ignorant le secrétaire perpétuel auquel il ne voulait pas avoir affaire.

Voilà une imagination qui, comme une question dans un article de mathématiques, pourrait être confirmée, si *Le Figaro* avait conservé ses archives, par exemple — ce

→ 28 février

→ 24 juin

que j'ignore. Ce qui est certain, c'est que Picard n'aurait pas demandé à Hadamard de signer cette pétition. Ce qui est tout aussi certain, c'est que, en 1925, Hadamard s'intéressait au problème de Plateau (c'est pourquoi je l'ai fait griffonner l'énoncé de ce problème (ici encore, la majuscule s'impose, comme Lamé et Bonnet, Plateau est un nom propre, ce problème porte le nom de Joseph Plateau, un mathématicien belge)). Des petits mots d'Hadamard, on en retrouve sans cesse et... peut-être trouvera-t-on un jour celui-là. À part les deux certitudes que je viens d'énoncer, ce que je viens d'écrire est du pur roman.

Du roman et une digression, ou un bruit de fond, ou du commentaire. Ce qui justifie, factuellement, la présence de ce chapitre dans ce livre, c'est la signature d'Édouard Goursat au bas de l'appel du *Figaro*, qui se trouve être la seule expression publique conservée d'une opinion politique de sa part. Bien entendu, l'état de la société et des intellectuels français au cours des années 1920 n'est pas complètement hors sujet — et nous y reviendrons encore une ou deux fois.

8 juillet

1881, Goursat

Édouard Goursat soutint sa thèse, intitulée « Sur l'équation différentielle linéaire qui admet pour intégrale la série hypergéométrique », le 8 juillet 1881. Cette équation différentielle, qu'il serait dommage de pas écrire ici, puisqu'il s'agit d'une très belle formule

$$x(x-1) \frac{d^2y}{dx^2} + (\gamma - (\alpha + \beta + 1)x) \frac{dy}{dx} + \alpha\beta y = 0,$$

avait été étudiée par Gauss, par Riemann nous l'avons dit, et plus récemment par Kummer et Schwarz.

→ 10 juin

Il y a des tas de formules, toutes compliquées, certaines fort belles, qui donnent des solutions de cette équation. Les énumérer ferait ressembler ce livre à un herbier et accentuerait le côté « botanique » de la mathématique. Il y a aussi la théorie. Un des aspects de celle-ci est fondé sur la remarque que, étant données toutes ces solutions, ces formules que nous n'avons pas écrites, il doit y avoir des relations entre elles (ce « il doit » est un théorème, pas un acte de foi). Un des résultats de la thèse de Goursat était une façon simple et systématique de déterminer ces relations, grâce à une formule intégrale.

→ 4 septembre

Dans la conclusion de son rapport sur cette thèse, Jules Tannery écrivit que les résultats étaient importants et définitifs, les méthodes rigoureuses et l'exposition nette — bref, un travail fort remarquable. Ainsi Goursat s'était-il placé, dès l'aube de sa vie mathématique, dans l'ombre de ses « grands » prédécesseurs, devenant celui qui avait donné... une nouvelle démonstration d'un théorème de Schwarz.

11 juillet 2012

Ce matin, je travaillais dans mon bureau, c'est agréable, en été, quand il n'y a personne. Et puis j'ai reçu un message de L^{***}. Jusque là rien d'extraordinaire : je reçois certains jours plus de cent messages (je vous rassure tout de suite : je ne réponds pas à tous, loin de là !). Mais L^{***} est (encore) un éditeur (le directeur de M^{***} si vous voulez des détails). Je l'ai rencontré il y a quelque temps après une lecture de l'Oulipo à laquelle il avait assisté, nous avons

été présentés, je lui ai parlé de mon projet, puis je lui ai envoyé un échantillon (un peu plus détaillé que celui que j'avais proposé en janvier). Je suppose qu'il liquidait ses → 13 janvier dossiers en attente avant de partir en vacances. En tout cas, le message me demandait juste si je pouvais l'appeler ce matin. Ces gens-là aiment beaucoup le téléphone. Je me suis remise au travail et, après avoir laissé passer un laps de temps raisonnable, je l'ai appelé.

Je suis sûre qu'un autre me dira un jour qu'il n'y a pas assez de dialogues dans mon livre (mais il y en a, il y en a même un, dans un bureau de poste soviétique, dès la première page !) — je vous dispense quand même des termes exacts. Il y eut des formules de politesse, puis d'autres. Car dire qu'il a trouvé mon projet très intéressant est incontestablement énoncer une formule de politesse. Vinrent ensuite les conseils, ou plus exactement les reproches, dont j'extrais ici une petite liste : je ne parle pas assez de moi (il me semblait, pourtant...) ; ce qui est à la mode (il ne le dit pas dans ces termes, bien sûr), c'est l'auto-fiction (aïe) ; je devrais parler de mes rapports avec mes collègues (non) ; est-ce que j'ai des amis mathématiciens (oui, ni ce oui ni le non précédent n'ont été prononcés) ; il voulait que je dise si j'allais au cinéma (peu), si j'aime la glace à la gentiane (plutôt la cassate sicilienne, mais c'est devenu aussi rare), si je pense aux mathématiques quand (mais là, j'ai arrêté d'écouter, j'ai attendu qu'il ait terminé, anticipant un « pensez-vous aux mathématiques quand vous faites l'amour ? » dont je ne saurai jamais s'il l'a dit ou pas)... Puis il y eut un silence. Et je pris la parole. « Voyez-vous, lui dis-je, ce que je veux, c'est raconter l'histoire de la formule de Stokes, de ses transformations et de son évolution, de ceux (et celles, pensai-je) qui y ont contribué, dans leur diversité,

une “communauté” mathématique en formation, avec ses vedettes et ses hommes (oui, je sais) ordinaires, avec leurs conditions de vie et de travail. Tout ça, je vous l’ai écrit ». Il n’a (peut-être) pas lu tout ce que je lui ai envoyé.

Après quoi il y eut un nouveau silence.

Ce dut être une sorte de manipulation à distance. Ou alors c’était un mauvais jour. De toute façon, j’étais partie battue. Toujours est-il que je m’entendis reprendre la parole pour, non seulement lui expliquer que le livre n’était pas pour lui, mais encore le réconforter gentiment avant de raccrocher. Le pauvre homme.

Puis j’ai noté qu’il faudrait caser quelque part la formule « de dualité »

$$\begin{aligned} H_k(V) \times H^k(V) &\longrightarrow \mathbf{R} \\ (A, [\omega]) &\longmapsto \int_A \omega, \end{aligned}$$

et expliquer que c’est une sorte de second degré de la formule de Stokes, puisque cette formule n’a de sens que parce que la formule de Stokes est vraie. J’ai pensé à cet éditeur anglais qui, il y a presque vingt ans, après que nous ayons bu l’un et l’autre deux verres d’un vin australien robuste, m’avait demandé d’écrire un livre racontant la vie quotidienne d’un-e mathématicien-ne — et pour qui j’avais écrit un livre sur les toupies, oh ! que des mathématiques ! J’ai rangé mes affaires et je suis partie, en évitant autant que possible de rencontrer mes collègues (on n’est pas obligé d’aimer ceux que le hasard a installés dans les mêmes locaux), j’ai pris le train j’ai acheté de belles roses (et je les ai apportées chez je ne vous dirai pas qui, où j’ai retrouvé (idem), et nous avons mangé du poulet rôti). Le reste de la journée sera laissé à l’imagination des amateurs

d'auto-fiction (si par hasard l'un ou l'autre d'entre eux s'était égaré dans ce livre).

17 juillet

1932, *Calendrier*

Hambourg, troupes nazies appuyées par police font irruption dans Altona, faubourg ouvrier majorité communiste, 19 tués, 285 blessés.

20 juillet

1936, *Calendrier*

Franco, qui se voit déjà au pouvoir, télégraphie à Queipo de Llano : « Espagne sauvée ! »

23 juillet

1928, *Cartan*

C'est le 23 juillet 1928 que fut publiée la note d'Élie Cartan déjà mentionnée plusieurs fois. Élie Cartan était $\rightarrow$ 17 avril professeur à la Faculté des sciences de l'Université de $\rightarrow$ 24 juin Paris. La note avait été présentée la semaine précédente, j'ignore par qui (le nom du présentateur ne figure pas sur la note) — Élie Cartan n'était pas encore membre de l'Académie des sciences. Il y démontrait que le troisième $\rightarrow$ 9 mars groupe d'homologie d'un groupe de Lie compact simple n'est jamais nul, en utilisant une intégrale

$$\iiint \sum^{i,j,k} c_{ijk} \omega_i \omega_j \omega_k,$$

puis il passait à de possibles généralisations et énonçait deux « théorèmes », dont il montrait tout l'avantage qu'on

pourrait tirer — s'ils étaient vrais, c'est-à-dire s'ils étaient démontrés. Ces deux énoncés explicitaient l'utilisation que l'on pourrait faire de la formule de Stokes pour étudier la topologie algébrique (l'*analysis situs* de Poincaré).

Ouvrez la parenthèse. Aux amateurs et amatrices de formules, je signale la position des i , j et k au-dessus du signe « somme » — et je rappelle la « convention d'Einstein ». Fermez la parenthèse...

... Car une nouvelle digression s'impose ici. Il est assez courant que l'on pose des questions dans les articles de mathématiques. Les deux énoncés de la note d'Élie Cartan furent ce que l'on appelle des conjectures (comme les conjectures de Weil...). Des problèmes « ouverts » et les conjectures anticipant ce que devait être leur solution, il y en eut bien avant les articles de mathématiques : que l'on pense à la quadrature du cercle, un problème resté ouvert pendant plus de deux mille ans. On pourrait étendre la notion de conjecture pour lui faire contenir des assertions non démontrées, comme celle-ci

[...] il est très probable que toutes les racines [de $\zeta(\frac{1}{2} + ix) = 0$] sont réelles.

Il serait à désirer, sans doute, que l'on eût une démonstration rigoureuse de cette proposition ; néanmoins j'ai laissé cette recherche de côté pour le moment après quelques rapides essais infructueux [...]

écrivit Riemann en 1859. Et vous venez de lire la formulation précise (à la traduction de l'allemand près) de l'hypothèse de Riemann.

→ 17 septembre

D'autres sont des assertions publiées avec (ou sans) des démonstrations dont on découvre (mais un peu tard) qu'elles sont fausses. À cette famille appartiennent ces

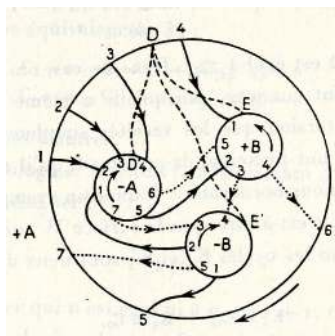
énoncés célèbres que sont le « grand » (ou « dernier ») théorème de Fermat et la conjecture de Poincaré. Le nom de cette dernière est connu du grand public parce que le mathématicien qui l'a finalement démontrée, cent ans après sa formulation, et qui s'appelle Grigori Perelman, a refusé les honneurs (la médaille Fields) et même la fortune (un million de dollars) qui lui étaient attachés.

S'il m'est permis d'inclure une parenthèse dans cette digression, j'ajoute que Poincaré n'a pas énoncé cette conjecture, mais écrit, en conclusion de son « deuxième complément à l'Analysis situs »

Pour ne pas trop allonger ce travail, je me bornerai à énoncer le théorème suivant, dont la démonstration demanderait quelques développements :

Tout polyèdre qui a tous ses nombres de Betti égaux à 1 et tous ses tableaux T_q bilatères est simplement connexe, c'est-à-dire homéomorphe à l'hypersphère.

Pour Poincaré et comme il le dit lui-même, simplement connexe veut dire homéomorphe à la sphère. En français moderne, l'énoncé ci-dessus dit donc : une variété qui a la même homologie qu'une sphère est homéomorphe à une sphère. Puis il construisit un beau contre-exemple à ce premier énoncé. S'il y a un contre-exemple, c'est que l'énoncé est faux. Ce contre-exemple est aujourd'hui connu sous le nom de sphère de Poincaré, pour les deux raisons (contradictoires) que ce n'est pas une sphère et que c'est Poincaré qui l'a construit. La figure « représente » cette « sphère » — d'une manière bien plus abstraite que des figures précédentes représentaient des sphères plus habituelles, je n'explicite pas. Poincaré publia le contre-exemple dans son « cinquième complément à l'Analysis situs » (ainsi que la figure, que nous avons copiée dans cet



article). La conclusion de ce cinquième complément est célèbre :

Il resterait une question à traiter :

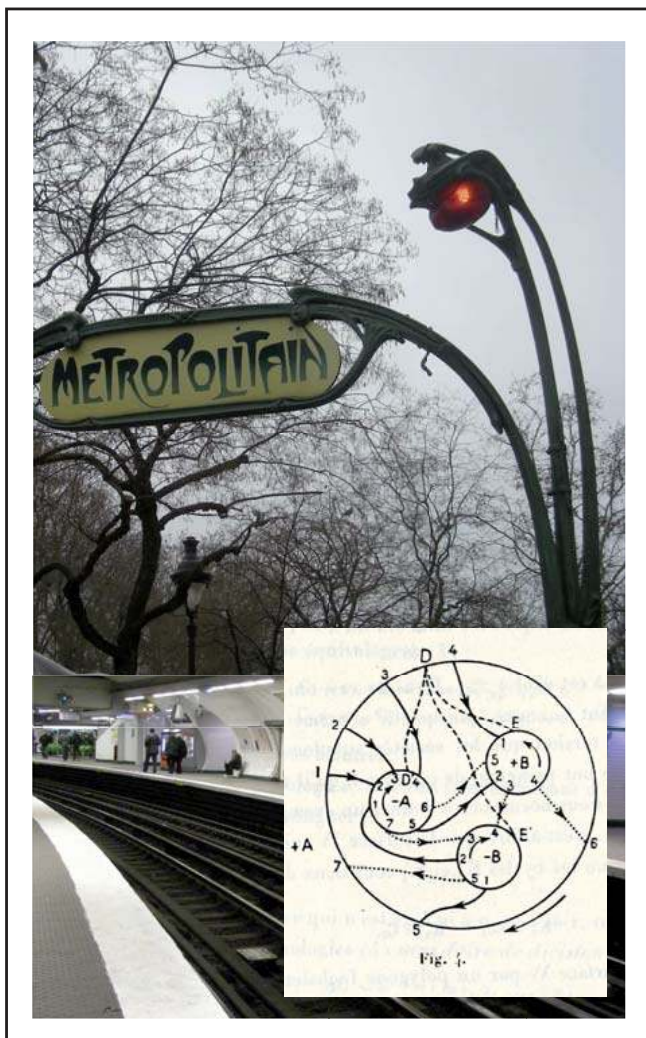
Est-il possible que le groupe fondamental de V se réduise à la substitution identique, et que pourtant V ne soit pas simplement connexe ? [...]

Mais cette question nous entraînerait trop loin.

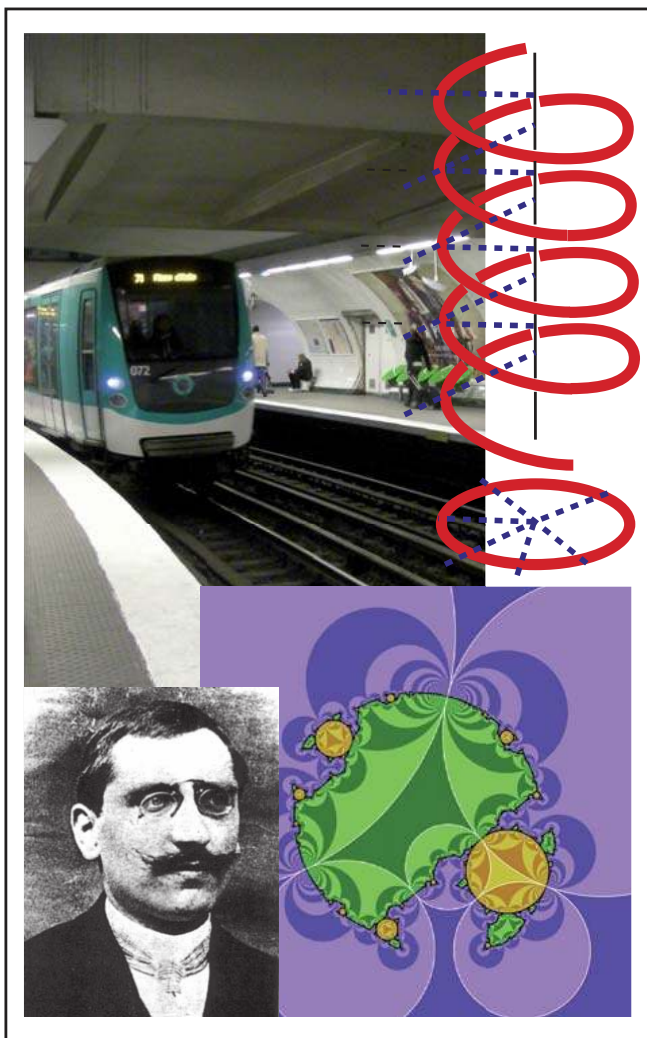
En effet. En français moderne : une variété qui a les mêmes groupes d'homotopie qu'une sphère est homéomorphe à une sphère. C'est cet énoncé qui est connu, depuis, sous le nom de conjecture de Poincaré.

Je ferme ici cette (longue) parenthèse et reviens à la digression dans laquelle elle s'est glissée. Puisqu'on me demande de parler de moi, de montrer du vécu, je me permets de signaler que j'ai, moi-même, écrit un jour, dans un article de recherche (que je considère comme un des meilleurs de toute ma carrière) « je me demande si... » — après quoi quelques-uns de mes collègues ont écrit d'autres articles pour y démontrer, dans tel ou tel cas, la « conjecture d'Audin » (je crains quand même que cette note autobiographique ne soit pas assez pipole pour L^{***}).

→ 11 juillet



Figures.



Métro (Paris), exponentielle, Lebesgue, ensemble-limite.

Pour clore cette digression, je signale que, lorsqu'il formula les merveilleux énoncés liant formes différentielles et topologie algébrique dont nous parlions avant d'entrer dans cette digression, Élie Cartan était âgé de cinquante-neuf ans. Avec douceur et discrétion, non seulement il énonçait des conjectures inouïes, mais il le faisait en pulvérisant le mythe du mathématicien qui ne produit des résultats importants que très jeune, ce que j'appelle le syndrome de Galois. Évariste Galois est mort à l'âge de vingt et un ans et nul ne peut savoir s'il n'aurait pas, lui aussi, à l'âge de soixante ans, inventé des choses nouvelles et encore plus inouïes que sa théorie de 1830.



Le fait est que les « conjectures de Cartan » devinrent rapidement des « théorèmes de de Rham » (comme nous l'avons déjà dit). Et que la terminologie se conforma à la modestie d'Élie Cartan.

→ 17 avril

→ 24 juin

26 juillet

1916, Goursat

C'est par la date du 26 juillet 1916 que la première guerre mondiale fait vraiment son entrée dans ce livre. Ce jour-là, la mort de Jean Clairin fut transcrite dans un document officiel de l'armée française. On le sait (ou on ne le sait pas), de nombreux jeunes scientifiques (pas seulement eux, mais eux aussi et même, les chiffres sont terribles, eux plus que d'autres) ont été tués durant cette guerre. Mais des moins jeunes y sont morts aussi. Comme Jean Clairin.

Jean Clairin était né à Nîmes en 1876, était entré à l'É.N.S. en 1896 et en était sorti trois ans plus tard premier à l'agrégation de mathématiques. Il avait soutenu une thèse en 1902 sur un sujet de géométrie différentielle. Avant d'être nommé sur un poste universitaire, il avait été professeur au lycée de Dijon. À la suite de Goursat (et d'autres) il avait étudié des équations aux dérivées partielles comme

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + a(x, y) \frac{\partial z}{\partial x} + b(x, y) z = 0.$$

Lorsque la guerre éclata, il était professeur à l'université de Lille. Il fut incorporé comme adjudant à la 11^e compagnie du 26^e régiment d'infanterie territoriale. Dans l'infanterie territoriale, on avait versé les mobilisés âgés de trente-quatre à trente-neuf ans (comme Jean Clairin, qui avait trente-huit ans en 1914). On les chargeait en principe des services de garde, et on les appelait les « Pépères ».

Parmi les violents combats qui se déroulèrent dans le nord de la France en août 1914, il y en eut de particulièrement violents à Thun-L'Évêque, un village situé entre Valenciennes et Cambrai. Là, les Pépères ne se contentèrent pas de services de garde et le 26^e R.I.T. participa au combat, la 11^e compagnie défendant le canal de l'Escaut face à des forces ennemies considérables. Au cours de cette bataille, Jean Clairin disparut.

C'est plus d'un an après que la famille apprit qu'il était mort d'une balle au front, et il fallut encore un an pour que cette mort fût transcrite officiellement.

Édouard Goursat, qui avait écrit un rapport long et détaillé sur la thèse de Clairin quinze ans auparavant, écrivit un court article nécrologique qui parut dans le cahier

« Vie de la Société » de la Société mathématique de France et fut relié avec le volume du *Bulletin* de cette société qui contenait un article de Goursat sur le problème de Pfaff que nous avons déjà mentionné.

→ 3 juin

29 juillet

1934, Kähler

Il y a peu de mathématiciens allemands dans ce livre. Il y a Gauss et Riemann, bien sûr, et ce n'est pas rien. Malgré leur présence et leur apport imposant aux mathématiques et à la science, la place occupée ici par les savants allemands en général ne reflète pas le rôle, l'importance de l'Allemagne comme puissance mathématique au cours de la période évoquée dans ce livre. Un roman sur la fonction ζ (zêta) aurait donné des résultats bien différents.

→ 17 septembre



Ici on pourrait invoquer diverses raisons géopolitiques :

- notre histoire, limitée à la période de 1819 (naissance de Stokes) à 1936 (mort de Goursat) n'est que marginalement affectée par l'arrivée au pouvoir des nazis en 1933
- elle l'est un peu plus (mais pas beaucoup plus) par le boycott des scientifiques allemands qui a suivi la première guerre mondiale.

Après la mention (grâce à Jules Andrade et à son livre) de Hermann Hankel, c'est à un autre mathématicien → 16 janvier allemand, Erich Kähler, que ce court chapitre est consacré.

Il finit d'écrire son livre *Einführung in die Theorie der Systeme von Differentialgleichungen* le 29 juillet 1934. De ce livre, je retiendrai ici un apport essentiel, qui n'est ni

un nouveau théorème ni une nouvelle équation, mais tout simplement une nouvelle notation. La différentielle extérieure, qu'Élie Cartan avait inventée dans les années 1900 sous le nom de « dérivée » extérieure et que l'on utilisait depuis sous la forme « prime » ($'$), comme une dérivée, la différentielle extérieure de ω étant donc notée ω' comme nous l'avons déjà vu, cette différentielle extérieure, Kähler décida de la noter d , ainsi notait-il $d\omega$ la différentielle de ω , de sorte que le premier membre de la formule de Stokes s'écrivit

$$\int_V d\omega.$$

Désormais, dx , le dx que l'on écrivait depuis toujours dans les intégrales, désigna la différentielle de la fonction x (de sorte que dx voulut dire... dx , et qu'il n'est pas exclu que le $d\psi$ (des psys) de mon vieux Ravaille signifie $d\psi$).

En d'autres termes, cette notation est excellente. Bien adaptée et vite adoptée, par exemple par Élie Cartan lui-même, dès son cours de 1936.

31 juillet

1914, *Calendrier*

Paris, Jaurès assassiné par nationaliste, du nom de Villain.

→ 17 avril

→ 23 février

→ 16 novembre

AOÛT

1^{er} août

1936, *Calendrier*

Berlin, très impressionnante cérémonie d'ouverture Jeux Olympiques.

5 août

1914, *Calendrier*

Grande Guerre, René Viviani lance appel aux agricultrices pour qu'elles moissonnent à la place des hommes.

9 août

1929, *Fatou, Goursat*

Pierre Fatou mourut le 9 août 1929 à Pornichet où il était en vacances.

Il était astronome à l'Observatoire de Paris, il aimait observer les étoiles et particulièrement les étoiles doubles.

Surtout, il était mathématicien. Il avait été l'un des premiers, dès les années 1900, à utiliser l'intégrale de Lebesgue pour démontrer des théorèmes portant sur d'autres sujets que la théorie de l'intégration elle-même. Il avait aussi démontré deux résultats importants et utiles de cette théorie, dont l'un s'appelle le lemme de Fatou et l'autre l'égalité de Parseval (il n'est pas question ici de la conquête du Graal mais d'un mathématicien du XVIII^e siècle, Marc-Antoine Parseval des Chênes, à qui Fatou avait décidé d'attribuer ce théorème).

Il était modeste et discret. Pendant la guerre, il s'était livré à une étude approfondie des phénomènes inattendus (je voudrais dire inouïs, mais ce serait plutôt « invus ») qui apparaissent lorsque l'on itère les fractions rationnelles, et il s'était effacé, sans cesser de travailler et d'obtenir de nouveaux résultats, lorsqu'un grand blessé, un héros, avait réclamé la priorité — ainsi les ensembles qu'il avait inventés (ou découverts) s'appellent aujourd'hui les ensembles de Julia. Pierre Fatou avait bien compris que ces beautés torturées et contournées pouvaient apparaître dans d'autres contextes, comme celui des fonctions fuchsiennes de Poincaré (celles du marchepied, mais si, vous savez bien, l'omnibus, Coutances).

Il venait de passer de longs mois de travail à mettre à jour, pour une nouvelle édition, le livre « Théorie des fonctions algébriques » d'Appell et Goursat, dont la toute première édition datait de 1895 et qui était épuisé. Il en avait surtout écrit une suite, tout un volume de plus de cinq cents pages intitulé « Fonctions automorphes », et consacré un temps énorme à la rédaction du dernier chapitre, « La Représentation conforme », cent quarante pages témoignant des travaux de Riemann, de Poincaré

et de bien d'autres. Un couronnement de la théorie des fonctions algébriques en vérité.

En application du principe général selon lequel on ne peut rien démontrer d'intéressant sans utiliser la formule de Stokes, celle-ci, ou plus exactement sa version formule de Green, apparaît dans les premières pages de ce livre sous la forme

$$(25) \quad \iint_{\Delta} h \Delta u \, dx \, dy + D_A[u, h] = \int_{\mathcal{C}} h \frac{du}{dh} \, ds + \int_{\mathcal{L}} h \frac{du}{dh} \, ds.$$

Fatou avait fini de rédiger le manuscrit, avait remis les dernières feuilles à l'imprimerie Gauthier-Villars, avait relu et corrigé les épreuves des premiers chapitres, et puis il était parti en vacances, souffrant, comme toujours, de maux d'estomac et de digestions difficiles, amaigri et émacié, mettant tous ces inconvénients au compte de trop d'activités, observer les étoiles la nuit, travailler le jour... C'était un Breton, il était issu d'une famille d'officiers de marine de Lorient, il aimait la mer, il loua une chambre d'hôtel à Pornichet et partit. En villégiature. C'est là qu'il mourut, subitement, après une après-midi passée au soleil. Les douleurs et la fatigue résultaient d'un ulcère à l'estomac déjà ancien, une maladie très souvent mortelle à cette époque. Cette fin prématurée (il n'avait que cinquante et un ans) inspira des regrets à ceux qui l'avaient connu et apprécié. Jules Drach et Henri Mineur se chargèrent de corriger les épreuves des derniers chapitres. La maison Gauthier-Villars, dont l'éloge n'était plus à faire, fabriqua le livre de Pierre Fatou. Édouard Goursat écrivit une introduction de laquelle les trois phrases qui précèdent sont fortement inspirées. Ainsi parut, en 1930, le grand

traité des fonctions automorphes de Pierre Fatou, sous le titre

Théorie des fonctions algébriques d'une variable
et des transcendentes qui s'y rattachent
par MM. Paul Appell et Édouard Goursat.

Le nom de l'auteur ne figure pas sur la couverture du livre, qui est appelé « Appell-et-Goursat-tome-II ». C'est pourquoi il figure dans ce livre-ci.

13 août

1819, Stokes

Benjamin d'une famille de huit enfants, George Gabriel Stokes naquit à Skreen, un petit village au bord de la mer, à l'ouest de l'Irlande, le 13 août 1819. Sa mère était belle et son père recteur et taciturne, disent ceux (celles, en réalité) qui ont raconté sa vie. De cet enfant rose, blond, turbulent et même colérique, elles rapportèrent, et on se souvint, que sa mère, qui lui apprenait à lire, le trouvait bien lent, jusqu'au jour où, à sa demande, elle remplaça le livre pour enfants qui avait servi à ses aînés, par les Psaumes... Elles rapportèrent, et on se souvint, que l'instituteur de la paroisse se délectait des façons nouvelles de calculer les sommes qu'avait inventées le jeune garçon, ainsi que de la manière dont il utilisait la méthode de la fausse position. Elles rapportèrent, et on se souvint, qu'il avait découvert, et même démontré, avant d'avoir ouvert le livre, plusieurs propositions d'Euclide.

Ici quelques commentaires s'imposent.

– L'apprentissage plus rapide de la lecture dans les Psaumes peut être mis au compte des intentions édifiantes du texte dans lequel il est raconté ; on peut aussi imaginer

que dans la maison d'un prêtre anglican (c'est ce que signifie le mot « recteur »), taciturne ou pas, on connaissait beaucoup de psaumes par cœur, ce qui certainement facilitait l'apprentissage de la lecture.

– La compréhension précoce des mathématiques est une constante des biographies de mathématiciens (et ne peut étonner que leurs familles). Gauss par exemple, avait calculé la somme des nombres de 1 à 50 (ou à 500 ?), 1275 (ou 125 520 ?) avant même que l'instituteur ait fini de poser la question ; Riemann trouvait des solutions que son professeur avait du mal à suivre ; Sofia Kovalevskaya avait inventé le sinus, etc., etc. Le calcul de la trajectoire d'un boulet de canon dans un roman d'anticipation, que fit, dit-on, le petit Vito Volterra, est un peu plus original. Bien des enfants en ont fait autant, qui ne sont pas devenus mathématiciens et de qui on ne l'a donc pas raconté.

– Il reste à signaler qu'avant d'écrire ces lignes, j'ignorais ce que l'on appelle la « méthode de fausse position ». Je me permets donc de l'expliquer (?) aux lecteurs. Il s'agit de résoudre une équation. On choisit un nombre (plus ou moins au hasard), on regarde s'il est solution de l'équation. Ou bien on a eu beaucoup de chance et il l'est, et alors on s'arrête. Ou bien, il ne l'est pas. Si ce nombre n'est pas solution, on essaie avec un autre. Ou bien... Et ainsi de suite. Tout ceci est plutôt vague... Un autre nom de cette méthode, en anglais, est *guess and check* (devine et vérifie).

Il existe bien d'autres méthodes pour résoudre des équations, plus compliquées sans doute que celles dont le petit Stokes devait déterminer les solutions. L'une d'elles porte le nom de « méthode de Newton », mais Stokes ne l'apprendrait qu'à l'université, lorsqu'il saurait un peu de calcul différentiel.

Fin de la digression sur la méthode de la fausse position.
Et fin des commentaires.

Sa mère lui apprit à lire — il était très proche d'Elizabeth, une de ses sœurs, qui a écrit quelques souvenirs de l'enfance du héros — il est resté célibataire jusqu'à l'âge de trente-neuf ans mais un « fellow » d'un collègue de Cambridge n'avait besoin ni de faire ses courses ni de préparer ses repas — son épouse Mary relut et corrigea certains de ses articles — après la mort de Mary, il finit sa vie avec sa fille Isabella Lucy, qui écrivit plus tard sa biographie. Que de femmes, dans la fabrication d'un scientifique et de sa gloire !

→ 19 février

Son sens pratique a déjà été signalé. Un appareil permettant de cuire un œuf à la coque était disposé (par qui ?) sur la table du petit déjeuner et, lors des visites de William Thomson à Cambridge, il alimentait les convives et leurs conversations de physiciens, qui s'étendaient longuement sur les aspects théoriques et pratiques de la cuisson de l'œuf. Il n'est pourtant pas certain que Sir George Gabriel Stokes, baronnet, ait été capable de se faire cuire un steak.

19 août

1936, *Calendrier*

Federico Garcia Lorca fusillé par phalangistes.

23 août

1927, *Calendrier*

Sacco & Vanzetti, inculpés d'anarchisme, sont électrocutés.

26 août**1904, Lebesgue, Goursat**

Henri Lebesgue, qui était alors maître de conférences à l'université de Rennes, passa les vacances d'été de 1904 avec sa famille dans sa ville natale de Beauvais. Et lui et Émile Borel s'écrivirent. Où était Borel et ce qu'il répondit à Lebesgue ne nous est pas connu avec précision : Borel a gardé les lettres de Lebesgue mais pas les enveloppes, et Lebesgue n'a pas conservé les lettres de Borel. Dans cette correspondance, il est question d'un théorème, que l'on appelle en général le théorème de Borel-Lebesgue, mais parfois aussi le théorème de Heine-Borel, voire le théorème de Heine-Borel-Lebesgue.

Et, justement, la lettre que Lebesgue écrivit à Borel ce 26 août 1904 portait sur ce qu'avait fait Heine. Ce Heine-là était allemand, s'appelait Eduard, était mort depuis plus de vingt ans et, autant que je sache, n'avait aucun lien de parenté avec le poète Heinrich Heine (que nous avons déjà rencontré, bien qu'assez discrètement, dans ce livre).

« Laissez-moi vous raconter une histoire », écrivait Lebesgue. L'histoire commençait par un cours de Goursat. Elle remontait dix ans en arrière, au temps où Lebesgue était élève et Goursat maître de conférences à l'École normale supérieure. Il arriva donc que Lebesgue suivait un cours de Goursat et que son attention fut attirée par le fait qu'une définition donnée par Goursat différait de celle qu'on pouvait lire dans le livre de Picard. Pour les lectrices qui savent ce que c'est, je précise qu'il s'agissait de convergence uniforme. Pour les autres, je dis simplement qu'il s'agit d'une notion un peu subtile (ce qui explique une possible divergence entre deux auteurs, dont bien sûr

au moins un a tort) mais indispensable (ici il serait adéquat de signaler que l'on crédite souvent Stokes d'avoir mis au point la notion de série uniformément convergente (la subtilité est la même), voilà qui est fait). Et voilà, le jeune Lebesgue s'aperçut que la définition de Goursat était correcte, mais pas celle de Picard. En étudiant cette question, il avait démontré — parce qu'il en avait besoin — le théorème « de Borel-Lebesgue ».

Les questions de priorité, des difficultés personnelles qui leur étaient liées ou pas, amenèrent plus tard une rupture entre Borel et Lebesgue... ce qui nous prive des informations qu'aurait pu contenir leur correspondance — puisque, bien sûr, elle s'interrompt.

La contribution la plus importante de Lebesgue aux mathématiques est l'intégrale « de Lebesgue », celle grâce à laquelle on peut écrire (l'intégration est l'inverse de la dérivation, oui, mais sous quelles hypothèses, voilà la question)

$$\int_a^b f'(x) dx = f(b) - f(a)$$

dès que la dérivée f' est bornée. C'est d'ailleurs, en dimension 1, la formule de Stokes. L'intégrale de Lebesgue utilise les « boréliens », qui doivent leur nom à Émile Borel. Il est assez touchant d'apprendre que c'est Goursat qui initia Lebesgue à l'analyse, et que c'est de la qualité d'un de ses cours qu'est issue la première démonstration par Lebesgue du théorème de Borel-Lebesgue.

27 août 2012

Décidément, le métro est le dernier endroit où l'on cause. Je vais finir par m'y installer. Je pourrais même y écrire des poèmes. En attendant, aujourd'hui, c'est

N***, un journaliste scientifique avec qui il m'est arrivé d'avoir des contacts. Pas toujours faciles. Le dernier en date avait été téléphonique, il y a quelques mois. Il me demanda de relire deux pages que son journal s'apprêtait à consacrer aux mathématiques. Je l'ai fait. Il y avait une grosse bourde, que je lui ai signalée lorsque je l'ai rappelé. « Vous êtes sûre ? » m'a-t-il répondu. Je l'ai pris d'un peu haut (n'importe quel étudiant de master lui aurait dit la même chose). Pour s'excuser et pour me remercier, il m'a abonnée à son journal. J'ai remercié à mon tour, sans lui dire que je ne peux pas lire ce journal.

Je n'aime pas leur style uniforme, le rabot rédactionnel qui rend tous les articles insipides (et tous insipides de la même façon). Une langue de bois (la matière « bois » est bien adaptée à l'outil « rabot ») dans laquelle là où vous avez écrit « O*** », vous lisez « le grand mathématicien allemand du XIX^e siècle Carl-Philipp-Emanuel O*** ». Par exemple. Corollairement, N*** déteste ce que j'écris. Les phrases sans verbe, en particulier. Des rapports difficiles, mais cordiaux. Il lui est arrivé de me rendre des services (outre m'abonner à son journal), en me fournissant une interview très ancienne retrouvée dans les archives du magazine par exemple.

Bref, aujourd'hui N*** me tombe dessus à Richelieu-Drouot. Serrements de mains, sourires, échanges de politesses.

— Vous écrivez un nouveau livre, me demande-t-il enfin ?

— Oui, bien sûr, j'écris tout le temps.

— Et sur quoi ?

— Eh bien, sur la formule de Stokes.

Je dis ça avec naturel, comme si on ne pouvait pas penser à écrire sur autre chose. Et je l'entends penser : « mais tout le monde sait ce qu'est la formule de Stokes ». Il m'a fait le coup une fois. Il m'avait convaincue d'écrire un article pour son journal. Je voulais mettre un encadré (comme ils disent) sur la fonction exponentielle. « Nos lecteurs savent ce qu'est la fonction exponentielle », me répondit-il, et il n'y eut pas d'encadré. Je ne sais pas (et lui non plus) qui sont ses lecteurs et ce qu'ils savent. Mais je suis certaine que lui, N***, ne sait rien d'intéressant sur la fonction exponentielle, à part la belle formule (préférée des professeurs)

$$e^{i\pi} + 1 = 0.$$

En tout cas, pour revenir à aujourd'hui, il se tait. Alors j'en rajoute.

— Et sur Goursat.

— ...

— Vous savez qui c'est ?

— Oui, bien sûr. Celui du livre de calcul différentiel, qui était si mauvais.

Et voilà. J'en étais sûre. Cela a été dit, redit, répété, écrit, récrit, il y avait un livre de calcul différentiel, et il était très mauvais. Personne n'y est allé voir et lui pas plus que les autres : il saurait au moins que c'est d'un cours d'*Analyse* qu'il s'agit. Et d'ailleurs, serait-il capable de me dire ce qui fait qu'un cours de calcul différentiel est bon ou mauvais ? Je prends mon air le plus innocent.

— Pourquoi dites-vous qu'il est mauvais ?

— Mais... parce que tout le monde le dit.

Le fait d'être journaliste scientifique n'inclut pas non plus celui d'être scientifique. Dans ce métier, le doute n'est

→ 20 janvier

→ 16 septembre

pas une méthode de travail. Je remarque qu'il ne m'a pas demandé pourquoi la formule de Stokes ni pourquoi Goursat. J'hésite à lui parler de formes différentielles, mais c'est lui qui reprend la parole et l'initiative. Assez perfidement.

— C'est pour quel éditeur ?

— Je chercherai lorsque j'aurai terminé, je réponds de mon air le plus détaché. Pourquoi, vous avez une suggestion ?

— Non, non. Je me demandais juste. Stokes, Goursat, vous trouvez ça porteur ?

— Je ne sais pas ce qui est porteur. En tout cas ça m'intéresse. Sinon je ne le ferais pas. Bon, je descends là, je vous quitte. Bonne fin de soirée !

Je descends à Chemin Vert et j'attends la rame suivante sur le quai. Je me suis fait refuser un livre sur la Commune de Paris et les scientifiques, parce que ce n'était pas porteur.

Son « tout le monde le dit » m'incite à donner quelques précisions sur les sources (sur ce que c'est qu'une source, veux-je dire). La question des sources a déjà été posée à propos d'un document ancien trouvé dans un fonds d'archives sans que son auteur ni sa date ne puissent être déterminés. « Tout le monde le dit » a l'air innocent puisque → 21 mai évidemment, cela ne prétend pas être une source sérieuse. Pourtant, cette phrase signifiera bientôt, signifie déjà, que quelqu'un l'a écrit sur une page ouëbe et que « tout le monde » l'a recopié. Voici un autre exemple, qui n'est pas complètement hors sujet. En lisant les parties publiées des lettres de Stokes à sa fiancée, je ne parvenais pas à déterminer à quelle date exactement avait été célébré leur mariage. J'ai donc, comme tout le monde, posé la question → 5 janvier

à un moteur de recherche. Et je l'ai posée sous la forme :
« "Mary Robinson" Stokes 1857 » (avec les guillemets).
J'avais déjà lu la page wikipedia consacrée à Stokes sans
prêter beaucoup d'attention à la phrase

Son mariage en 1857 avec Mary Robinson coïncide avec
un ralentissement certain de sa productivité.

Phrase qui fit bien entendu apparaître cette page dans les
premiers résultats de la « recherche ». Mais voilà : cette
même phrase apparaît dans presque tous ces résultats. On
n'imagine pas combien d'articles sur Stokes, tous fabriqués
en copier-coller, on peut trouver sur la ouèbe. Ça m'a
profondément agacée (et même un peu plus) : je voulais
bien croire à cette phrase une fois, mais pas quatre cents.
Une source authentique s'imposait. Voici ce qu'on lit
dans la longue notice que Lord Rayleigh écrivit pour les
Proceedings de la Royal Society en 1905 :

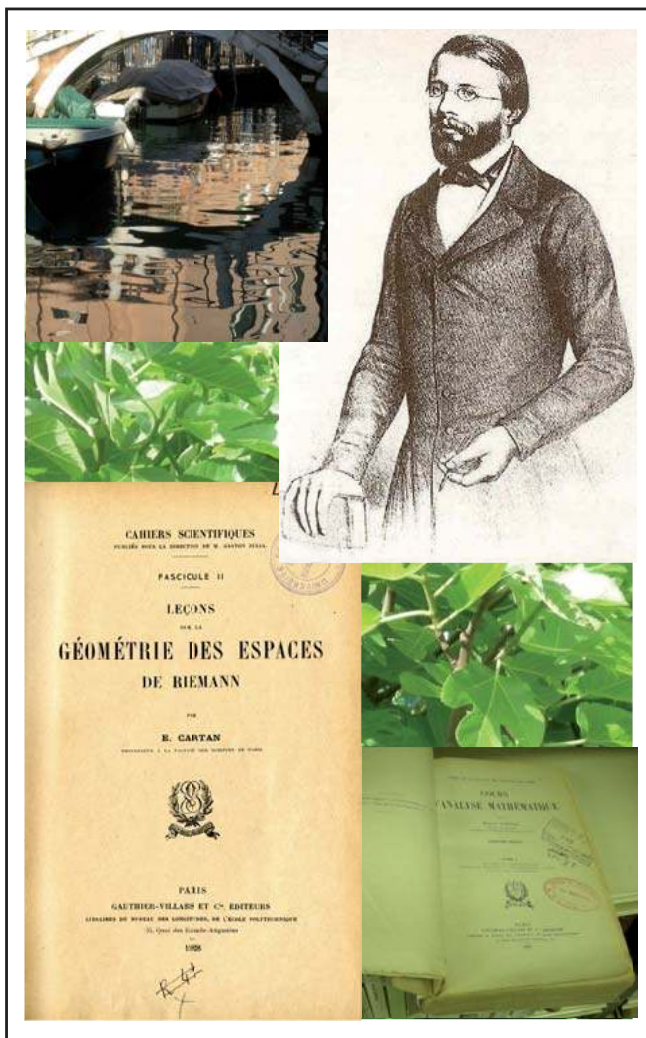
Il devint secrétaire de la Royal Society en 1854. Et le
lecteur des *Œuvres choisies* peut difficilement manquer de
remarquer une nette baisse de sa production après cette
date.

Ce n'est pas tout. Il y a une lettre de Stokes lui-même (c'est
une source de première main) datée du 20 janvier 1857 et
adressée à (toujours) son ami William Thomson, auquel il
reproche (assez gentiment) de lui imposer un travail (qui
incombait au secrétaire de la Royal Society) et écrit

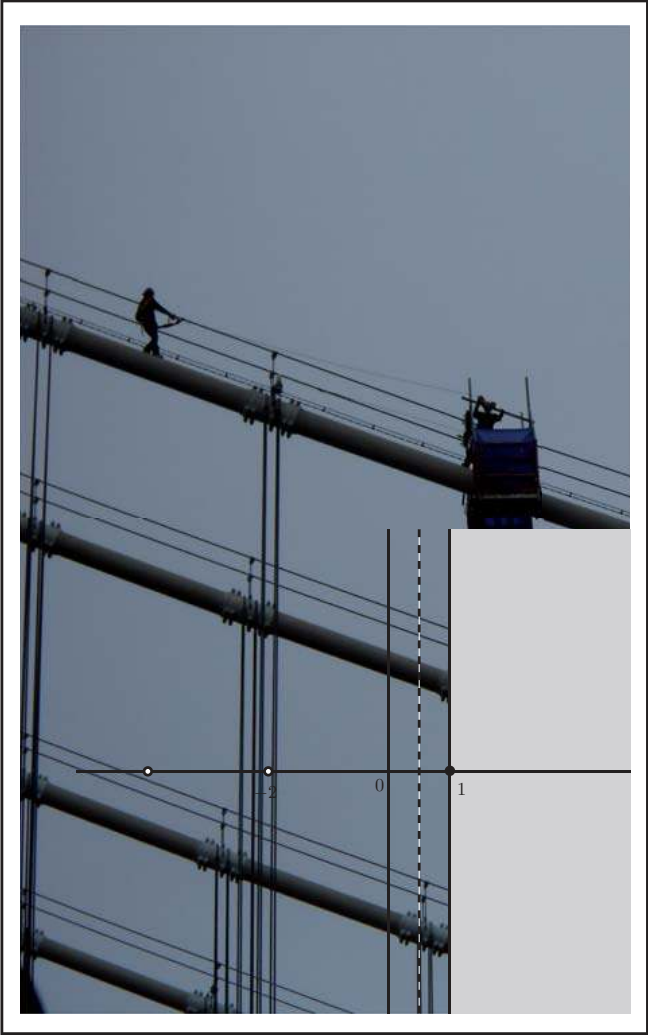
les gens diront que ma future femme m'empêche de
travailler, alors que tout est de votre faute.

Je ne connais toujours pas la date de leur mariage — pas
plus d'ailleurs que la date de naissance de Mary Robinson.

Pauvre Mary...



Venise, Riemann, livre de Cartan, figuier, livre de Goursat.



Figures.

SEPTEMBRE

4 septembre

1870, Cartan, Lebesgue

Le 4 septembre 1870 fut proclamée la République. La troisième : il y avait eu « la » République, celle de 1792, puis la deuxième, celle de 1848 (février), dont la première réussite avait été le bain de sang de juin et maintenant → 27 juin la troisième, après vingt ans d'« Empire », née dans les décombres d'une guerre avec l'Allemagne et qui mourrait, beaucoup plus tard, dans ceux d'une autre guerre, un peu au-delà de la limite de temps que nous nous sommes fixée pour ce livre. Le 4 septembre est ainsi devenu une date que par exemple tous les Parisiens connaissent, puisqu'il y a dans leur ville une « rue du 4 septembre » et un métro « Quatre-septembre » (on peut ainsi se donner rendez-vous au métro Quatre-septembre le 4 septembre). Il fallait bien faire entrer cette date dans ce livre. Voilà qui est fait.

La Troisième République, avec son école pour tous (pour une fois, « tous » inclut les filles) — laïque, publique et obligatoire — qui permit en effet à beaucoup d'enfants de faire des études — dans un langage imagé et un peu vulgaire, ce fut un ascenseur social. Les histoires d'instituteurs tentant de convaincre les parents d'envoyer au lycée des enfants qui allaient peut-être manquer à la force de travail familiale sont nombreuses. C'est ce que fit Monsieur Dupuis, maître d'école à Dolomieu, pour son élève Élie Cartan, juste avant, à vrai dire, que les lois Jules Ferry soient votées. On peut sourire du fait qu'Élie Cartan se souvenait avec fierté d'avoir été capable de réciter la liste de toutes les sous-préfectures de tous les départements français. C'est à ce prix que se formaient la conscience de la Nation française... et la mémoire des élèves.

Parmi les six « géomètres » de l'Académie des sciences, après l'élection d'Élie Cartan en 1931, on trouvait ainsi un fils d'ouvrier typographe (Lebesgue) et un fils de maréchal-ferrant (Cartan). Le fils d'aubergiste (Goursat) avait fait ses études primaires avant la Troisième République — c'est au curé de son village qu'il dut la possibilité d'aller au collège et ce qui s'ensuivit. Notamment une expression intégrale qui n'a pu être citée dans le chapitre consacré à sa thèse

→ 8 juillet

$$\int u^{\beta-1} (1-u)^{\gamma-\beta-1} (1-xu)^{-\alpha} du.$$

De Lebesgue, on raconte qu'il aimait à rappeler que son père (qu'il avait perdu alors qu'il était enfant) était ouvrier. En l'honneur de cette remarque, et pour sacrifier à la mode de l'auto-fiction, je signalerai qu'elle fut l'occasion de ma toute première intervention sur un article de wikipedia,

→ 11 juillet

celui consacré à Henri Lebesgue, justement. La biographie commençait par

Son père était employé dans une imprimerie.

Ce qui n'était pas faux, mais pas non plus absolument clair. J'ai remplacé « employé » par « ouvrier ». Je ne vois pas de raison qui pourrait amener qui que ce soit à se donner la peine de retirer ce mot, j'ai fait depuis des modifications autrement importantes à d'autres articles, mais chaque fois que j'ouvre cette page, c'est avec un petit pincement au cœur que je vérifie que le père de Lebesgue est toujours ouvrier...

Je ne me risquerai pas à me lancer dans des statistiques sur l'origine sociale des académiciens des sciences d'aujourd'hui. De même que je laisse aux historiens du futur le soin d'étudier l'aggravation de la situation qu'aura provoquée le prétendu « collège unique ».

15 septembre

1935, *Calendrier*

Nazisme, lois de Nuremberg privent Juifs allemands de droits civiques et interdisent en outre mariage & relations extraconjugales entre Juifs & aryens.

16 septembre

1923, *Goursat*

Le 16 septembre 1923, Édouard Goursat termina la préface de la quatrième édition (revue et augmentée) du tome I de son *Cours d'analyse mathématique*. Ainsi le livre put paraître à temps pour la rentrée universitaire qui, en cette heureuse époque, avait lieu en novembre.

C'est grâce à ce livre, et à la contre-publicité que lui ont faite des gens qui ne l'avaient jamais eu entre les mains et qui répétèrent ce qu'en disait le folklore de Bourbaki, que le nom de Goursat est encore connu aujourd'hui. Méritait-il cette indignité ?

→ 20 janvier

→ 27 août

★

Le premier chapitre traitait des limites, ensembles, et généralités sur les fonctions. Il est clair que les progrès faits dans l'écriture des mathématiques au cours du xx^e siècle et dès les années 1930 — et sous l'influence notamment de Bourbaki — rendent ce type d'introduction caduque. Il faut pourtant signaler que beaucoup de choses sont écrites avec précision (je pense en particulier aux questions d'uniformité, celles qui avaient inspiré Lebesgue).

→ 26 août

Puisque c'est d'elle qu'il s'agit ici, la formule de Stokes y est démontrée dans le chapitre sur les intégrales doubles, sous le nom de « formule générale de Stokes » et sous la forme

$$\begin{aligned} \int_{\Gamma} P(x, y, z) dx + Q(x, y, z) dy + R(x, y, z) dz \\ = \iint_S \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) dx dy + \left(\frac{\partial R}{\partial y} - \frac{\partial Q}{\partial z} \right) dy dz \\ + \left(\frac{\partial P}{\partial z} - \frac{\partial R}{\partial x} \right) dz dx \end{aligned}$$

... sauf que la démonstration donnée utilise (sans trop le préciser) le fait que la surface S se projette bien (je ne précise pas ce que ce « bien » veut dire) sur une aire plane limitée par une courbe C qui est la projection de Γ (comme à gauche de la figure suivante, qui vient de ce livre). Cette hypothèse peut très bien ne pas être satisfaite, si la surface

est un peu contournée — comme c'est le cas par exemple de celles qui sont dessinées dans mon Ravaille, que l'on voit à droite de la figure.

→ 23 février

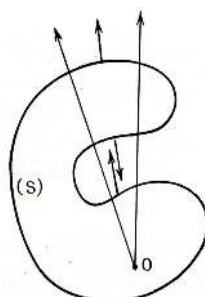
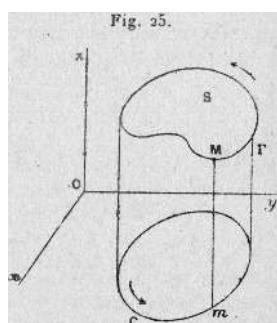


Fig. 11.18

De façon non inattendue (il y a peu de tension narrative ici) mais satisfaisante, la formule de Stokes est alors conséquence de la formule de Green démontrée (par Goursat) quelques pages plus haut. Peu de tension narrative peut-être, mais tout de même le plaisir de voir que cette version de la formule de Green est un cas particulier de la formule que l'on veut démontrer (celui où P et Q ne dépendent pas de z et où $R = 0$) : savoir que le cas général est conséquence d'un cas particulier est un bonheur dont aucune mathématicienne ne peut se lasser.

La surface du livre de Goursat est dessinée comme si elle vivait dans l'espace, notre espace à trois dimensions. C'est aussi une restriction, mais je n'insiste pas sur ce point. Malgré Bourbaki, il n'y a aucune différence entre cette démonstration et celle que j'ai subie, cinquante ans après, dans une salle de physique vieillotte du lycée Condorcet.

Beaucoup des auteurs de livres d'analyse à ce niveau ne sont pas, n'étaient pas, des spécialistes, ni même des connaisseurs de formes différentielles et d'applications de la formule de Stokes. Mais Goursat si. Peut-être croyait-il le formalisme trop compliqué pour des étudiants de licence ? Ici on peut repenser à Élie Cartan, à qui l'on a reproché d'avoir écrit

La notion de variété générale est assez difficile à définir avec précision.

— une phrase d'ailleurs suivie d'explications très claires à défaut d'une définition normalisée. Beaucoup moins claires sont les contorsions de Poincaré quand, dans ses *Méthodes nouvelles* à l'endroit même où il introduit la formule de Stokes (sans succès, comme nous l'avons dit), il écrit, dans une note infrapaginale

Le mot *variété* est maintenant assez usité pour que je n'aie pas cru nécessaire d'en rappeler la définition. On appelle ainsi tout ensemble continu de points (ou système de valeurs).

Que les non-mathématiciens se rassurent : ceci ne veut absolument rien dire. La présentation de Cartan a au moins des vertus pédagogiques.

On peut imaginer que Goursat avait une version « pour élèves » de la formule de Stokes, et que c'est celle qu'il exposait dans son livre. L'exemplaire de son volume I d'analyse que l'on trouve dans les rayons de la bibliothèque de l'Institut Henri Poincaré est si usé que l'on a du mal à en tourner les premières pages. Une preuve de succès, non ?

Ici je signale aux lectrices ce que certaines d'entre elles ont peut-être déjà remarqué : Goursat utilisait le ∂ pour

les dérivées partielles, $\frac{\partial z}{\partial x}$, une notation allemande (due à Jacobi, dit Goursat), alors qu'Hermite et les Anglais écrivaient $\frac{dz}{dx}$.

17 septembre

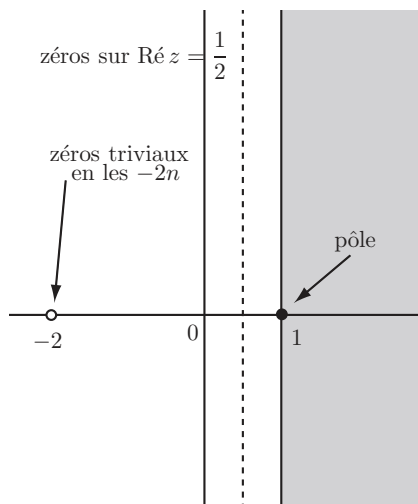
1826, Riemann

Pas tout à fait quarante ans avant sa mort, le mathématicien allemand Bernhard Riemann naquit, pas très loin de l'Elbe, dans un village d'Allemagne du Nord. C'était le 17 septembre 1826 et le morceau d'Allemagne où était situé ce village s'appelait le royaume de Hanovre. Ce royaume contenait aussi, deux cents kilomètres plus au sud, la petite ville de Göttingen. Le chemin de Bernhard Riemann le mena de Breselenz à Hanovre et à Göttingen, puis à Berlin, pour le ramener à Göttingen.

Après les surfaces de Riemann, la représentation conforme, la géométrie riemannienne et l'intégrale de Riemann, que nous avons déjà mentionnées il publia, en $\rightarrow$ 10 juin 1859, un article « Sur le nombre de nombres premiers inférieurs à un nombre donné » (le $\pi(x)$ qu'évaluerait Hadamard) dans lequel il avait étudié la fonction zêta que $\rightarrow$ 19 mai
 $\rightarrow$ 20 janvier l'on dit aujourd'hui de Riemann,

$$\zeta(z) = \sum_{n \geq 1} \frac{1}{n^z}.$$

Car voyez-vous, cette fonction n'était définie, n'existait, que sur une partie du plan des nombres complexes, la partie grisée sur la figure. Et lui, Riemann, l'avait « prolongée », de sorte qu'elle est maintenant définie pour tous les nombres complexes z (sauf $z = 1$, où elle devient infinie).



La façon qu'a Riemann de prolonger la fonction fait jouer un rôle particulier à la droite dessinée en pointillés sur la figure, celle des $x + iy$ avec $x = \frac{1}{2}$. Il avait étudié les points où « sa » fonction s'annule et constaté que, dans la bande verticale, ils semblaient tous se trouver, justement, sur la droite $x = \frac{1}{2}$. Démontrer qu'ils le sont effectivement tous, comme il le suggéra dans son article de 1859, ce serait démontrer l'hypothèse de Riemann.

→ 23 juillet

Il écrivit une formule exacte qui exprimait le nombre $\pi(x)$ de nombres premiers inférieurs à x à l'aide de ces zéros. Il venait d'être nommé membre correspondant de l'Académie de Berlin et donna aussitôt cet article à ses comptes rendus mensuels. De ce sujet, il était même allé parler à Paris. Une des choses les plus remarquables de ce travail, qui est devenue aujourd'hui banale mais qui était alors une nouveauté absolue, c'est que l'on puisse démontrer des choses sur les nombres entiers en utilisant

des propriétés analytiques : du continu pour du discret, dirait le jargon spécialisé.

En 1866, il était professeur à Göttingen (de même que Stokes occupait le poste qui avait été celui de Newton, Riemann avait obtenu la chaire de Gauss), marié, père d'une fillette de trois ans et malade lorsque l'armée prussienne prit possession du royaume de Hanovre, dont → 23 février le roi, le dernier roi, était toujours ce George V qui avait fait graver la médaille « princeps » après la mort de Gauss.

Riemann partit pour l'Italie avec sa famille et c'est huit cents kilomètres plus au sud, au bord du lac Majeur, qu'il mourut le 20 juillet.

De là, nous pourrions tirer différents fils qui nous mèneraient vers

- des explications sur la fonction ζ et ses relations avec la répartition des nombres premiers parmi les nombres entiers, loin — mais est-ce si loin ? N'oublions ni Green, ni Cauchy-Riemann — de la formule de Stokes

- et de là jusqu'à Jacques Hadamard et Charles de la Vallée Poussin

→ 19 mai

- des informations sur la vie mathématique à Göttingen

- après la mort de Gauss

→ 23 février

- puis après celle de Dirichlet (puisque, avant Riemann, c'est Dirichlet qui avait occupé la chaire de Gauss)

- quelques mots sur la vie familiale de Riemann

- une description (car les femmes doivent être décrites) d'Elise Koch, amie de la sœur de Riemann, qu'il avait épousée le 3 juin 1862, alors qu'elle avait

vingt-sept ans et lui trente-six (et de là, puisqu'une de ses sœurs aurait été mentionnée, une évocation de la famille dans laquelle Riemann avait été élevé (son père pasteur, sa mère morte trop tôt, ses cinq frères et sœurs)) et de l'infatigable amour d'Elise (une description, bien sûr, de leur fille Ida (née à Pise au cours d'un des voyages de ses parents en Italie, et même une digression sur le mathématicien Carl Schilling qu'Ida Riemann épousa plus tard), la petite Ida sautant sur les genoux de Bernhard Riemann) et du caractère de cet homme calme et réservé, timide, introverti dirait-on peut-être aujourd'hui (des raisons qui firent que peut-être ses cours étaient si difficiles à suivre (sa timidité et sa voix basse, et pourtant l'audace, la témérité, même, du contenu de ses cours, son perfectionnisme) sans parler du style concis de ses articles)

– une discussion sur la guerre de 1866 et sur l'unification de l'Allemagne qui s'ensuivit

– un retour sur la bataille de Sadowa, grâce à laquelle Venise devint une ville d'Italie

avec description des effets de la guerre sur la calme petite ville allemande de Göttingen

– voire des scènes de désespoir chez les Riemann (rester ? partir ?)

– la maladie de Riemann, qui n'est pas nommée

– mais dont il était déjà atteint depuis longtemps, puisqu'avant même la leçon inaugurale douze ans plus tôt, il avait dû partir reposer ses poumons à la campagne

→ 19 janvier

– il avait été victime, dit-on, d'une pleurésie peu après son mariage en 1862

mais qui était sans doute la tuberculose, mais les maladies des poumons étaient nombreuses et fréquentes, citons parmi leurs victimes nommées ailleurs dans ce livre (ou qui auraient pu l'être)

– Johanna, la première femme de Gauss, morte à vingt-neuf ans de la tuberculose,

– Niels Henrik Abel, tué par la tuberculose à vingt-six ans,

– Sofia Kovalevskaya, morte d'une pneumonie à quarante et un ans,

– Jean Cartan, la tuberculose lui aussi, lui aussi à vingt-six ans

le poumon, vous dis-je, oui, le poumon, une cause de mort aussi efficace et plus répandue que le duel

– en pensant à Galois, mort beaucoup plus jeune et en duel (ceux qui sont aimés des dieux meurent jeunes...)

cette digression-là pourrait inclure d'autres maladies dont il arrivait que l'on mourût

– comme la variole, à laquelle Hermite avait survécu (peut-être parce que son épouse, qui pourtant l'avait quitté, était revenue pour le soigner (comme c'est touchant...))

mais oui, cette maladie de poumons, c'était sans doute la tuberculose et les façons de la soigner,

– à une époque où elle était si mal connue (avant la découverte du bacille de Koch en 1882 et celle des rayons X en 1895)

essentiellement le séjour dans les pays méridionaux, trois séjours en Italie dans le cas de Riemann (jusqu'en Sicile pendant l'hiver 1862–1863, avec les arrêts au retour dans toutes les villes, et puis un très long séjour, d'octobre 1863 à avril 1865 (avec la naissance de la petite Ida à Pise le 22 décembre 1863 au cours d'un hiver si froid que même l'Arno avait gelé, et le poste qu'on lui avait offert, à Pise aussi, mais qu'il avait finalement refusé, arguant du fait qu'il parlait difficilement à haute voix, et tous les mathématiciens qu'il avait rencontrés durant cette période, Betti, Beltrami...) et enfin ce dernier voyage)

– et de là les moyens de transport qui, en 1866, permettaient de se rendre de Göttingen à Verbania, traverser différentes contrées

– les pays qui, après cette guerre, deviendraient l'Allemagne

– les Alpes, leurs abîmes insondables et leurs grandioses perspectives

– et la Suisse, avec l'eau grise de ses lacs, les forêts de pins noires et les masses rocheuses

un beau sujet, avec

– le chemin de fer, et le souffle haletant de la locomotive saupoudrant la couverture du malade de parcelles de suie,

– les voitures à cheval,

– les cols (et pas encore les tunnels) alpins

– et les bateaux, car certainement l'itinéraire faisait traverser la mer Souabe (que l'on appelle aujourd'hui le lac de Constance) et ses vagues bondissantes (puisque, quarante ans plus tard, c'était encore le chemin de Hambourg à Davos (et chacun aura compris

que parler de Davos n'est pas ici une digression gratuite)) ce qui prenait, au début du ^{xx}^e siècle, deux journées de voyage, au moins, puisque Göttingen est plus près de Davos que Hambourg mais que Verbania est plus loin de Göttingen que Davos, mais qui prirent treize jours à la famille de Bernhard Riemann cette fois-là, du 15 au 28 juin

- le lac Majeur

- et le temps agréable qu'il y faisait au début de l'été 1866, la chaleur douce, quelques nuages traversant le ciel

- un ou deux clichés irrésistibles, comme l'odeur des figuiers

- ce pauvre Riemann lui-même, bien sûr, car c'est de lui qu'il s'agit, qui travaillait tranquillement sous un figuier (justement), l'âme rendue heureuse par la magnificence du paysage qui l'entourait, et ses derniers instants, au cours desquels

- on (ce « on » est Richard Dedekind) a dit qu'il suivait avec intérêt la séparation de son âme et de son corps

car il n'y eut pas de dernières paroles et il mourut pendant que la sage Elise lui lisait le Notre-Père

- dit-on (et ce « on » est toujours Dedekind)

et on (ici ce sont d'autres « on ») pourrait discuter de la possible sérénité de la mort d'un homme aussi dépressif

- une explication de la contrainte qui nous a amenée à dater du jour de la naissance de Riemann un chapitre surtout consacré à sa mort.

Göttingen devenue prussienne, la Prusse devint l'Allemagne. La conjecture de Riemann (qu'une adaptation de l'allemand *Riemannsche Hypothese* fait nommer « hypothèse de Riemann » (ce qui lui donne comme un petit statut particulier dans le petit monde des conjectures)) est toujours un problème ouvert. Qui intéressera certainement les journalistes et les éditeurs lorsqu'un jeune mathématicien brillant l'aura démontrée (et aura empoché le million de dollars qui va désormais avec).

18 septembre 2012

Je finis par me demander s'il n'entre pas un peu (et même beaucoup) de masochisme dans mes rapports avec les éditeurs. Voici l'histoire du jour. En réalité, elle s'est déroulée la semaine dernière, mais ce n'est qu'aujourd'hui que j'ai le temps de l'écrire, ce qui la transforme, de facto, en histoire du jour. Une soirée « rentrée » chez des amis (enfin, des collègues), beaucoup de monde, « tous ceux que nous aurions dû inviter l'année dernière », disait gentiment le message d'invitation. Là, j'ai fait la connaissance de P***.

Ça commença comme ça. Un type assez jeune, inconnu, qui se lève à mon approche et me lance un regard éperdu. Je le regarde à mon tour et évalue la situation : il tient dans la main droite un verre de kir, dans la main gauche une tartine de caviar d'aubergines, et, clairement, un vibreur s'est déclenché dans la poche droite de son pantalon. Ce qui m'a inspiré quelques pensées ultra-rapides, parmi lesquelles : « encore un emmerdeur avec son téléphone », mais aussi « est-ce que c'est agréable, ces vibrations, à cet endroit ? ». L'idée de cette nouvelle forme de masturbation

publique m'a déclenché, irrésistiblement, un sourire. Tout ça s'est passé en bien moins de temps qu'il ne vous en a fallu pour le lire, de sorte que le gars a cru que mon sourire répondait à son air éperdu, qu'il a pris ça pour une proposition, et qu'il m'a collé son verre dans la main gauche, qui était vide (mais je vous rassure, j'avais une caipirinha dans la droite). Il a répondu à son téléphone, avec brièveté et discrétion, il faut lui reconnaître ça — et je crois même qu'il a éteint le vibromasseur avant de le remettre dans sa poche. Puis nous nous sommes présentés, sans nous serrer la main (forcément). Je résume : il s'appelle P*** et est chercheur au C.N.R.S., dans un laboratoire de chimie, mais il est aussi docteur en philosophie et une maison d'édition vient de lui confier la direction d'une collection, *Mélanges*, ça s'appellera (me dit-il). Puis : « Alors, vous êtes mathématicienne ? » Un éditeur en quête d'auteur, on m'a déjà fait le coup il y a peu. Je pense à G***.

→ 29 mai

Et puis, je pense tout court et je me dis que, ma foi, un roman sur la formule de Stokes, comme mélange, ça se pose un peu là, et que ça pourrait peut-être l'intéresser. Et puis, il y a tous ces éditeurs à qui j'ai écrit en janvier, dont la plupart ne m'ont pas répondu et qui, maintenant, ne me répondront plus. Ce mignon-là, c'est pour ma pomme, me suis-je dit (en imitant dans ma tête les inflexions de Magali Noël dans *Fais-moi mal, Johnny*) et je me suis jetée sur lui (un peu moins brutalement que Magali Noël).

- Oui je suis mathématicienne.
- Et votre spécialité ?
- La géométrie symplectique.
- ...
- Oui, vous savez, les équations de Hamilton.

Il ne dit pas qu'il ne sait pas, alors je lui assène une liste des éditeurs qui ont publié mes livres de recherche, Hermann, Birkhäuser, Cambridge University Press, EDP-Sciences, Springer, la Société mathématique de France, l'American Mathematical Society — ça suffira pour aujourd'hui. Ça commence d'ailleurs à marcher, je vois déjà ses petites chaussettes (des belles jaunes avec des raies bleues (c'est une façon de parler (une métaphore si vous préférez))), alors j'accélère, sans doute un peu trop.

— Et je m'intéresse à la littérature.

— Quel genre de littérature ?

— Eh bien, voyez-vous, je suis membre de l'Oulipo.

— Ah ! Les papous !

(Là, j'avale une gorgée de ma caipirinha. Un peu vite. Mais il continue.)

— Très intéressant.

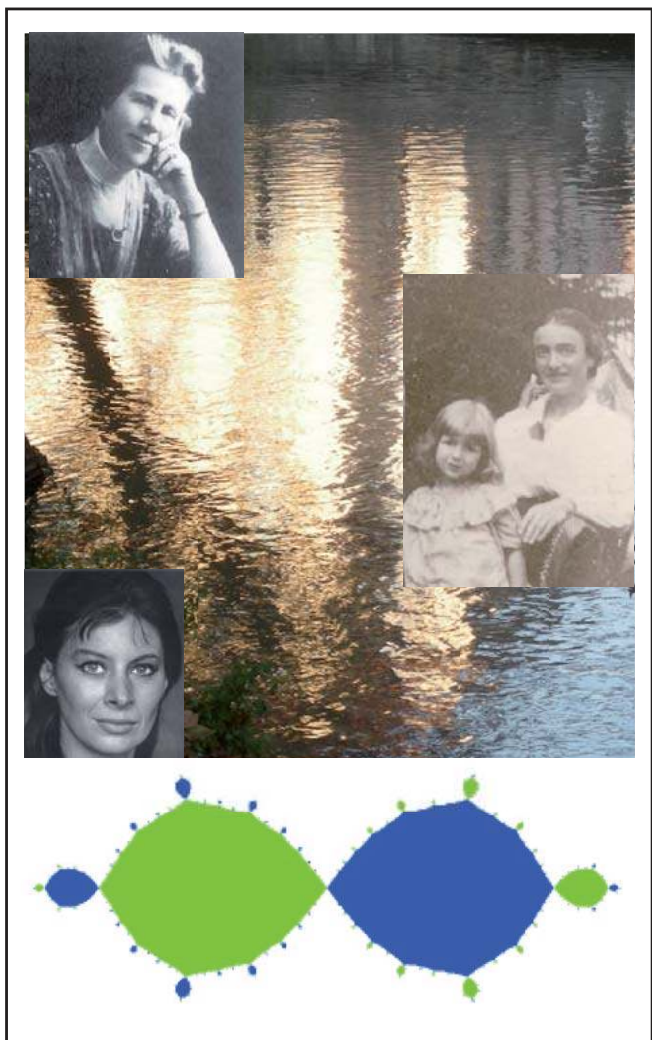
— D'ailleurs, je suis en train d'écrire un roman sur la formule de Stokes.

Et voilà. Fais-moi mal Johnny ! Les physiciens et les chimistes connaissent la formule de Stokes et P^{***} est l'un d'eux, il ne me demande donc pas ce que c'est, mais évidemment :

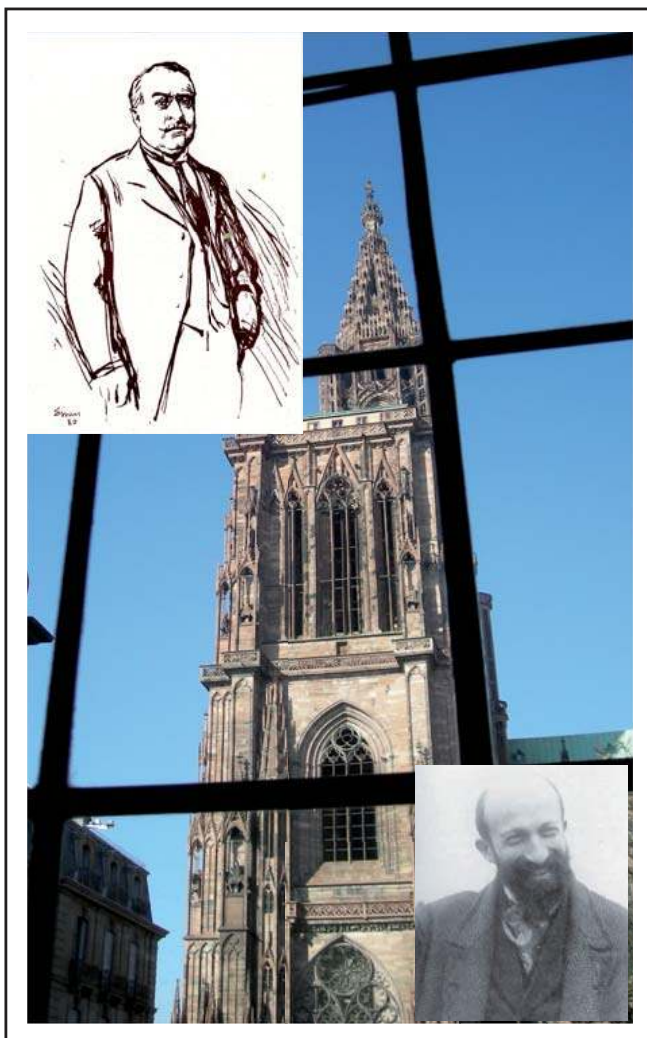
— Pour quel éditeur ?

— On s'approche du buffet ?

Nous nous frayons un chemin, je fais deux ou trois bises en passant et réussis à poser mon verre sur la table, car j'ai besoin de mes deux mains pour tartiner du caviar d'aubergines, je lui tends la première tartine et, pendant que je m'en confectionne une autre et qu'il a la bouche pleine, je reprends l'initiative.



Grace Chisholm, Anna et Hélène Cartan, Magali Noël, Julia.



Picard, Strasbourg, Hadamard.

— Il y a un certain nombres de contraintes. Voyez-vous, ce n'est pas un récit linéaire. il y a de l'histoire et des formules mathématiques, comme

$$d \circ d = 0,$$

bref, c'est très, comment dire, mélangé.

Moi, j'aime l'amour qui fait boom ! Il me regarde d'un air bête :

— Dérondé ?

Je lui explique que ça veut dire $d(d(A)) = 0$ pour tout A . Il ne comprend rien, le malheureux.

— Ah oui, j'oubliais. Ce n'est pas chronologique, ça se passe dans les différents lieux des mathématiciens : sociétés savantes, journaux, domiciles, congrès, Angleterre victorienne, France de la Troisième République, Italie, Russie, Allemagne, tout ça entre 1819 et 1936.

— Ah ! Alors vous parlez de Poincaré.

— Oui, et même de Gauss, et de Galois. Et de plein d'autres mathématiciens, célèbres ou pas.

— Vous dites que c'est un roman. Alors il y a un héros ? Qui est le héros ?

— La formule de Stokes, bien sûr.

Il me dit d'un air désolé :

— Vous m'écrirez ça ?

Alors je note son adresse électronique pendant qu'il se ressert un verre de kir et je le laisse prendre la fuite en saluant lâchement une femme que je ne connais pas. Le reste de la soirée s'est déroulé normalement et nous n'avons pas eu l'occasion de nous reparler.

Le lendemain, je lui ai envoyé mon projet. C'est évidemment un homme rapide et efficace, ou alors il avait préparé sa réponse, en tout cas celle-ci n'a pas tardé :

Une publication sous forme de blog serait une solution.

Une solution à quoi ? Mais mon bon monsieur, je n'ai pas besoin de solution, puisque je n'ai pas de problème ! Je me suis quand même demandé quel genre de mélange il allait publier... de l'eau dans du vin, peut-être ?

22 septembre

1920, Picard, Goursat

Le sixième Congrès international des mathématiciens s'ouvrit à Strasbourg le 22 septembre 1920. Ici, chacun des mots employés mériterait un développement.

– Sixième, d'abord : le quatrième avait eu lieu à Rome en 1908, le cinquième à Cambridge en 1912 et, non, le sixième ne s'était pas tenu à Stockholm en 1916, comme Mittag-Leffler l'avait annoncé à Rome et comme on l'avait prévu en se séparant à la fin du congrès de 1912. Il n'y eut aucun congrès en 1916, c'était la guerre, bien sûr, et c'est ainsi que le sixième congrès attendit 1920.

– Strasbourg, ensuite. À peine redevenue française, symbole de la victoire des Alliés contre l'Allemagne, Strasbourg n'était certes pas un symbole de l'Europe unie, bien au contraire.

– International, enfin. Quatre-vingts Français, quatorze Suisses, douze Tchéco-Slovaques, onze Américains, dix Belges et dix Espagnols, neuf Anglais, six Argentins, six Grecs et six Roumains, cinq Hollandais et cinq Italiens, etc. (par ordre décroissant), pour un total de deux cents congressistes. Cherchez l'erreur... À Rome, sur cinq cent trente-cinq congressistes, il y avait cent vingt Allemands et cinquante et un Austro-Hongrois.

Pas d'Allemands donc. Un seul congressiste russe, alors qu'il y en avait trente-sept à Rome, et celui-là, Riabouchinski, vivait désormais en France. On entendit cinquante-neuf conférences en français, douze en anglais — et quand même une en allemand, donnée par un Zurichois.

Pas d'Allemands, donc. Et donc toujours pas d'Emmy Noether, (femme et) allemande. William Henry Young était présent mais pas (sa brillante épouse) Grace Chisholm. Il y avait encore des épouses, des sœurs et des filles, qui accompagnaient les membres du congrès et, cette fois, on peut se demander si la M^{lle} Cartan qui figure dans la liste après Élie Cartan, M^{me} Cartan et MM. Jean, Louis et Henri Cartan était la petite Hélène, qui n'avait pas tout à fait trois ans ou, comme à Rome douze ans auparavant, sa tante Anna, qui était professeur à Paris.

Ce congrès fut l'œuvre et le triomphe d'Émile Picard, qui avait tout fait pour écarter les Allemands de la vie scientifique internationale. Il faudrait attendre encore huit ans pour qu'une délégation allemande, conduite par David Hilbert, participe à (et soit acclamée dans) un congrès international, ce serait à Bologne en 1928.

Le programme scientifique n'avait rien d'extraordinaire. Il est vrai qu'il y avait assez peu de participants et qu'on avait passé les années précédentes à se faire tuer ou à travailler pour l'effort de guerre au lieu de démontrer de nouveaux théorèmes. Il y aurait quand même eu des nouveautés à présenter, comme les travaux sur l'itération des fractions rationnelles — mais ni Fatou ni Julia ne → 9 août participaient à ce congrès. Le mathématicien belge Charles de la Vallée Poussin, qui était un des vice-présidents du congrès, donna une conférence générale, le samedi matin

(c'était le 25 septembre) sur les fonctions à variation bornée... qu'il aurait pu donner des années plus tôt. Il y expliqua notamment que l'avantage de l'intégrale de Lebesgue était que

$$\lim \int f_n dx = \int \lim f_n dx,$$

ce qui dut ennuyer très profondément Henri Lebesgue. Celui-ci s'était déjà plaint à Borel, cinq ans plus tôt, de devoir aller suivre des conférences de de la Vallée Poussin sur les intégrales de Lebesgue, « Que c'est vieux, ces choses-là ! », avait-il ajouté.

S'il est difficile de trouver dans le programme scientifique un exposé mathématique rendant compte d'un résultat vraiment nouveau, le programme social était intense : séance d'ouverture, visite de l'université, réception avec illumination de la façade de l'université, visite des quatre musées, thé offert par la Société des Amis de l'Université, conférence sur l'horloge astronomique de la cathédrale, visite du mausolée du maréchal de Saxe, encore un thé (cette fois à l'hôtel de ville), conférence sur la science en Alsace et concert (auquel participa un chœur de jeunes chanteuses en costume alsacien), réception (toujours du thé) au Commissariat général de la République, excursion à Sainte-Odile, excursion en bateau sur le Rhin avec visite des ports de Strasbourg et de Kehl, banquet, excursion à Saverne, excursion au Linge — tout ça en huit jours et incluant deux allocutions de Picard.

Une courte digression pour expliquer quelques subtilités de ce programme : le fait que le bâtiment que l'on visitait et que l'on s'appropriait ainsi était l'Université, fondée par l'Allemagne, et que la façade que l'on illuminait était

un des chefs-d'œuvre du style wilhelminien ; le fait aussi → 20 janvier que, si la cathédrale était catholique, le maréchal de Saxe soit inhumé dans l'église protestante Saint-Thomas, que l'on s'appropriait aussi ; ou encore, que la promenade en bateau sur le Rhin et la visite du port de Kehl étaient une affirmation et une démonstration de l'occupation par l'armée française d'un petit morceau de Rhénanie proche de Strasbourg... et qu'une promenade sur l'Ill autour de la ville aurait certainement été (moins symbolique mais) beaucoup plus charmante.

Pour participer à cette ré-occupation du terrain, tous avaient été mobilisés : quatre-vingts mathématiciens français, c'était beaucoup. Rien à voir avec les trois cent trente-six Italiens du Congrès de Rome mais, on l'a dit, l'Europe sortait d'une guerre épouvantablement meurtrière. On avait inscrit parmi les participants plusieurs professeurs de lycée de la région. Et même trois femmes, trois « demoiselles ». M^{lle} Renée Masson, actuaire à Paris, M^{lle} Pont, de Volnay par Pommard (oui, oui) (peut-être Marguerite Pont, une agrégée de physique passée par l'École de Sèvres en 1891), et M^{lle} Jeanne Viaud, professeur au lycée de jeunes filles de Sarreguemines. Et un abbé, professeur au Grand Séminaire de Strasbourg.

Pour parler des congrès internationaux, qui ont toute leur place dans ce livre, nous aurions pu inclure, en juillet 1936, un chapitre sur celui d'Oslo, quelques mois avant la mort d'Édouard Goursat. À Oslo furent décernées les toutes premières médailles Fields, et ceci aurait pu être le prétexte à l'un de ces commentaires sur les grands mathématiciens qu'on m'a reproché de ne pas faire. Mais revenons à Strasbourg en 1920 et signalons, puisque c'est

la raison qui a justifié un chapitre à la date de ce jour dans ce livre, qu'Édouard Goursat, « jeune » académicien des sciences et ami de Picard, avait été mis à contribution lui aussi. Il vint à Strasbourg avec un M. J. Goursat, son fils Jean, qui avait vingt-quatre ans et était ingénieur des mines. Il ne fit pas d'exposé, mais il servit d'« introducteur » à une des sessions du congrès. C'était le deuxième congrès international auquel il participait et ce fut le dernier.

→ 19 mai

→ 6 avril

23 septembre

1930, de Rham, Cartan

Le 23 septembre 1930, Georges de Rham écrivit une lettre à Élie Cartan à propos de la constitution du jury de sa thèse. Cartan fut à la fois rapporteur et président. Les autres membres du jury étaient Gaston Julia et Paul Montel, dont les centres d'intérêt mathématiques étaient assez éloignés du sujet de la thèse. Le titre était « Sur l'Analysis situs des variétés à n dimensions ». Si les formes différentielles, leur intégration sur les variétés, et la formule de Stokes, comme ceci :

Formule de Stokes généralisée. — Si c^{q+1} est un champ de frontière c^q , on a

$$\int_{C^{q+1}} \omega' = \int_{C^q} \omega,$$

étaient les ingrédients essentiels, il était désormais clair que c'était bien de topologie des variétés qu'il s'agissait et que le titre « intégrales multiples » qui avait servi pour la note aux *Comptes rendus* annonçant une partie des résultats, ne convenait plus.

Henri Lebesgue, que de Rham considérait comme son maître, n'était pas professeur à la Faculté des sciences mais

→ 24 juin

au Collège de France, ce qui l'empêchait de faire partie du jury. De Rham lui dédia sa thèse, qu'il soutint le 20 juin suivant.

28 septembre

1935, Alexandroff, Hopf

Le 28 septembre 1935, dans la station balnéaire criméenne de Yalta, Pavel Alexandroff et Heinz Hopf terminèrent d'écrire la préface de leur livre *Topologie* (ce qui veut dire topologie en allemand). Septembre est peut-être aussi le mois des préfaces, finir un livre étant une activité d'été ? Ils avaient passé plusieurs jours dans ce lieu de villégiature, après un congrès de topologie très réussi à Moscou, dont les travaux feraient date. D'autant plus, pour ajouter au contenu scientifique, que ce fut la dernière réunion internationale à se tenir en Russie (en Union Soviétique) avant longtemps. Puisque la date du 19 août 1936 est déjà apparue dans ce livre, il s'impose de le dire ici : à cette date, moins d'un an après le congrès de topologie s'ouvrit, à Moscou aussi, le tout premier d'une longue série de procès.

Mais n'anticipons pas. Le livre d'Alexandroff et Hopf fut publié quelques mois plus tard et devint, pour longtemps, une sorte de Bible de la topologie. Pour définir l'homologie, utilisée par Poincaré et d'autres, on a besoin d'une bonne → 16 avril notion de bord : le bord d'un segment $[ab]$ est formé de ses deux extrémités a et b , ce qui pourrait s'écrire $\{a, b\}$ (ensemble formé de a et b). Si le segment est orienté et que l'on tient compte du fait qu'il va de a vers b , on peut écrire $b - a$ au lieu d'écrire $\{a, b\}$. C'est une convention : a et b ne sont pas des nombres mais des points, il n'y a pas de

soustraction. On peut généraliser ça aux dimensions plus grandes. Par exemple, le bord d'un triangle est formé de ses côtés (trois segments) et il y a une convention algébrique semblable au « $b - a$ » pour tenir compte de l'orientation. Et ainsi de suite. Dans leur livre, Alexandroff et Hopf utilisèrent la notation $\dot{K}$, ou K^* , pour désigner le bord de l'objet K . Par exemple, le bord ($*$) du segment $[ab]$ est $b - a$, c'est-à-dire $[ab]^* = b - a$.

Le mot allemand qu'il utilisaient pour « le bord » était « der Rand ». Dans leur livre *Lehrbuch der Topologie*, paru un an plus tôt, Seifert et Threlfall avaient utilisé l'abréviation $\Re\partial$ (Rd, en gothique) du mot Rand. Avec cette notation, le fait que le bord ($\Re\partial$) du segment $[ab]$ est (toujours) $b - a$, s'écrit maintenant $\Re\partial[ab] = b - a$. Il resterait à oublier le $\Re$, à lire un ∂ (ronde) à la place du ∂ (gothique), peut-être quand on aurait assimilé le d de Kähler, peut-être en se souvenant du ∂ des dérivées partielles, pour que le $\cdot$ et le $*$ disparaissent avec le $\Re$ et qu'on écrive ∂ pour le bord. Par exemple $\partial[ab] = b - a$. Alors le second membre de la formule de Stokes deviendrait

$$\int_{\partial V} \omega.$$

Après la bonne notation pour la différentielle extérieure, la bonne notation pour le bord.

30 septembre

1893, Hadamard

La vie de Jacques Hadamard comme professeur au lycée Buffon s'acheva la 30 septembre 1893 (mais pas sa vie, qui dura encore soixante-dix ans). Ce bref chapitre, non pas

pour parler d'Hadamard (bien que nous soyons tentée de le faire, car ce serait agréable, permettrait de citer la formule

$$M(\rho) \leq M(r)^{(\ln R - \ln \rho)/(\ln R - \ln r)} M(R)^{(\ln \rho - \ln r)(\ln R - \ln r)},$$

de dire qu'elle s'appelle « le théorème des trois cercles d'Hadamard », et peut-être qu'elle n'est pas très jolie, même si c'est un beau théorème... et d'en profiter pour signaler que toutes les formules ne sont pas également belles... mais tout ça serait un peu hors sujet), mais pour rappeler que, à l'époque où se mettait au point la formule de Stokes, les mathématiciens même les plus brillants commençaient souvent leur carrière comme professeurs de lycée.

Le cursus standard était du style professeur de lycée en province → à Paris → maître de conférences en province → professeur d'université en province → maître de conférences à Paris → professeur à la Sorbonne.

On pouvait sauter telle ou telle étape, comme on a vu que Goursat l'avait fait. Dans le cas d'Hadamard, l'université de province fut, après le lycée Buffon, celle de Bordeaux, et le poste à Paris fut au Collège de France et pas à la Sorbonne. Un peu plus de liberté ? En tout cas, ce fut là qu'il organisa le tout premier séminaire de mathématiques en France, où se formèrent les jeunes mathématiciens français après la première guerre mondiale, ce qui suffirait à lui faire une petite place dans ce livre.

OCTOBRE

12 octobre

1860, Stokes

Le 12 octobre 1860, Stokes écrivit à son épouse Mary, qui était allée passer quelques jours en Irlande dans sa famille. Il se trouvait à Londres, dans les locaux de la Royal Society, dont il était toujours le secrétaire. Il envoyait un message → 27 août scientifique pour le père de Mary et, à elle, il écrivit très gentiment → 5 janvier

Que je rentre à Cambridge ce soir ou demain, quelle importance ? Il n'en est pas de même lorsqu'une certaine personne est là ; alors je pense à mon retour avec grand plaisir.

Et il lui demanda de choisir un jour de temps calme pour son retour. S'il est prouvé que, douze ans plus tard, on pouvait faire le tour du monde en moins de trois mois, il est difficile de savoir combien de temps durerait le voyage d'Irlande. Et quel itinéraire les Stokes empruntaient. Armagh à Dublin et traversée jusqu'à Bristol, puis Londres

et Cambridge ? Ou alors, Belfast, Liverpool, Birmingham et Cambridge ? La liaison complète Bristol-Londres par chemin de fer, la Great Western Railway, fut ouverte en 1841. Il avait fallu construire plusieurs ponts. La pluie, la vapeur, la vitesse, la locomotive, la Tamise et le pont de Maidenhead inspirèrent à William Turner un de ses tableaux les plus célèbres. L'industrialisation avançait, artistes et scientifiques s'intéressaient à l'eau et à la lumière. Isabella Lucy Stokes a écrit que son père aimait beaucoup la musique de Haendel, mais ne nous a laissé aucune information sur ses goûts en matière de peinture. À défaut de savoir s'il appréciait Turner, nous arrêtons ici une digression potentielle...

→ 1^{er} février

La longueur du trajet ne retint jamais ni Stokes ni son épouse de se rendre régulièrement en Irlande. Ces traversées eurent-elles un effet sur la formation des équations de Navier-Stokes ? Peut-être. Isabella Lucy se souvint de promenades marines avec son père. Un jour délicieux, delightful, sur la côte nord de l'Irlande, il avait relevé ses jambes de pantalon, l'avait portée sur son dos, marchant dans l'eau en s'aidant d'un bâton, jusqu'à une grotte dans laquelle ils s'étaient arrêtés longuement, parce qu'il souhaitait étudier les vagues, ce qu'il avait fait, et ce fut un moment des plus délicieux, a most delightful time, dans la grotte, les mots français me manquent pour traduire this lovely cave, cette adorable grotte. George Stokes le scientifique travailla en effet beaucoup sur les vagues, et en particulier sur le mouvement des vagues en eau profonde. Dans la grotte délicieuse, c'est certainement ce qu'il advient des vagues lorsqu'elles arrivent dans un passage étroit, ou dans un cul-de-sac, qu'il observa.

Une centaine d'années plus tard, on édifia un monument en son honneur, face à la mer, à Skreen, le village d'Irlande où il était né.

→ 13 août

24 octobre 2012

Le contenu du livre me semble désormais assez clair. Il y faudra, outre l'index, une liste des livres utilisés, pas seulement les sources, les vraies sources que j'aurais citées dans un livre scientifique, mais aussi les sources littéraires.

Remords. Paris-Londres-Paris. Le traitement des Galeries de Bois, par exemple, lors du séjour d'Ostrogradski à Paris : c'est le biographe même de ce mathématicien qui suggérerait d'aller lire *Illusions perdues*. D'où Flicoteaux à la Sorbonne et les courtisanes du Palais-Royal. Un point où pourtant je ne peux résister à citer Diderot, tout à fait hors sujet parce qu'anachronique, dans le même lieu, Diderot suivait ses pensées,

mes pensées, ce sont mes catins

— car après tout, que savons-nous de qui Ostrogradski suivait, dans les galeries du Palais-Royal, femmes, ou pensées mathématiques ? Les prostituées du Palais-Royal en 1826, dans le contexte de ce livre, amènent aux prostituées de Whitechapel dans la Londres victorienne où se mouvaient certains de nos héros. Il n'y a (évidemment) aucune source qui permette de penser que l'un ou l'autre fréquentait ces quartiers. Aucun éditeur n'a pensé à me proposer d'introduire Jack l'Éventreur dans l'histoire de la formule de Stokes, n'insistons pas.

Plus pertinente aurait été la suggestion de placer un chapitre dans le salon de l'écrivaine George Eliot. En effet,

celle-ci s'intéressait à la science et recevait des philosophes et des scientifiques. Sofia Kovalevskaya et son mari, par exemple, y sont passés. Il aurait fallu écrire ce chapitre « en creux », non, George Gabriel Stokes ne se rendit pas chez George Eliot le tant... Car en effet, George Eliot (qui s'appelait Mary-Ann Evans) vivait avec un homme marié (ce qui veut bien sûr dire qu'il était marié à une autre femme) et c'est une première raison pour laquelle il est vraisemblable que Sir George Gabriel Stokes ne se rendit jamais chez elle. Une deuxième raison serait qu'elle reçut Darwin et certains de ses partisans, par exemple le mari de Sofia Kovalevskaya, qui était son traducteur en russe.

Et, pour un retour de l'Angleterre victorienne de Stokes au Paris de Balzac et de Navier, je pensais écrire ici les équations de Navier-Stokes...

→ 19 février

Mais ce n'est pas tout. Aujourd'hui, j'ai rencontré Rossana Tazzioli. Comme son nom le laisse imaginer, Rossana est italienne. Et elle est l'auteur du numéro des « Génies de la science » consacré à Riemann (et d'ailleurs aussi de celui consacré à Gauss). L'Italie, Riemann, deux raisons pour que je lui parle du livre que je suis en train de terminer.

« Tu sais que c'est Volterra qui a le premier écrit la formule générale de Stokes ? lui dis-je.

— Regarde les Œuvres de Beltrami », me répond-elle. Et elle me donne une référence. Et voilà, en 1869, vingt ans avant Volterra, Eugenio Beltrami, dans un article intitulé *Sulla teoria generale dei parametri differenziali*, a eu besoin d'une certaine formule, qu'il a donc écrite et démontrée...

$$\int \left(\sum_r U_r \frac{\partial y_0}{\partial x_r} \right) \sqrt{b} \, dy_1 \cdots dy_{n-1} = \int \frac{1}{\sqrt{a}} \sum_r \frac{\partial (U_r \sqrt{a})}{\partial x_r} \, dS_n$$

et qui pourrait aussi bien s'appeler « formule de Beltrami ». Il est bien trop tard pour inclure un chapitre sur Beltrami dans ce livre. Pourtant, les mathématiciens italiens et le *Risorgimento*, voilà qui aurait fait un beau sujet, que j'aurais pu traiter à l'aide des *Fiancés* de Manzoni... Mais, d'une part, Rossana a écrit un article sur ce sujet, et d'autre part, ceci montre bien le besoin auquel répondait la formule de Stokes...

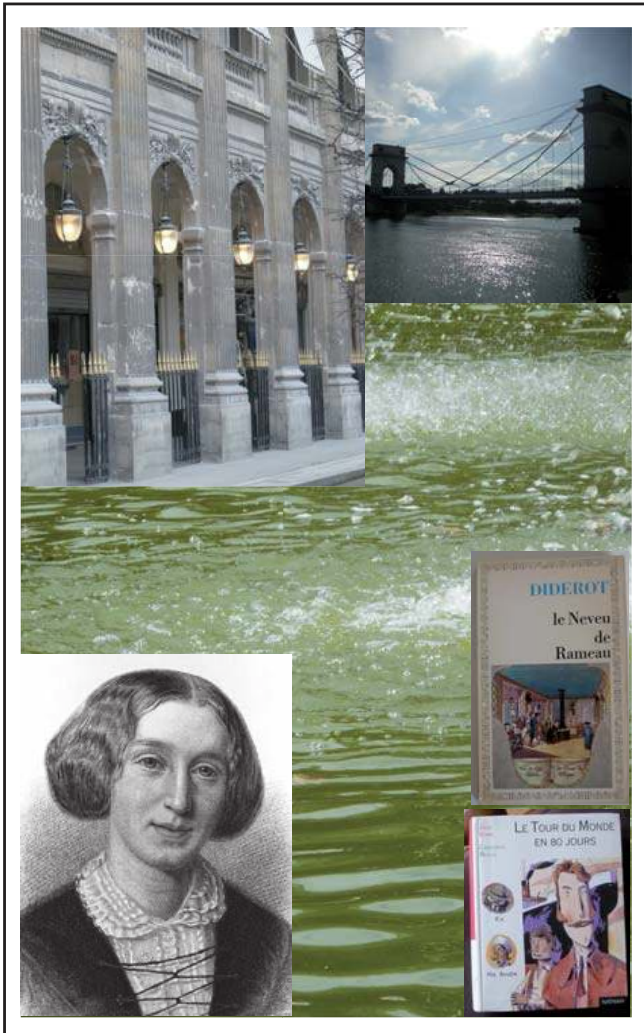
25 octobre

1935, Cartan, de Rham

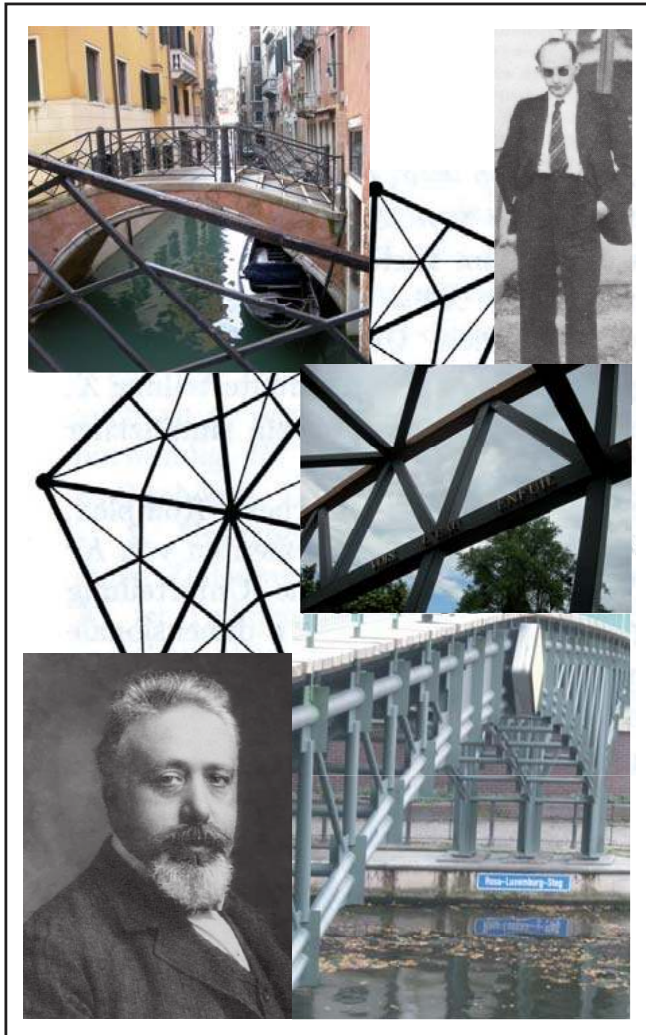
La conférence internationale de topologie, qui s'était tenue durant une semaine à l'université de Genève sous la présidence d'Élie Cartan, s'acheva le 25 octobre 1935. Cartan lui-même fit un exposé dans lequel il fit le point sur ses travaux sur les rapports entre les formes différentielles et la topologie des groupes de Lie. Quelques semaines après le congrès de Moscou, cette nouvelle rencontre témoignait → 28 septembre du dynamisme de la discipline « topologie ». Georges de Rham présenta les relations entre la topologie et l'intégration des formes différentielles, ce qui commençait par la formule de Stokes, écrite

$$\int_C \omega' = \int_{f(C)} \omega$$

— qui contient comme cas particulier, dit-il, les formules bien connues d'Ampère-Stokes, de Green et d'Ostrogradski. Une nouveauté de cet exposé fut l'introduction dans le paysage, suivant Hodge, des formes « harmoniques ». Les courants, eux, annonçaient les distributions de Laurent Schwartz. Mais n'anticipons pas.



Palais-Royal (Paris), pont (Vitry-sur-Seine),
bassin (Palais-Royal), Eliot, livres.



Venise, Delsarte, triangulation, passerelle Simmel (Strasbourg),
Volterra, passerelle Rosa Luxemburg (Berlin).

NOVEMBRE

9 novembre 2012

Je viens de passer quelques jours à Berlin et, bien sûr, cette coïncidence géographique m'amène à m'interroger à nouveau sur la présence peu massive des mathématiciens allemands dans ce livre.

→ 29 juillet

Les raisons en ont déjà été données, mais quand même... Ce n'est d'ailleurs pas tout à fait vrai : de nombreux scientifiques allemands sont nommés, mais rapidement, dans des propositions relatives ou subordonnées. En voici une liste alphabétique et sans doute incomplète, Bessel, Crelle, Dedekind, Dirichlet, Einstein, Gauss, Grassmann, Hankel, Heine, Hilbert, Hopf, Jacobi, Kähler, Klein, Kummer, Lindemann, O***, Neumann, Noether, Noether, Pfaff, Riemann, Ruhmkorff, Schilling, Schwarz, Seifert, Weierstrass... Mais tous n'ont pas leur chapitre, loin de là.

J'aurais pu parler de Jacobi, pour qui l'honneur de la science était de ne pas avoir d'applications, ce qui l'opposait, non seulement à nos Anglais, mais aussi à Gauss

et Riemann. J'aurais pu dire un mot de plus d'Eduard Heine (un mathématicien de la même génération que Stokes et Hermite), consacrer un chapitre à Hermann Grassmann qui, en étudiant — par anticipation — leurs aspects algébriques, ne fut pas pour rien dans l'invention des formes différentielles, un autre à Hermann Hankel, qui est surtout connu pour ses travaux sur les solutions de l'équation de Bessel

→ 26 août

→ 16 novembre

→ 16 janvier

$$x^2 \frac{d^2 y}{dx^2} + x \frac{dy}{dx} + (x^2 - \alpha^2) y = 0,$$

mais qui fut le premier à publier, dès 1861, une démonstration de la formule de Stokes — mourir d'une méningite à trente-quatre ans, est-ce moins romanesque que de naître à Venise ?

Et les Allemands du xx^e siècle ? Oui, il y a Erich Kähler. Arrêter l'histoire le 25 novembre 1936 interdit d'en dire plus sur certains de ses personnages. Celui-là, qui se proclamait encore, quarante ans après la fin de la guerre, vraiment nazi, aurait pu faire l'objet d'une réécriture romanesque. Il passa ce qui est réputé la période la plus créatrice pour un mathématicien à faire la guerre ou à en subir les conséquences : il avait trente ans en 1936, il fut ensuite détenu dans un camp de prisonniers de guerre au Mans, où ses collègues français, Élie et Henri Cartan, notamment, lui envoyaient des livres et des articles. Mais voilà, il nous aurait fallu une date antérieure au 25 novembre 1936 : par exemple, le 33 février 193x, Erich Kähler adhéra au parti nazi — ce qu'il ne fit sans doute jamais, son attitude après la guerre semble trop provocatrice pour être vraie. Ne parlons donc pas davantage d'Erich Kähler — ce n'est que justice,

puisqu'aucun de ceux de ses compatriotes qui durent s'exiler pour cause de nazisme n'est nommé ici.



J'ai parlé de l'évolution de ce projet de roman à la réunion mensuelle de l'Oulipo. Qu'une formule mathématique puisse être l'héroïne (féminine !) d'un roman semble acquis. J'ai évoqué la contrainte qui régit l'ordre des chapitres et mentionné l'utilisation et les citations des *Calendriers* de Michelle Grangaud, ce qui a été apprécié. J'ai bien entendu expliqué ce qu'était la formule en question, j'en ai profité pour tester l'image du fleuve avec ses sources et ses gouffres. Je n'ai pas résisté au plaisir de prétendre qu'on ne peut rien démontrer d'intéressant sans utiliser la formule de Stokes. Pas en arithmétique, a dit quelqu'un, et je n'ai pas eu le courage de le détromper.

En rentrant, descendant l'avenue Parmentier, j'imaginai ce que m'aurait dit CD des contraintes temporelles : « tu penses à la tension narrative ? ». Oui, j'y pense, j'y pense tout le temps.

16 novembre

1936, Weil

Le 16 novembre 1936, André Weil, qui était déjà bien connu pour ses travaux en arithmétique, donna un exposé sur les formes différentielles extérieures dans le séminaire de mathématiques dit « Séminaire Julia ». À cette époque, il y avait deux séminaires de mathématiques en France, celui d'Hadamard avait lieu au Collège de France depuis 1920, et celui de Julia à l'Institut

Henri Poincaré depuis 1933. Dans son exposé, Weil sépara avec beaucoup de clarté les aspects algébriques, qui venaient des travaux de Grassmann, et les aspects différentiels, c'est-à-dire ceux qui utilisent la différentielle extérieure, qui sont, dit-il, principalement l'œuvre de M. Cartan. André Weil avait une grande admiration pour les travaux d'Élie Cartan, un grand respect et beaucoup d'affection pour l'homme Élie Cartan. C'était d'ailleurs lui qui avait proposé que le sujet du séminaire fût, cette année-là « les travaux d'Élie Cartan ». Il avait sans doute aussi beaucoup de respect pour les travaux d'Hermann Grassmann qui, outre un mathématicien, avait été un linguiste, spécialiste des langues indo-européennes et en particulier du sanskrit — et André Weil s'intéressait justement beaucoup (entre autres choses) au sanskrit et à l'Inde.

→ 20 janvier

Il utilisa bien sûr la notation d pour la différentielle extérieure : la notation introduite par Kähler avait été immédiatement adoptée. Il remarqua que l'on avait très facilement $d(dA) = 0$ (c'est le « Déronché » qui avait interloqué P***) et n'attribua cette fort utile trivialité à personne. Il écrivit la formule de Stokes ainsi

→ 29 juillet

→ 18 septembre

$$\int_{\dot{V}^{p+1}} A = \pm \int_{V^{p+1}} dA.$$

Il conclut par l'analogie très profonde entre ce calcul des formes différentielles extérieures et la topologie combinatoire, que de Rham avait mise en évidence dans sa thèse. André Weil, dont la plupart des travaux eurent pour cadre l'arithmétique (c'est-à-dire la théorie des nombres), s'est toujours beaucoup intéressé à la topologie et particulièrement au théorème de de Rham, dont il a d'ailleurs publié,

quinze ans plus tard, une démonstration (qui innovait beaucoup en se libérant des habituelles triangulations). André Weil avait beaucoup d'affection et de respect pour Vito Volterra, mais il ne savait sans doute rien de son article de 1889, il n'en parla donc pas.

→ 3 février

André Weil n'avait aucun respect pour Édouard Goursat. Lorsqu'il était entré à l'É.N.S. en 1922, il avait décidé qu'il en savait assez pour pouvoir se dispenser du cours de Goursat et, dit-il plus tard, il n'eut pas à le regretter. Le livre d'analyse de Goursat était ce manuel qui ne satisfaisait pas son ami Henri Cartan.

→ 16 septembre

Bref : avec Grassmann, Élie Cartan, Kähler et de Rham, il avait bien assez de références.

→ 20 janvier

Simultanément, durant le premier semestre de 1936–37, Élie Cartan donnait lui-même un cours à la Sorbonne qui commençait par une présentation des formes différentielles. À l'aide des notes prises par un de ses étudiants, il fit de ce cours un livre, qui parut en 1945. Ainsi nous avons une idée de ce qu'il y enseigna. Dès la préface, il signala que les formes différentielles extérieures étaient les « formes symboliques de E. Goursat ». Il utilisa lui aussi la notation de Kähler (qu'il écrivait Kaehler) et le signala dans cette préface. Le plus étonnant (et cela étonna aussi Georges de Rham) est qu'il appela « théorème de Poincaré » (et que l'on appelle toujours « lemme de Poincaré ») la trivialité $d(dA) = 0$, qui était d'ailleurs, elle aussi dans l'article de 1889 de Volterra.

→ 3 février

Et il énonça une réciproque, qui est un résultat essentiel, connu aujourd'hui sous le nom de « théorème de Poincaré »... et que ni Georges de Rham ni moi n'avons trouvé dans Poincaré. C'est un théorème d'Élie Cartan, ni plus ni

moins (et la démonstration qu'il inclut dans son livre était due à son fils Henri).

Il énonça aussi les formules qu'il appela de Cauchy-Green, de Stokes et d'Ostrogradski, et une formule de Stokes tout à fait générale... sans avoir besoin de choisir

→ 28 septembre une notation pour le bord.

18 novembre

1931, Volterra

Dans une lettre datée du 18 novembre 1931, Vito Volterra répondit au président de l'université de Rome (qui était toujours située rue de la Sagesse), qu'il ne signerait pas le serment d'allégeance à Mussolini, car ce serait contraire à ses idées politiques, dont témoignait son action comme sénateur.

Par ce serment, les signataires s'engageaient, non seulement à être fidèles au régime fasciste, mais aussi à former des citoyens dévoués à ce régime.

Il y avait en Italie mille deux cent cinquante professeurs d'université. Douze d'entre eux refusèrent de signer ce serment, et parmi eux, un seul mathématicien, Vito Volterra. Les signataires, c'est-à-dire, et ici le calcul est facile, plus de 99% des professeurs d'université, obéissaient à des motivations assez variées. Tous n'étaient pas des fascistes convaincus (mais certains l'étaient). Tous n'étaient pas non plus des lâches (mais certains l'étaient). Beaucoup avaient des raisons respectables de signer : certains hésitèrent longtemps, puis signèrent parce qu'ils crurent que ce serait un bon moyen de continuer à travailler, et même pour certains, de continuer à défendre leurs idées politiques.

→ 8 avril

Tous ceux qui signèrent n'étaient pas des lâches, mais tous ceux qui ne signèrent pas firent preuve de courage. Ce n'est pas un syllogisme. Ils savaient qu'ils perdraient leur poste. Et ils le perdirent. Vito Volterra, qui était âgé de soixante et onze ans, fut suspendu le 31 décembre, dut demander sa retraite, et partit pour l'étranger. Il perdit aussi sa place à l'Accademia dei Lincei.

★

Après la première guerre mondiale, Volterra avait inventé un modèle mathématique pour expliquer pourquoi on pêchait moins de sardines dans l'Adriatique qu'avant la guerre — moins de sardines (S) et plus de requins (R). C'est un système d'équations différentielles

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = aS + bSR \\ \frac{dR}{dt} = -cR + dSR \end{cases}$$

que l'on appelle aujourd'hui un système «proie-prédateur».

Les prédateurs étaient déjà au pouvoir en Italie. Nous n'en dirons pas plus sur le reste de l'Europe, mais la fin de cette histoire se déroule bien pendant une période de montée des fascismes. Les prédateurs étaient au pouvoir, de sorte que, parmi les signataires du serment, beaucoup perdirent quand même leur poste et certains choisirent de quitter l'Italie, en particulier après l'adoption de l'antisémitisme et l'instauration de lois racistes. Si Volterra revint en Italie et mourut à Rome en 1940, Guido Fubini, qui avait dû accepter une invitation de Princeton en 1939, mourut à New York en 1943.

→ 19 janvier

C'est du refus des douze (et de Vito Volterra) que nous pouvons nous honorer aujourd'hui, même si les 99% laissent peu de doute sur ce que « nous » ferons lorsque l'occasion se présentera. La science et son enseignement ont besoin de liberté. Ceci, qui fait partie de ce que l'histoire, et même l'histoire des mathématiques, nous enseignent, doit être réaffirmé de temps à autre.

20 novembre

1935, Goursat

Le 20 novembre 1935 à cinq heures, dans les salons du Rectorat de Paris, à la Sorbonne, se tint la cérémonie du jubilé d'Édouard Goursat.

En principe, en France comme en Angleterre, un jubilé est un cinquantenaire. On célébrait donc un événement de la vie de Goursat qui s'était produit en 1885. Ce n'était ni son entrée à l'École normale supérieure, ni sa thèse, ni même son premier poste dans l'enseignement supérieur, mais son premier poste parisien, la maîtrise de conférences à l'É.N.S. — la deuxième entrée d'Édouard Goursat dans cette école.

Ces mêmes années, les jubils de Jacques Hadamard le 7 janvier 1936 ou celui d'Élie Cartan le 18 mai 1939, correspondirent ou correspondraient, avec un peu de retard, au cinquantenaire de leur réussite au concours d'entrée à l'É.N.S. Avec une exactitude toute britannique (que l'on se souvienne de Phileas Fogg !) c'est le cinquantenaire de l'accession de Stokes à la chaire lucasienne que son jubilé de 1899 avait célébré. Quant au jubilé d'Émile Picard, qui s'était tenu le 6 mai 1928, il célébrait le cinquantenaire... de sa sortie de l'É.N.S.

De tout ceci se dégage la nette impression qu'on avait oublié d'organiser un jubilé à Goursat. Quoi qu'il en soit, finalement (Goursat avait déjà soixante-dix-sept ans) il y eut un jubilé, qu'organisa Henri Villat. C'est à cette occasion que l'on commanda une médaille, pour laquelle il y avait eu une séance de pose en mars.

→ 12 mars

Et donc, il y eut, ce mercredi soir, des allocutions, précisément six allocutions, plus la réponse de Goursat, ce qui fait sept... On pourrait ajouter que Picard en avait eu vingt !

Cela commença, justement, à tout seigneur tout honneur, par un discours de Picard. L'ordre des orateurs est protocolairement lié à l'importance de l'institution au titre de laquelle ils interviennent. Émile Picard était secrétaire perpétuel de l'Académie des sciences, il fut donc le premier. Il n'est pas question de reproduire cette prose ici, mais je l'ai lue et je peux vous assurer que Picard s'était inspiré des rapports sur Goursat qui traînaient à l'Académie des sciences (il est certain qu'ils y « traînaient » déjà, même si le mot est un peu irrespectueux, puisqu'ils y sont toujours (et ils ne traînent pas, ils sont parfaitement rangés)) puisqu'il utilisa le même mot « souplesse » pour qualifier le talent mathématique de Goursat — ce qui était toujours aussi élégant, mais toujours aussi creux.

→ 24 janvier

Il y eut ensuite Gaston Julia, qui était un collègue de la Sorbonne mais aussi un ancien étudiant des cours de Goursat, qui fila une longue métaphore dans laquelle il était, lui, un petit Mowgli dont Goursat était le Baloo — on n'a pas attendu le ^{xxi}e siècle pour inventer les mathématiciens à la personnalité auto-centrée.

Le physicien Georges Bruhat représentait l'É.N.S. et lut une appréciation que Darboux avait portée naguère sur

le jeune élève Goursat, dans laquelle il était comparé à Appell et à Picard. Il rappela ensuite que Goursat était entré à l'école 4^e, y avait été 3^e la première année, 2^e la deuxième année et 1^{er} (à l'agrégation) la troisième année (qui, heureusement, était la dernière : jusqu'où ne serions-nous pas allés ?).

René Garnier représentait la Société mathématique de France, dont Goursat avait été, quarante ans plus tôt, le président. Pour que le style de ces allocutions ne soit pas perdu, en voici un petit échantillon, extrait de ce discours de Garnier :

Vos travaux se reconnaissent à la simplicité de leur présentation, à la limpidité de leur rédaction, à l'harmonie de leurs synthèses. Mais ce sont des qualités de chez nous, de notre terroir, de notre race.

Sans commentaire.

Après Garnier, il restait aux auditeurs à écouter les représentants de l'École de Saint-Cloud et de l'École polytechnique (un général, bien sûr) dans lesquelles Goursat avait aussi enseigné.

Dans sa réponse, Goursat commença par se présenter modestement comme un membre de la Grande Armée de la science (une métaphore que nous avons déjà utilisée dans ce texte et qui trouve là sa source), ce qu'il était en effet. Il évoqua ensuite les cours déroutants d'Hermite : on ne savait jamais, dit-il, à quel moment commencer à prendre des notes. Et il ajouta :

Il est le premier qui m'ait révélé le côté artistique des mathématiques. c'est pour moi un pieux devoir que de rendre hommage à cette illustre mémoire.

Le devoir suivant était de répondre gentiment à tous, car c'était une réponse, et c'est ce qu'il fit. Au général il dit

→ 9 janvier

→ 19 juin

→ 18 mars

que, si lui, Goursat avait préféré l'École normale à l'École polytechnique, ses liens de famille avec cette école venaient de s'augmenter : si la petite Marguerite n'avait pas appris autant de mathématiques que son papa, elle avait eu un fils qui venait d'entrer à l'École polytechnique.

→ 3 avril

Il reste à espérer que les patients auditeurs eurent ensuite droit à une réception ou même à un déjeuner. Il avait été extrêmement peu question de science et tout cela fut probablement très soporifique (et l'est resté !). Il serait bien plus agréable de citer ici des lettres ou des souvenirs personnels que de raconter une histoire ennuyeuse au cours de laquelle des gens ennuyeux se congratulent de la façon la plus ennuyeuse possible. Mais, d'une part, de telles réunions appartenaient (et, légèrement modifiées, avec en général une partie scientifique, appartiennent toujours (sous des titres Q*** a soixante ans ! T*** a soixante-dix ans ! U*** a quatre-vingt-cinq ans !)) à la vie des mathématiciens, et ne peuvent donc être complètement ignorées, et d'autre part, je n'avais pas d'autre source...

Isabella Lucy Stokes a écrit une biographie de son père, édifiante certes, mais dans laquelle certains détails personnels apparaissent, et puis elle a publié les lettres de son père à sa fiancée. Mais la petite Marguerite, que → 12 octobre
pourtant nous avons vu naître (du moins dont nous avons lu l'acte de naissance) ne nous a rien laissé de tel.

→ 3 avril

Déjeuner ou pas, l'hommage à Goursat n'était pas terminé. Le *Journal de mathématiques pures et appliquées*, que Liouville avait fondé cent ans auparavant, publia dans son volume 101 toute une série d'articles dédiés au héros du jour. Quelques-uns des auteurs mentionnèrent un rapport entre le contenu de leur article et les travaux du dédicataire.

Le premier de ces articles était signé de Georges Cerf, qui signala que la théorie des groupes de fonctions avait été exposée pour la première fois en français par Édouard Goursat, avant d'étudier les transformations de contact, celles qui laissent invariante l'« équation » de Pfaff

$$dz - p_1 dx_1 - \dots - p_n dx_n.$$

D'autres auteurs dédièrent leur articles pompeusement et vaguement, comme Picard qui proposa

deux questions qui ne sont peut-être pas indignes du géomètre éminent à qui est dédié ce tome.

Certains furent chaleureux, comme Bouligand, qui évoqua le

souvenir d'une des toutes premières leçons de son cours à la Sorbonne, qui souleva l'enthousiasme unanime de sa promotion à l'École normale, en novembre 1909.

Beaucoup n'écrivirent rien de particulier. Ce fut le cas de Gaston Julia, mais aussi celui de Jean Delsarte, un fils mathématique d'Édouard Goursat, qui avait commencé à

→ 10 décembre « tuer le père ».

25 novembre

1936, Goursat

Édouard Goursat mourut le 25 novembre 1936. Il avait soixante-dix-huit ans. Il avait été un mathématicien discret à l'œuvre discrète. On avait oublié depuis longtemps les belles « surfaces de Goursat », celles qui avaient commencé par se cacher sous la devise « peu, mais dense », on se souviendrait peut-être de lui comme de celui qui avait démontré le théorème de Cauchy, mais celui-ci resterait un théorème de Cauchy, on oublierait vite qu'il avait

→ 24 janvier

→ 23 juin

→ 5 mai

donné (dans sa thèse) une démonstration élégante d'un théorème de Schwarz, ou (dans un autre article) une → 8 juillet preuve analytique d'un théorème de Weierstrass; on → 9 janvier n'écrirait plus qu'il avait été le premier à exposer telle théorie en français ou à montrer la portée d'une méthode → 20 novembre de Darboux ou d'un autre, puisque dans tous les cas, il était, au mieux, le deuxième. Le fait qu'il avait été le premier (?) à définir les formes différentielles (« symboliques ») pour être le premier (?) à écrire la formule de Stokes sous forme différentielle, cela serait masqué par la contre-publicité → 3 juin que faisait déjà Bourbaki à son traité d'analyse.

Il était mort.

Il avait demandé qu'il n'y ait pas de discours. Cela n'empêcha pas Gaston Julia de saisir l'occasion qui lui était donnée, à lui jeune académicien des sciences, de prononcer, pour la première fois, un discours en hommage à un confrère mort. Ce fut à vrai dire une courte allocution, à peu près vide si l'on excepte une description du confrère (discret, timide, modeste jusqu'à l'effacement, chétif, de petite santé, voix faible), mais solennelle et très catholique. Cela se passa à la gare d'Austerlitz. Puis le cercueil prit le train pour Tulle où, comme il l'avait demandé, Goursat fut enterré après une cérémonie à la cathédrale.

Le lundi qui suivit était le 30 novembre. Au cours de la séance à l'Académie des sciences, le président, le physicien Jean Perrin, qui avait des années plus tôt suivi le cours de Goursat à l'É.N.S., se souvint brièvement de « l'extraordinaire clarté d'exposition de son enseignement », puis il donna la parole au secrétaire perpétuel. → 19 mai

Car, cette fois, Picard n'avait pas précédé Goursat. Dans son allocution (encore une !) il glissa une de ces phrases

pas-partout que l'on est content de trouver ici ou là au cours de l'histoire des mathématiques :

Il n'a jamais rien publié de hâtif, et il mérite d'être proposé comme modèle à tant de chercheurs de notre temps, trop pressés de publier des résultats insuffisamment médités.

Puis il parla (enfin !) du contenu mathématique de l'œuvre de Goursat — sans mentionner ni les formes différentielles ni la formule de Stokes, dont il n'est pas certain que Picard avait vu la portée. La séance se déroula ensuite comme à l'habitude. Il était déjà plus de quatre heures lorsqu'elle se termina, ce qui fit que Gaston Julia et Élie Cartan durent s'excuser de ne pouvoir rester à la réunion en comité secret qui suivit.

Ils se dépêchèrent de se rendre à l'Institut Henri Poincaré où, à quatre heures et demie, Henri Cartan parlait de systèmes de Pfaff (un exposé du séminaire Julia consacré aux travaux d'Élie Cartan). Ils arrivèrent juste à temps pour ne pas rater la première formule que l'orateur avait écrite sur le tableau de l'amphithéâtre Darboux, le système d'équations aux dérivées partielles

$$(I) \quad \frac{\partial z_j}{\partial y} = f_i \left(x_\alpha, y, z_j, \frac{\partial z_j}{\partial x_\alpha} \right)$$

auquel appliquer le théorème de Cauchy-Kovalevskaya.

27 novembre

1924, Picard

Il fallait une date pour en dire un peu plus sur Émile Picard dans ce livre, pour que cet homme puissant ait un chapitre rien qu'à lui. Pas pour son apport particulier à la formule de Stokes (?) mais pour son importance et son

→ 16 novembre

influence dans la communauté (si ce terme a bien un sens) mathématique de son pays et de son temps. Il fallait une date et j'ai choisi celle du 27 novembre 1924, le jour de gloire où Picard fut élu à l'Académie française.

Ce n'est certes pas l'isomorphisme du « groupe de Picard » avec un groupe de cohomologie,

$$\text{Pic}(X) \longrightarrow H^1(X, \mathcal{O}_X^*)$$

(que lui-même n'aurait peut-être pas compris en ces termes), qui lui valut cet honneur. À vrai dire, il est devenu presque impossible de comprendre les raisons de cette élection, mais on pourrait en dire de même de la plupart de celles des auto-proclamés « immortels ».

Il serait certainement plus pertinent de s'interroger sur le fait qu'on n'élit plus de scientifiques dans cette assemblée. Émergent de la longue liste des immortels oubliés dont Picard occupa le fauteuil « sous la coupole », le nom de Boileau, mais aussi celui de Buffon. Plus près de nous, c'est l'écrivain Sully Prudhomme (qui fut, même si c'est difficile à croire, le tout premier lauréat du tout premier Prix Nobel de littérature) qui avait chauffé la place à Henri Poincaré.

Bref, Émile Picard, secrétaire perpétuel de l'Académie des sciences, fut aussi membre de l'Académie française. Contrairement à Poincaré, Picard n'était pas l'auteur de textes philosophiques. Il est possible que son pamphlet contre la science allemande et ses efforts pour écarter les Allemands de la vie scientifique internationale aient été comptés en sa faveur. Le boycott d'Einstein par l'Académie des sciences, qu'il avait organisé lors de la venue du physicien à Paris deux ans plus tôt, lui valut peut-

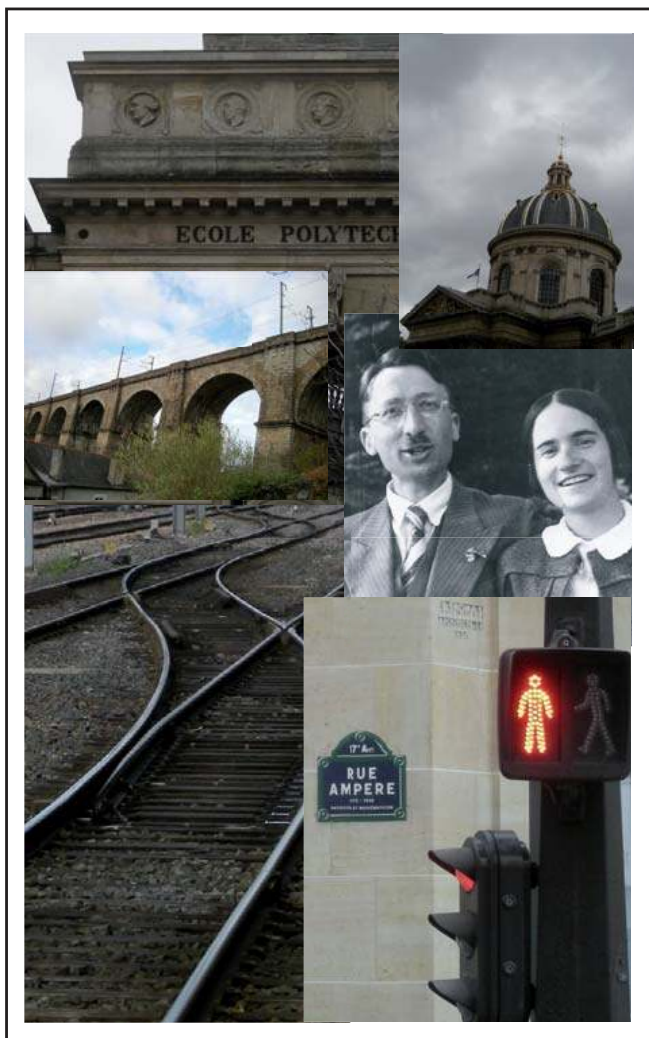
être aussi des partisans. Il était, écrivit-il lui-même à un ami avant l'élection, le candidat de la droite catholique.

Il est possible qu'il ait été de tradition d'élire les secrétaires perpétuels de l'Académie des sciences à l'Académie française. Ce fut le cas, avant Picard, de Joseph Bertrand et de son prédécesseur le chimiste Jean-Baptiste Dumas, qui avait aussi eu une carrière politique. C'est le fauteuil de Guizot que ces deux messieurs occupèrent successivement...

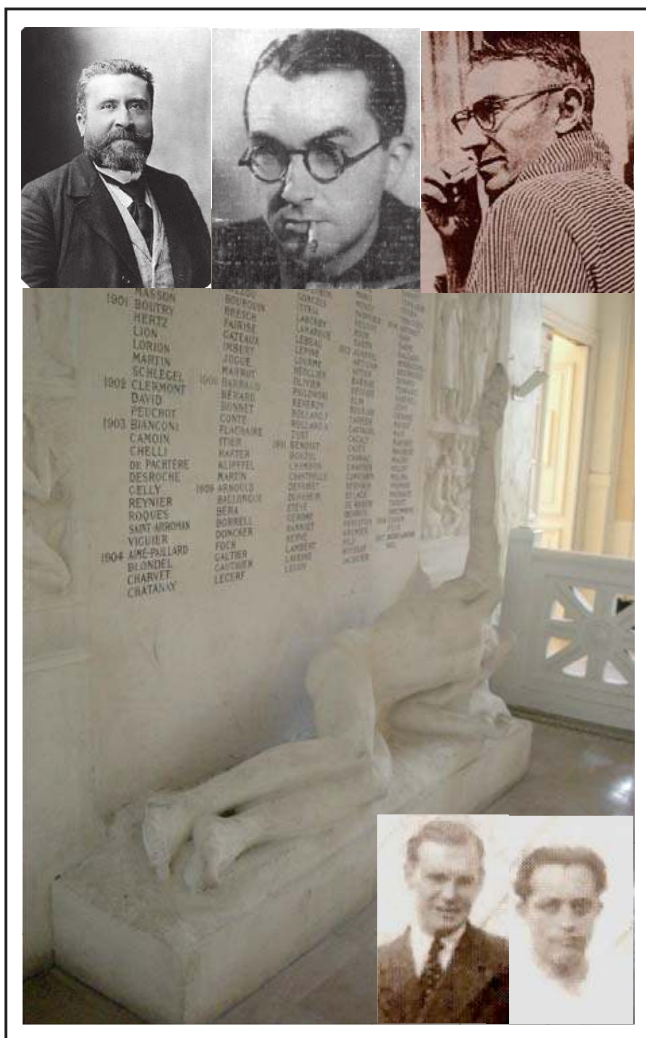
Je ne me risquerai pas non plus à compter les enfants d'ouvriers parmi les Académiciens français.

→ 4 septembre

Le père d'Émile Picard dirigeait une fabrique de soie. Le jeune homme s'était intégré à ce que, faute d'un meilleur terme, j'appellerai la bourgeoisie intellectuelle parisienne, en épousant la fille de Charles Hermite, ce qui l'apparentait aussi à la famille Bertrand, celle de Joseph Bertrand, d'où était issue la brune Louise Bertrand, belle comme un lys, qui était devenue Madame Hermite. Cette bourgeoisie intellectuelle faisait bien partie de la bourgeoisie tout court : la famille Bertrand avait des liens serrés avec la bourgeoisie d'affaires du Second Empire — *L'Argent*, *La Curée*, d'Émile Zola, vous savez bien... Des mathématiciens réputés plus progressistes s'allièrent aussi à ces familles ; ainsi Paul Appell épousa une nièce de Joseph Bertrand (et donc des Hermite) et Émile Borel épousa leur fille Marguerite. Une digression sur la multiplicité et la diversité des rôles joués par les femmes dans l'avancement des mathématiques serait possible ici. Une autre aurait pu être consacrée à cette Marguerite Borel — Mar-Bo, Camille Marbo — si cette écrivaine s'était intéressée un tant soit peu à la formule de Stokes. Mais non...



École polytechnique (Paris), Institut de France (Paris),
viaduc (Morlaix), Henri et Nicole Cartan, rails, rue (Paris).



Monument aux morts de l'ENS, normaliens : Jaurès, Nizan, Chevalley, Dieudonné, de Possel.

Poétique de la liste. Liste des postes et des titres d'Émile Picard : membre de l'Académie française, secrétaire perpétuel de l'Académie des sciences, membre du Bureau des longitudes, membre du Conseil de l'Observatoire, président du Conseil de l'École centrale, professeur à la Faculté des sciences, à l'École centrale, à l'École de Sèvres, directeur des *Annales de l'École normale supérieure*, rédacteur du *Bulletin des sciences mathématiques* et du *Journal de mathématiques pures et appliquées*, président du Conseil des Recherches, membre honoraire du bureau de la Société mathématique de France, président de l'Association amicale de secours des anciens élèves de l'École normale supérieure, président de la Société des Amis des sciences... et je ne sais pas quelles organisations politiques il faudrait ajouter.

Pour raccrocher ce wagon consacré à des aspects sociologiques, voire politiques, des mathématiciens, ici français, au train de la formule de Stokes, une citation du cours d'analyse d'Émile Picard

ce que les géomètres anglais désignent sous le nom de
formule de Stokes

écrit-il, au moment de parler de cette formule et, dans une note infrapaginale

→ 2 mars

la formule précédente, au moins dans un cas particulier, était connue d'Ampère, qui s'en est servi, sous une autre forme, en électromagnétisme.

DÉCEMBRE

9 décembre

1923

Le 9 décembre 1923 était un dimanche. Ce jour-là fut inauguré le monument aux morts de l'École normale supérieure. Devenu élève de cette école à peine un an plus tard, l'écrivain Paul Nizan décrivit ce monument ainsi (ce texte date de 1938) :

Un homme nu qui meurt contre un mur en tendant un flambeau de pierre que personne n'a envie de lui prendre des mains symbolise les morts de la guerre.

La composition de marbre, pleine de grandeur, occupe tout un mur d'un vaste vestibule. Un jeune homme nu, allongé (blessé ? mourant ?) élève en effet une torche (la connaissance ? le souvenir ?). Il se détache sur la partie inférieure, tandis que le reste du mur présente la liste des normaliens et anciens normaliens tués pendant la guerre (le nom de Jean Clairin, par exemple, y figure) entre des → 26 juillet bas-reliefs illustrant la vie dans les tranchées, la guerre

et les morts dans les Champs-Élysées. Presque cent ans après le déclenchement de cette guerre, à nous qui n'avons pas d'obligation de nous situer par rapport à ces morts et à leurs fantômes, ce monument semble toujours très impressionnant.

La commande publique venait des élèves de l'É.N.S. eux-mêmes, de même que la souscription qui en finança la réalisation. Le sculpteur était Paul Landowski, lauréat du Prix de Rome — il est rare qu'une histoire de mathématiciens mentionne les noms de deux sculpteurs (et encore, nous n'avons pas nommé l'auteur de la médaille Gauss et nous avons évité le Georges Prudhomme de la médaille Picard), mais il faut dire que cet après-guerre fut une période de plein emploi pour cette profession. On ne lui demanda pas, et il n'eut pas l'idée, d'évoquer le travail des élèves tués, dans les Champs-Élysées, par une formule mathématique, la définition de la variation d'ordre n d'une fonctionnelle

$$\delta^n U(z, t) = \left[\frac{d^n}{d\lambda^n} U(z + \lambda t) \right]$$

par René Gateaux, tué dès septembre 1914, avant d'avoir fini sa thèse, par exemple.

La cérémonie d'inauguration fut grave, solennelle, émouvante. Elle marqua les assistants, et en particulier les jeunes élèves de l'École, pour longtemps. Les noms des morts — plus de 40% des élèves des promotions 1913 et 1914 avaient été tués — furent égrenés et l'un des survivants, le mathématicien Gaston Julia, très cruellement et visiblement blessé au visage, reçut la Croix de Guerre et la porta jusqu'au monument.

Cette inauguration, cinq ans après la fin de la guerre, marqua peut-être aussi la fin d'un deuil. On avait vécu une

→ 23 février

→ 12 mars

période étrange au cours de laquelle cohabitaient (dans cette école, mais aussi dans bien d'autres lieux), outre les fantômes des 40% de morts, des hommes endurcis par leurs expériences de plusieurs années de guerre et des jeunes garçons à peine sortis du lycée. Le deuil était fait, dans l'École et dans la société française. Dans *La Conspiration*, le roman de Nizan que nous avons déjà cité, l'auteur évoque sa jeunesse « normalienne », commencée en 1924, et dont l'événement historique important est le transfert au Panthéon des restes de Jaurès : celui qui s'était battu contre la guerre en devenait le premier mort. La lutte contre la guerre devenait possible.

→ 31 juillet

★

Les élèves de la nouvelle génération, une fois les fantômes de leurs camarades oubliés, furent confrontés à l'absence... de ces mêmes fantômes. Les jeunes ont besoin, pour se former, non seulement de pères, mais aussi de grands frères (tout ça au masculin). Pas de jeunes enseignants, beaucoup d'enseignants trop vieux, beaucoup d'enseignements trop vieux. Le jeune Henri Cartan, qui entrait à l'É.N.S. en cette année 1923, suivit donc, par exemple, le cours de calcul différentiel et intégral qu'Édouard Goursat donnait à la Sorbonne depuis déjà vingt-six ans (et qu'il donnerait encore pendant dix ans). Il faut signaler qu'alors que tous, avant la guerre, avaient apprécié ce cours (Lebesgue, Perrin, Bouligand, Julia), ce ne fut plus le cas ensuite. Szolem Mandelbrojt, par exemple, arrivé de Pologne en 1920, le trouva « infiniment monotone » — il est vrai que Goursat avait vieilli.

→ 26 août
→ 25 novembre
→ 20 novembre
→ 13 décembre

Ici finissait de s'achever le XIX^e siècle.

10 décembre**1934, Bourbaki**

Le 10 décembre 1934, six amis, six jeunes gens, se retrouvèrent pour déjeuner dans un café proche de la Sorbonne, à Paris. La salle était déjà bien pleine, alors on les plaça au sous-sol, où une seule table était déjà occupée, par un couple silencieux. Ils s'installèrent en échangeant bruyamment des nouvelles de leurs activités, de leurs cours, et de leurs étudiants. Tous avaient une petite trentaine d'années, ils se connaissaient depuis dix ans, s'étant rencontrés lorsqu'ils étaient élèves à l'École normale supérieure. La plupart enseignaient dans des universités de province, Clermont-Ferrand, Nancy ou Strasbourg. Ils s'accordèrent pour dire que les étudiants n'étaient pas très brillants, mais comme on le sait, ils le sont rarement. Puis ils commandèrent le menu du jour, une assiette de soupe au chou et de la blanquette de veau avec des pommes de terre bouillies.

Ces encore jeunes gens s'étaient réunis, non pas pour changer la vie, non pas pour changer le monde, comme certains de leurs camarades l'avaient fait, le faisaient encore, dans les mêmes lieux, mais pour changer les mathématiques, qui étaient moins lourdes et moins molles que le monde. Ils rêvaient d'un monde dans lequel un théorème qu'on vient de démontrer est vrai...

Le garçon posa un pichet de vin rouge et une carafe d'eau sur la table. On se servit, puis un des convives, un garçon brun et myope à l'allure juvénile, prit la parole.

— Ce que je vous propose, dit-il, c'est de fixer pour vingt-cinq ans les matières du certificat de Calcul Différentiel et Intégral en rédigeant en commun un traité d'analyse.

→ 20 janvier

On approuva en s'exclamant. Tous étaient gênés par le flou des manuels existants, ceux qu'ils utilisaient pour préparer leurs cours. On s'accorda donc sur l'opportunité de l'initiative — rien de très surprenant, ils en avaient déjà parlé ici ou là, dans des compartiments de train ou les couloirs de l'Institut Henri Poincaré.

Le garçon apporta la soupe brûlante, on réclama du pain, André Weil (c'était le jeune myope) précisa qu'il avait déjà parlé du projet avec Freymann, qui dirigeait les éditions Hermann, que celui-ci avait accepté l'idée d'éditer le traité, et que lui, Weil, devait retourner le voir après la réunion, pour lui rendre compte des décisions qui seraient prises. Tout le monde approuva, on connaissait bien Enrique Freymann ; la plupart avaient déjà publié dans sa collection *Actualités scientifiques et industrielles*, en particulier dans la série dédiée à la mémoire de Jacques Herbrand. Si personne ne prononça son nom, il est certain qu'à cet instant tous pensèrent à lui. Herbrand, mort dans un accident de montagne quatre ans plus tôt, âgé de vingt-trois ans, était leur fantôme à eux — tous l'imaginèrent donnant son avis sur le traité. Tous savaient qu'il leur manquerait.

Henri Cartan essaya de dire qu'il ne faudrait pas produire plus de mille deux cents pages, mais cette observation passa inaperçue dans le brouhaha général. Le couple qui déjeunait à la table voisine commençait à trouver que ces messieurs faisaient beaucoup de bruit. Weil éleva encore la voix pour dire qu'il faudrait commencer par définir la notion d'opérations. Ta soupe va être froide, lui fit remarquer Cartan. Chacun finit son assiette et le garçon débarrassa. C'est bien, ici, c'est rapide, dit quelqu'un avec une pointe d'accent marseillais. Jean Delsarte dit qu'il fallait travailler

très vite, pour que les différents volumes que l'on publierait se succèdent très rapidement, et que tout soit paru en moins de six mois, afin de provoquer un effet de surprise dont on bénéficierait. Oui, oui, s'exclama-t-on avec un enthousiasme qui ne fut pas apprécié à sa juste valeur à la table à côté. Weil avait un plan de travail assez précis en tête : on se réunirait régulièrement, puis, quand les discussions auraient fait mûrir le projet, le comité (on se regarda avec des sourires entendus et satisfaits : nous sommes un comité !) se diviserait en sous-commissions.

— En commissions, tenta de rectifier Cartan.

— Cartan, tais-toi ! cria l'imposant Dieudonné au désespoir du bourgeois de la table voisine, et Cartan se tut.

Weil reprit :

— Chacune des commissions sera chargée de la réduction précise.

— Tu veux dire rédaction, interrompit Cartan.

— Cartan ! mugit Dieudonné.

— Aux grandes vacances, continua Weil, nous tiendrons une réunion plénière d'où sortira un plan définitif précis. Très précis, ajouta-t-il, avec une répartition du travail de rédaction des différents fascicules.

Mais la blanquette arrivait, les morceaux de viande tremblotant sous leur couche de graisse et les pommes de terre recouvertes de sauce épaisse furent accueillis eux aussi avec enthousiasme. À la table voisine, le monsieur demanda l'addition. Passe-moi le sel, signifia Weil à Delsarte d'un geste vague. Et il reprit :

— L'écriture de chaque fascicule sera confiée à deux rédacteurs travaillant ensemble.

— Un couple, suggéra Chevalley, qu'on avait peu entendu.

— Leur rédaction sera soumise à l'ensemble du comité.
— D'ailleurs, il faut parler d'ensembles dès le début, dit Cartan.

— Non, de corps, contredit Chevalley.

— De corps et d'opérations, c'était Weil à nouveau.

Il s'interrompit brusquement.

— Quelqu'un prend des notes ?

— Tu veux que je le fasse, demanda Delsarte ?

— Oui, s'il te plaît.

— Je les taperai et je vous enverrai des copies à tous.

— Voilà, dit Weil. Pensons aux historiens, ajouta-t-il avec une emphase comique.

Tous éclatèrent de rire. Ils étaient désormais seuls dans la salle, et personne ne s'offusqua.

— Ta blanquette refroidit, dit Cartan à Weil.

Et, pendant que Weil finissait son assiette et que Dieu-donné réclamait le garçon, puis du pain pour finir sa sauce, Cartan ajouta qu'il voulait que, au moins, on élimine l'al-gèbre du traité. On se récria. Puis Chevalley demanda et obtint un vote sur la question « le traité sera-t-il ensei-gnable (oui) ou un traité de référence (non) ».

— Au moins, dit Cartan, nous supposerons le pro-gramme de Math Généré connu.

— Non, non, s'exclama-t-on.

— On part de zéro, résuma Weil.

— Du zéro, dit quelqu'un.

Et Delsarte nota. La discussion devint confuse pendant que le garçon débarrassait, les uns pensaient qu'il fallait commencer par les variables réelles, les autres par les variables complexes, le garçon demanda qui prenait du café, des mains se levèrent, de sorte qu'une majorité se dessina pour l'antériorité du réel et que le garçon

partit chercher quatre cafés. Delsarte prit la parole pour faire remarquer qu'on ne ferait rien sans une théorie complète de l'intégration. Les quatre cafés arrivèrent et firent le tour de la table sans qu'on se souvînt qui en avait commandé et quand, mais ils finirent par trouver preneurs, Cartan répétant encore et encore qu'il fallait parler d'ensembles dès le début, tout en signalant à Weil que son café refroidissait.

La confusion grandit encore au moment de payer, puis l'on convint que le plus simple était de diviser l'addition par six et que chacun en payant arrondirait selon qu'il avait (ou n'avait pas) bu de café. « On doit vraiment payer pour un café aussi dégueulasse », demanda quelqu'un, mais on convint de revenir en janvier et que chacun apporterait, en vrac, la liste des sujets qu'il voudrait voir figurer dans le traité. Delsarte partit vers l'Institut Henri Poincaré, « je vais à la bibliothèque, j'ai encore un ou deux trucs à voir avant mon exposé de tout à l'heure », dit-il. Les autres se dirigèrent, qui vers une librairie, qui vers un autre bistro. André Weil remonta la rue Soufflot avec Henri Cartan.

— Tu as dit pour vingt-cinq ans, dit Cartan.

— Bien sûr. Tu nous vois dans vingt-cinq ans, rédigeant un traité d'analyse, avec les sales gueules de vieillards que nous aurons, façon Picard ou Goursat ?

Ils se séparèrent au coin de la rue Victor-Cousin. André Weil descendit la rue de la Sorbonne et entra dans la librairie Hermann, pour discuter avec Freymann. De cette discussion résulta un vaste plan extrêmement précis de publication des fascicules et volumes du futur traité.

— Il faudra trouver un titre (il prononçait *oun* titré, car il était mexicain), dit Freymann. Traité d'analyse est déjà pris.

— Éléments, répondit Weil.
 — Éléments d'analyse ?
 — Éléments de mathématiques, dit noblement Weil, accompagnant ces mots d'un geste ample.

— Au pluriel ?
 — Oui, les éléments, bien sûr. Ah ! Attendez ! Et la mathématique.

— Alors, élémentsss dé mathématiquééé, dit Freymann.

— Oui.

— Soupère ! Et qui sera l'auteur ?

→ 23 décembre

— Bonne question. Mais chaque chose en son temps.

Ils se serrèrent la main en souriant et Weil partit écouter l'exposé de Delsarte.

Celui-ci commença peu après quatre heures et demie et dura presque jusqu'à six heures. Il y eut des discussions. Une mathématicienne servit du thé (même si je l'ai déjà dit, je répète que le féminin n'est pas neutre non plus... et l'information est attestée par un compte rendu du séminaire) dans les tasses au moderne décor cubiste qu'avait acquises l'Institut. On conversa encore. Weil raconta à Delsarte sa rencontre avec Freymann, puis on se sépara.

La formule « pour vingt-cinq ans » avait aussi frappé Delsarte. Sur son exemplaire du compte rendu de la réunion du déjeuner, il ajouta à la main, pour les historiens

34

25

59

— ce qui servira de formule (car, on l'a sans doute compris, ce chapitre avait besoin d'une formule) et de conclusion à ce chapitre.

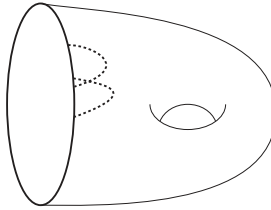
13 décembre 2012

Ce qui sous-entendait qu'il faudrait, en 1959, que d'autres proposent autre chose. En 1959 ou un peu plus tard. Dire « vingt-cinq ans » était une autre forme de geste vague.

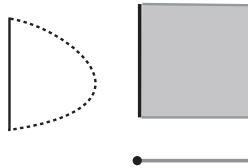
En 1959 ou en 1968. On a beau s'arrêter en 1936, il faudrait expliquer ce qu'était une chaire et commenter la disparition de ce mode de fonctionnement. Plus de chaire de calcul différentiel, cela veut dire que les professeurs d'université purent changer d'enseignement. Parce que, voyez-vous, quand je lis que le jeune Mandelbrojt s'ennuyait au cours du vieux Goursat, je ne peux pas m'empêcher de penser que celui qui s'ennuyait le plus, c'était Goursat. Si vous permettez que j'adopte le point de vue du professeur là où les lecteurs attendent peut-être celui de l'étudiant, que je vous fasse part de mon expérience personnelle, eh bien voilà : la première fois qu'on le donne, un cours n'est pas tout à fait au point, la deuxième fois il est parfait et... la troisième fois il commence à être ennuyeux. La troisième fois pour le professeur, bien sûr : pour l'étudiant, c'est toujours la première fois. J'évite en général de le faire une quatrième fois. Vous imaginez les trente-sept fois de Goursat ?



Mais revenons à aujourd'hui, 13 décembre 2012, qui fut une journée longue. Et qui commença, justement, par un cours dans lequel je démontrai la formule de Stokes à mes étudiants de master. Ça n'arrive pas souvent — voir plus haut, et la date de ce chapitre a été choisie en conséquence. Pour résumer : je découpe la variété en petits morceaux. Chacun de ces petits morceaux ressemble beaucoup à un



espace ordinaire, avec un bord qui est comme un mur bien droit. Il reste à utiliser le théorème de Fubini, j'avais



annoncé que ce théorème servirait. Et il sert à se ramener → 19 janvier
au cas d'un espace qui est une demi-droite, avec un mur qui est le point qui limite cette demi-droite. Et à constater que dans ce cas, la formule de Stokes n'est autre que le théorème qui dit qu'une fonction est une intégrale de sa dérivée. Aucun étudiant n'a demandé si la formule était un énoncé local ou global et je me suis abstenue de soulever cette question. → 20 janvier

Je n'ai pas non plus égrené la longue liste de ceux qui n'ont pas donné leur nom à cette formule, Gauss, Ampère, Ostrogradski, Poisson, Green, Thomson, Hankel... et je suis partie pour Paris. C'était décidément une date pour la formule de Stokes. Au bar tgv, je me suis trouvée nez-à-nez avec V***, un de mes collègues. Que faire ? Nous avons parlé. Sujet obligé, il s'est plaint de nos étudiants qui, comme ceux des six convives de 1934, ne sont pas très forts. Au rythme où le niveau baisse...

— Mais quand même, ai-je signalé, je fais un cours sur la cohomologie de de Rham et ça ne se passe pas mal du tout.

— Tu démontres le théorème de de Rham ?

— Non. Il faudrait qu'ils connaissent l'homologie. Mais je l'ai fait en master 2 l'année dernière. J'adore ce théorème.

— Je suppose que tu sais que de Rham ne l'a pas démontré.

Une discussion un peu technique s'ensuivit. De Rham supposait (et le disait) que sa variété était « triangulée ». Ce qui nous a amenés à parler (brièvement) de la démonstration d'André Weil, qui n'avait pas besoin de cette hypothèse. À vrai dire, j'ai écourté, je suis retournée à ma place et je me suis endormie. Il y a eu ensuite le métro, où je n'ai rencontré ni W^{***} , ni X^{***} , ni personne (je vous rassure, c'est le cas en général) et où j'ai pu rêvasser à propos du contenu de ce livre, qui est bientôt terminé, au moins au point de vue calendaire. Je suis descendue à Bréguet-Sabin, j'ai pensé à Lebesgue en traversant la rue Saint-Sabin et, arrivée à la maison, j'ai mis au clair une liste de choses dont j'aurais pu, dont j'aurais dû, dont j'aurais aimé, parler dans ce livre.

Parmi lesquelles :

— Les différents métiers qui permettent aux mathématiciens d'exercer leurs talents, voire leur génie, appariteurs, archivistes, bibliothécaires, épouses, filles, gouvernantes, mères, secrétaires, sœurs, typographes, sans parler des cochers et des postillons des diligences.

— Tant que j'en étais à dresser des listes, et en pensant surtout à la liste des théorèmes de Y^{***} (remplacer par

→ 17 avril

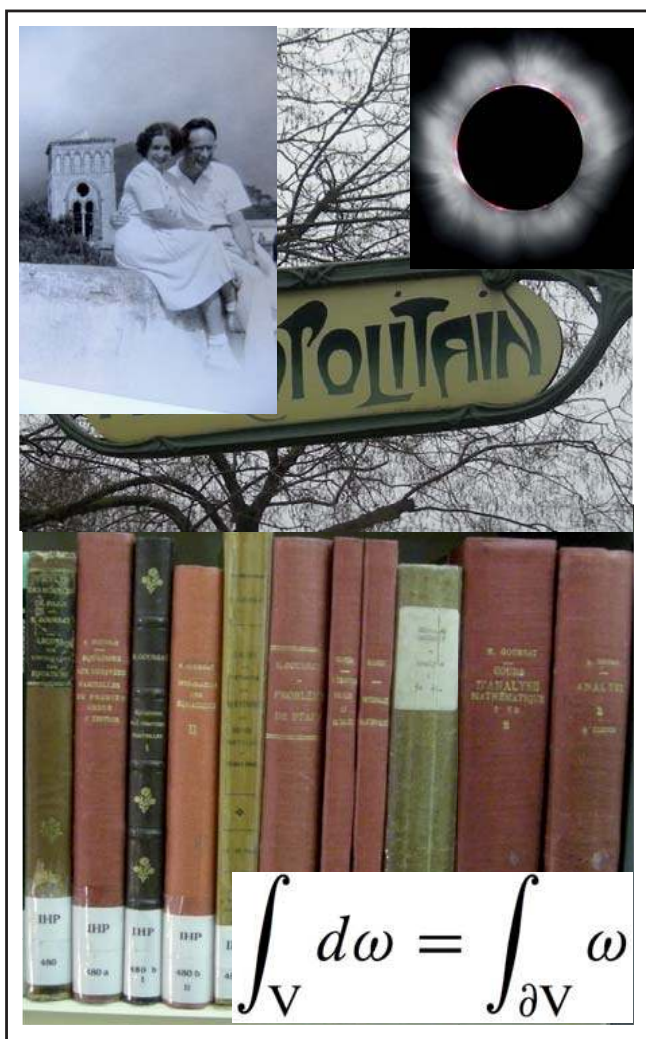
→ 30 janvier

– Commenter la notion de « vieillard » — ce qu'étaient Picard et Goursat quand Bourbaki commença à se mettre au travail, et là nous avons constaté l'absence d'une génération. Malgré les guerres napoléoniennes, il n'est pas sûr qu'il manquait une génération lorsque le jeune Galois fit sa fulgurante apparition dans les mathématiques. Les mathématiciens — les autres — de son temps sont pourtant souvent qualifiés de vieillards. En 1832, le baron Cauchy avait quarante-trois ans et Poisson cinquante et un.

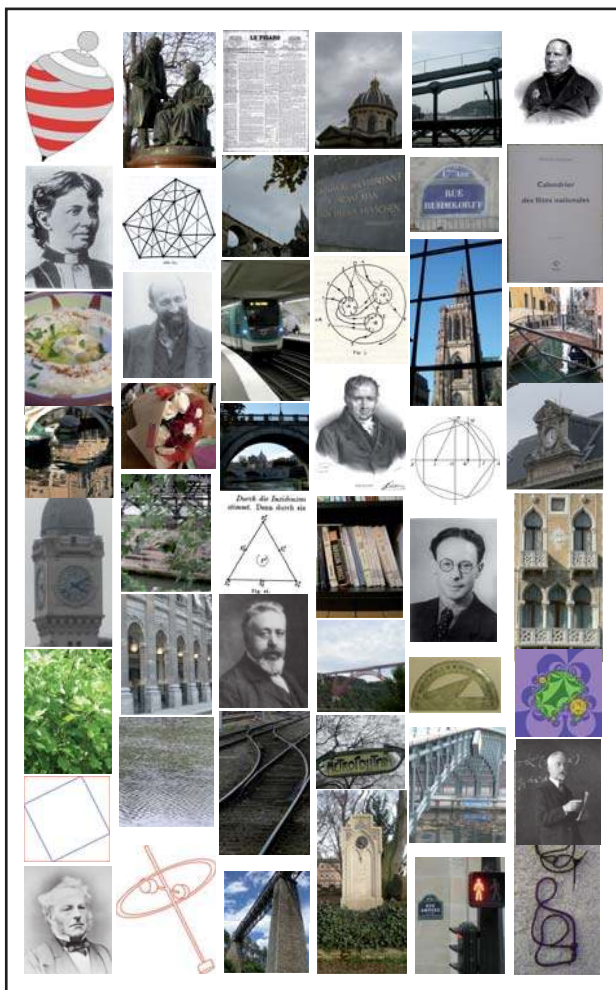
– Développer les allusions aux différences entre les styles « éloge académique » et « souvenirs d'apprentissage ». Les éloges académiques sont vieux comme... les académies, et leur style a structuré de nombreux discours et textes biographiques (et même autobiographiques). Joseph Bertrand, par exemple, fut un spécialiste de l'éloge académique ; on en trouve une trentaine emplissant deux volumes entiers dans les bibliothèques. Il est plus difficile de dater les souvenirs de mathématiciens, malgré leur apparition beaucoup plus récente. Il est possible que Sofia Kovalevskaya ait été la première — non pas la première femme, la première ! Et André Weil le deuxième. Il fallait avoir vécu des épisodes un peu romanesques, et ce fut le cas de ces deux mathématiciens.

Les souvenirs d'Isabella Lucy Stokes, malgré un ou deux épisodes personnels et leur lovely cave, ressortissent du genre académique. Ceux de Berthe Forestier, une petite-fille de Charles Hermite, aussi — elle a d'ailleurs utilisé et copié plusieurs notices académiques.

– Il resterait à s'étonner que personne — je veux dire, aucun de mes interlocuteurs — ne m'ait demandé « à quoi ça sert ? ».



Éveline et André Weil, éclipse solaire, métro (Paris),
livres de Goursat, formule.



Images.

C'est une question à laquelle j'ai l'habitude de répondre, à l'aide de l'un ou l'autre de deux exemples édifiants, parmi lesquels je choisis selon mon humeur de l'instant et selon mon auditoire. Comme je ne sais pas qui vous êtes, lectrices (ni même *si* vous serez), je vous livre les deux.

– La construction des polygones réguliers à la règle et au compas est le type même de la question → 23 février
« inutile » : diviser 360° par le nombre de côtés du polygone désiré et utiliser un rapporteur donne un résultat au moins aussi précis qu'une construction à plusieurs coups de compas (pensez à l'épaisseur du trait de crayon) — là je ne parle pas de logiciel graphique pour rester dans les moyens dont disposait Gauss.

– La résolution d'une équation algébrique par radicaux, c'est encore pire. On connaissait déjà, au temps de Galois, des méthodes permettant de calculer les solutions de l'équation aussi précisément qu'on le souhaitait. La méthode de Newton, notamment. À quoi bon écrire des formules encombrantes et extraire toutes ces racines ?

Et pourtant... ces deux questions sont à l'origine de ce que l'on appelle aujourd'hui la théorie de Galois. De cette théorie est issue toute l'algèbre abstraite, algèbre abstraite sans laquelle aucun objet de la vie quotidienne (téléphone, ordinateur, machine à laver...) ne fonctionnerait.

Et pendant que j'écris, que je déroule ce discours bien huilé et très convaincant (j'espère que vous êtes de cet avis...), ce plaidoyer pour la recherche fondamentale, je pense à mon héroïne, la formule de Stokes.

Mais c'est que c'est exactement le contraire. Une formule inventée pour décrire des phénomènes électriques ou hydrodynamiques, de la physique plutôt appliquée... développée par des gens qui ne raffolaient ni d'algèbre ni d'abstraction et qui se trouve être la base indispensable d'une théorie des plus abstraites.

À quoi ça sert, la cohomologie ?

Vous avez dit dialectique ?

22 décembre

1870, Maxwell

Une éclipse de soleil, la Lune se glissant entre le Soleil et la Terre, eut lieu le 22 décembre 1870. Selon le lieu où l'on se trouvait (sur la Terre), on pouvait, ou on ne pouvait pas, assister au phénomène. Dans le sud du Portugal et de l'Espagne, le nord de l'Afrique, en Sicile et en Crête, l'éclipse fut totale, c'est-à-dire que la Lune couvrit complètement le disque solaire pendant quelques minutes. Un peu plus au nord, en France et en Angleterre par exemple, l'éclipse ne fut que partielle, la Lune mordant un peu sur le Soleil sans le cacher complètement.

Beaucoup d'astronomes, surtout anglais, avaient profité de l'occasion, aller observer l'éclipse totale, pour se rendre au soleil (si l'on peut dire) en ce mois de décembre. Si seuls les Anglais sont mentionnés dans cette phrase, c'est parce que les Français et les Allemands avaient d'autres chats à fouetter, ils étaient en guerre et, d'ailleurs, dans le cas des Parisiens assiégés, ce n'est pas pour les fouetter que l'on s'intéressait aux chats en décembre 1870.

En Angleterre, il y eut beaucoup de spectateurs pour cet événement, même partiel. James Clerk Maxwell fut

de ceux-là. À cette époque, ce physicien travaillait à son « Traité de l'électricité et du magnétisme », qui paraîtrait en 1873. Il avait besoin de la formule de Stokes, et avait écrit à Stokes, qui était à la fois un collègue respecté et un ami — ils avaient passé pas mal de temps ensemble à observer un chat tomber (sans le fouetter ni le cuisiner) — pour lui demander une référence. En réponse, Stokes lui avait envoyé le sujet d'un examen qu'il avait fait passer à Cambridge en février 1854, le Prix Adams, dont la huitième question était :

Si X , Y et Z sont des fonctions des coordonnées rectangulaires x , y , z , et dS un élément d'une surface limitée quelconque, ℓ , m , n les cosinus de l'inclinaison de la normale à dS par rapport aux axes, ds un élément de la ligne bord, montrer que

$$\begin{aligned} \iint \left\{ \ell \left(\frac{dZ}{dy} - \frac{dY}{dz} \right) + m \left(\frac{dY}{dz} - \frac{dZ}{dx} \right) + n \left(\frac{dY}{dx} - \frac{dX}{dy} \right) \right\} dS \\ = \int \left(X \frac{dx}{ds} + Y \frac{dy}{ds} + Z \frac{dz}{ds} \right) ds \end{aligned}$$

les coefficients différentiels de X , Y , Z étant partiels et l'intégrale simple étant prise tout autour du périmètre de la surface.

Une éclipse de soleil un beau soir de décembre est une joie pour un observateur, qu'il soit savant ou non. James Clerk Maxwell imagina Stokes, avec sa femme et ses enfants, dans son jardin de Lensfield Cottage, à Cambridge, examinant lui aussi le soleil à travers du verre fumé. Puis il retourna à son travail, comparant le problème envoyé par Stokes et l'énoncé démontré dans le livre de Thomson et Tait paru quelques années auparavant.

Les fêtes de Noël et le nouvel an passé, il écrivit à Stokes pour le remercier de lui avoir envoyé le sujet du Prix Adams, et lui demanda de l'éclairer sur l'histoire de ce théorème. Il conclut sa lettre par un post-scriptum dans lequel il dit espérer que Stokes avait pu regarder l'éclipse.



James Clerk Maxwell est connu pour les équations qui régissent les phénomènes électromagnétiques et qui portent son nom. Il possède aussi un « démon », c'est dire qu'il existe un phénomène qu'on appelle le démon de Maxwell et qui mériterait plus qu'une digression. Dans son livre sur l'électromagnétisme, la formule de Stokes fait partie des résultats de mathématiques de base, présentés dans le premier chapitre. Une note de bas de page signale que le professeur Stokes a donné ce théorème dans un problème pour le Prix Adams en 1854 et qu'on en trouve une démonstration dans le livre de Thomson et Tait.

Lorsque Joseph Larmor publia le dernier volume des *Œuvres* de Stokes, après la mort de ce dernier, il y fit figurer les sujets d'examen que Stokes avait posés. Le huitième problème du Prix Adams de 1854 est, lui aussi, accompagné d'une note de bas de page que voici :

Ce résultat fondamental, que Maxwell (*Électricité*, I, § 24) a fait remonter à la présente source, est connu universellement depuis ces dernières années comme théorème de Stokes. Le même genre d'analyse avait été développée auparavant dans des cas particuliers par Ampère dans ses travaux sur l'électrodynamique des courants électriques linéaires. Et dans une lettre de Lord Kelvin, datée du 2 juillet 1850, consacrée à de telles transformations et retrouvée dans la correspondance de Stokes, le théorème

→ 2 mars

→ 2 juillet

du texte est énoncé précisément dans un post-scriptum. Le vecteur qui intervient dans l'intégrale de surface avait été utilisé en dynamique optique, par McCullagh, qui a compris son invariance, en 1837. Il a réapparu entre les mains de Stokes en 1845 [...] dans la théorie du mouvement des fluides [...] Donc ce théorème, bien qu'énoncé pour la première fois par Lord Kelvin, concerne une quantité qui, quant à ses applications physiques, mérite d'être appelé vecteur de Stokes.

23 décembre

1935, Bourbaki

Le 23 décembre 1935, les *Comptes rendus de l'Académie des sciences* publièrent une note signée Nicolas Bourbaki. Il s'agissait de théorie de la mesure ou, en termes moins savants, d'intégration, de calcul intégral. Ce fut la première apparition publique de ce nom, Nicolas Bourbaki. Les auteurs en puissance de l'ex-futur-traité-d'analyse et des futurs *Éléments de mathématique* avaient choisi le pseudo-→ 10 décembre nyme collectif de « Bourbaki », s'étaient réunis de façon plénière durant l'été près de Clermont-Ferrand, au cours de ce qu'ils appelèrent le Congrès fondateur de Besse-en-Chandesse. Aucun fascicule n'était encore écrit : le processus de rédaction par couple, avec discussion collective et destruction, re-rédaction, re-destruction, etc., demandait un peu (au moins) de temps, mais voilà, Bourbaki, par la plume d'André Weil, avait demandé à Élie Cartan de faire passer cette note, puisqu'il était académicien. Élie Cartan, qui de Bourbaki savait tout, avait bien entendu transmis la note en riant sous cape de cette bonne blague. Il n'est pas évident que l'on riait beaucoup, dans la grande salle des séances du quai de Conti, le lundi après-midi. C'était le 18

novembre, mais avant d'envoyer la note à l'imprimerie, le secrétaire avait rappelé Cartan à l'ordre.

— Pour publier dans les *Comptes rendus*, vous le savez bien, respecté Monsieur Cartan, il faut donner son prénom, pouvez-vous me dire, estimé Monsieur Cartan, quel est le prénom de ce monsieur Bourbaki ?

— Je vais voir, je vais voir, répondit sans doute Cartan.

Et il s'enquit, auprès de son fils Henri, du prénom de Bourbaki. Qui, bien sûr, n'en avait pas. Qu'à cela ne tienne, on lui trouverait un prénom. Delsarte qui, depuis Nancy, rédigeait un « Journal de Bourbaki », n'en parla pas, de sorte qu'il n'en est pas question dans les archives de Bourbaki. Il est possible que le baptême ait eu lieu dans une intimité un peu stricte. En tout cas, on dit que, dans cette histoire éminemment masculine, c'est une femme, Éveline, pas encore Weil, qui choisit le prénom. « Nicolas », dit Éveline, et ce fut transmis à Papa Cartan, comme l'appelaient entre eux, avec affection et respect, les amis de son fils Henri.

Ce 23 décembre 1935, Nicolas Bourbaki avait un nom, un prénom, et déjà une publication. Des tas de digressions auraient pu s'ouvrir, sur le folklore de cette histoire de Bourbaki, mais nous les laisserons à d'autres. Nous sommes sur le point de terminer ce roman, qui est celui de la formule de Stokes, et il serait futile de s'attarder sur des détails biographiques sans intérêt.

La naissance (ou en tout cas l'apparition au monde) de Nicolas Bourbaki est un événement autrement important puisque, en fin de compte, issu du désir d'Henri Cartan d'enseigner « bien » la formule de Stokes, Bourbaki commençait à bouleverser la façon d'écrire et de concevoir

les mathématiques — la mathématique, dont toute l'entreprise affirmait l'unité : chacun pouvait écrire sur tout. Les fascicules commencèrent à paraître régulièrement (même si beaucoup moins rapidement que l'avait imaginé Delsarte) puis moins régulièrement. Les bases de la théorie de l'intégration furent rédigées plusieurs fois, et ici aussi une digression quasi-romanesque pourrait s'ouvrir, qui raconterait l'histoire d'une rédaction tapée à la machine sur une île finlandaise, d'une déclaration de guerre, de l'arrestation de l'auteur comme espion russe, de son transfert vers une prison française, de la perte de la première rédaction et de l'écriture d'une deuxième, d'un exil... Mais nous saurons nous concentrer. Sur la formule de Stokes. → 10 décembre

ÉPILOGUE

Au début de 1951, Henri Cartan s'engagea, au cours d'un congrès Bourbaki réuni à Nancy, à écrire un rapport sur la formule de Stokes pour le 1^{er} mai. La formule n'est pas mentionnée dans les notes historiques de Bourbaki. Dans les *Éléments de mathématique*, elle finit par apparaître, assez longtemps après la limite fixée par Weil, en 1971, dans un « fascicule de résultats » (c'est-à-dire sans démonstration).

Sous l'élégante forme

$$\int_V d\omega = \int_{\partial V} \omega$$

bien sûr.

Remerciements

Je remercie tous les auteurs des textes et des images cités plus loin pour leur contribution (consciente ou non).

Je remercie Daniel Li, Rossana Tazzioli et David Wilson pour leur aide.

Je remercie B***, des éditions C***, d'avoir si gentiment (et si professionnellement) accueilli ce livre.

Je remercie R*** et S*** pour leur relecture et leurs commentaires.

ORIGINES DES IMAGES ET FIGURES UTILISÉES

Figures. La figure « bord », pages 126 et 252, vient du *Lehrbuch der Topologie* [72], de Seifert et Threlfall, la figure représentant un ensemble-limite, pages 162 et 252, a été dessinée par Arnaud Chéritat pour le livre *Fatou, Julia, Montel* [10], la figure illustrant la formule de Stokes, page 185, vient du livre de Goursat [34], la sphère de Poincaré, pages 160 et 252, de l'article de Poincaré [60], la surface, pages 69 et 185, du livre de Ravaille [64], la toupie, pages 126 et 252, a été dessinée par Raymond Seroul pour *Spinning tops* [7], la triangulation, pages 216 et 252, vient de *Topologie* [2] d'Alexandroff et Hopf ;

l'ensemble de Julia, page 198, a été dessiné par Tan Lei pour la revue en ligne **Images des mathématiques** ;

la surface de Goursat, page 35, a été copiée sur **wikipedia** ;

les figures représentant la construction du pentagone à la règle et au compas, pages 126 et 252, les coordonnées sur la sphère, page 105, la démonstration de la formule de Stokes, page 247, la dérivée d'une fonction, page 47, une

fonction discontinue, page 57, l'enlacement, page 76, la fonction exponentielle, page 162 (issue du cours *Analyse complexe* [8]), le lacet, page 114, le « nombre d'or », page 126, le plan complexe, page 136, la vitesse de la cycliste, page 12, la quadrature (impossible) du cercle, page 35, une somme de Riemann, page 135, la sphère déformée, page 66, les surfaces, pages 104, 104, 105, 109, le théorème de Pythagore, pages 68 et 252, la toupie de Kovalevskaya, pages 72 et 252 (du livre *Souvenirs sur Sofia Kovalevskaya* [9]), le volume coupé en tranches, page 29, la fonction zêta, page 188, ont toutes été **dessinées par M.A., collection privée de l'auteur.**

Lieux. Les photos de lieux, les risées sur la Seine à André, pages 36 et 252, le figuier, pages 180 et 252, le monument à Gauss et Weber (à Göttingen), pages 54 et 252, la tombe de Gauss à Göttingen, pages 125 et 252, le détail « mai 1933 » et la plaque avec la citation de Heine « On commence par brûler les livres » à Göttingen, pages 108, 117 et 252, le mur des Fédérés, page 125, les chutes du Niagara, page 18, Saint-Pierre de Rome remis à sa place sous le pont Sant'Angelo, pages 89 et 252, la cathédrale de Strasbourg, pages 198 et 252, le palais vénitien, pages 35 et 252, **photos M.A., collection privée de l'auteur.**

Objets. Les photos d'objets, le bouquet de roses, pages 144 et 252, le caviar d'aubergines, page 126 (et le hummous page 252), l'ouïe de la contrebasse, page 126, les lacets de chaussures, pages 108 et 252, les livres, pages 126, 215, 252 et 269, ceux de l'auteur, page 269, le fascicule Bourbaki page 269, le livre de Diderot, page 269, l'exemplaire du « Goursat » de l'I.H.P., page 180, les livres de Goursat à la bibliothèque de l'I.H.P., pages 251 et 269, le livre de

Michelle Grangaud, pages 125, 252 et 269, celui de Joyce et celui de Camille Marbo, page 269, le livre de Ravaille, page 126, celui de Rebière, page 89, ceux de Jules Verne et d'André Weil, page 269, l'album d'Hergé, page 269, les rails, pages 233 et 252, le rapporteur, pages 126 et 252, **photos M.A., collection privée de l'auteur ;**

la boîte d'allumettes Ostrogradski, page 18, appartient à Françoise Lust-Piquard, **photo Alexandre Misrahi ;**

la première page du livre de Cartan, pages 180 et 269, **bibliothèque de l'IRMA ;**

l'arc-en-ciel bulgare, page 36, **photographie de Lise Buono, collection privée de l'auteur ;**

la une du *Figaro*, pages 144 et 252, **Gallica ;**

les cratères lunaires de *Autour de la Lune*, par Bayard et Neuville, page 54, la Marianne de Morlon sur la pièce de 2 francs, page 72, la photographie de l'éclipse solaire de 1999, page 251, **wikipedia.**

Paris. Les photos parisiennes du bassin du Palais-Royal, page 215, du beffroi de la gare de Lyon (dont l'horloge ne marque jamais la bonne heure), pages 89 et 252, de la coupole de l'Académie, pages 233 et 252, de la gare d'Austerlitz, page 252, du lycée Henri IV, page 108, du métro (sur la ligne 5), pages 162 et 252, du monument aux morts de l'É.N.S., page 234 et du détail de ce monument page 144, de la galerie de Montpensier au Palais-Royal, pages 215 et 252, du mur des Fédérés, page 125, des plaques de rues, pages 126, 233, et 252, de l'entrée de l'École polytechnique, page 233, et du cartouche à cette entrée, page 90, de l'entrée de la station de métro Bréguet-Sabin (sur la ligne 5 elle aussi), pages 251 et 252, **photos M.A., collection privée de l'auteur.**

Ponts. Les photos de ponts, la passerelle dédiée à Rosa Luxemburg à Berlin, pages 216 et 252, le pont de chaînes (à Budapest) pages 36 et 252, le viaduc de Garabit, pages 54 et 252, le viaduc de Morlaix, pages 233 et 252, la Seine sous le pont des Arts (à Paris), pages 36 et 252, le pont Sant'Angelo au-dessus de Saint-Pierre de Rome, pages 89 et 252, la passerelle Simmel (à Strasbourg) avec le poème de Jacques Roubaud, page 216, le viaduc du Vecchio, page 252, les ponts vénitiens, pages 90, 180, 216 et 252, le pont du Port à l'Anglais à Vitry-sur-Seine, page 215, **photos M.A., collection privée de l'auteur.**

Les portraits d'Ampère page 270, de Victor Basch, page 18, de Joseph Bertrand, page 270, d'Élie Cartan, page 270, de Cauchy, page 36, de Claude Chevalley, page 234, de Grace Chisholm Young, page 197, la dégradation de Dreyfus dans *Le Petit Journal*, page 18, les portraits de George Eliot, pages 215 et 270, de Guido Fubini, page 270, la statue de Sophie Germain, page 89, les photographies de Goursat, page 108, de Jacques Hadamard, pages 198 et 252, de Jean Jaurès, page 234, de Gaston Julia, page 270, d'Henri Lebesgue, pages 162 et 270, le portrait de Joseph Liouville, page 35, la photographie de Paul Nizan, page 234, les portraits d'Ostrogradski, pages 18, 252 et 270, de Poisson, pages 144, 252 et 270, et de Riemann, pages 180 et 270, celui de la reine Victoria (par Bassano), page 54, celui d'Anton Webern page 125, **wikipedia** ;

ceux de de Rham, pages 125 et 270, d'Hermite pages 72 et 270, d'Emmy Noether, pages 89 et 270, de Stokes, pages 18 et pages 36, 252 et 270, de Thomson, pages 35 et 270, de Vito Volterra, pages 216, 252 et 270, **site de St-Andrews** ;

de Jules Andrade, page 18, **musée des sciences de Rennes** ;

de Sofia Kovalevskaya, pages 72, 252 et 270, de Gösta Mittag-Leffler, pages 90 et 270, **Institut Mittag-Leffler** ;

les photos de Delsarte, page 216, de René de Possel, page 234, de Jean Dieudonné, page 234, détails d'une photo appartenant à l'**Association des amis de Nicolas Bourbaki** ;

le portrait de Picard, page 198, dans les actes du **Congrès international de Strasbourg** ;

celui de Lucien de Rubempré par E.L., page 36, **domaine public** ;

le portrait de Galois à soixante ans par Chantal Bosse, pages 144 et 270, **collection privée de l'auteur** ;

le portrait de Magali Noël, page 197, **pochette de disque** ;

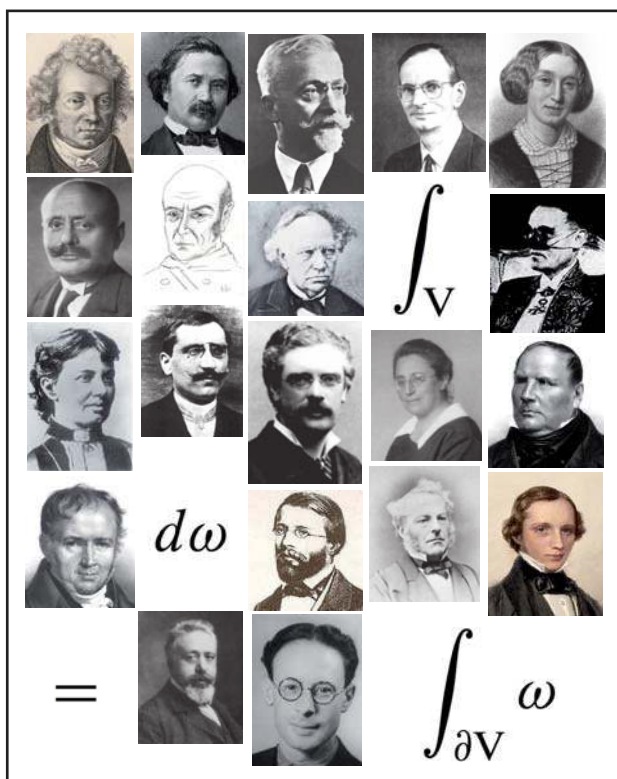
la photo d'André Weil, pages 252 et 270, la photo d'André et Éveline Weil à Ravello, page 251, **archives privées famille Weil** ;

la photographie d'Élie Cartan, page 72, la photo de Marie Curie avec les quatre élèves, page 89 et le détail Marie Curie avec Anna Cartan, page 90, la photo de famille page 90, le détail Henri et Hélène page 108, le détail Jean Cartan, page 125, la photo d'Anna et Hélène Cartan, page 197, la photo d'Henri et Nicole Cartan, page 233, **collection privée de la famille Cartan**.

Les timbres Ampère, page 72, Cauchy (avec son détail), page 72, Poincaré, page 90, **wikipedia**.



Livres.



Index

Ampère, Bertrand, Cartan, de Rham, Eliot,
 Fubini, Galois, Hermite, I, Julia,
 Kovalevskaya, Lebesgue, Mittag-Leffler, Noether, Ostrogradski,
 Poisson, Q, Riemann, Stokes, Thomson,
 U, Volterra, Weil, X, Y, Z.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] M. A. AKIVIS & B. ROSENFELD – *Elie Cartan (1869-1951)*, American Mathematical Society, 1993.
- [2] P. ALEXANDROFF & H. HOPF – *Topologie*, Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften, Band 45, Springer-Verlag, Berlin, 1935.
- [3] J. ANDRADE – *Leçons de mécanique physique*, Société d'éditions scientifiques, 1898.
- [4] P. APPELL & É. GOURSAT – *Théorie des fonctions algébriques*, Gauthier-Villars, Paris, 1895.
- [5] P. APPELL, É. GOURSAT & P. FATOU – *Théorie des fonctions algébriques, tome II, Fonctions automorphes*, Gauthier-Villars, Paris, 1930, deuxième édition, revue et augmentée.
- [6] L. ARAGON – *D'une conférence faite à Madrid*, Œuvre poétique, vol. 2, Les Éditeurs français réunis, Paris, 1925.

- [7] M. AUDIN – *Spinning tops, a course on integrable systems*, Cambridge University Press, 1996.
- [8] ———, *Analyse complexe*, ULP, Strasbourg, 2007, Cours de Licence L3 et Magistère 1^e année, disponible sur <http://www-irma.u-strasbg.fr/~maudin/analysecomp.pdf>.
- [9] ———, *Souvenirs sur Sofia Kovalevskaya*, Orizzonti, Calvage & Mounet, 2008.
- [10] ———, *Fatou, Julia, Montel, le grand prix des sciences mathématiques de 1918, et après*, Springer, 2009.
- [11] ———, *Une histoire de Jacques Feldbau*, Collection T, Société mathématique de France, Paris, 2010.
- [12] ———, *Correspondance entre Henri Cartan et André Weil*, Documents mathématiques, Société mathématique de France, Paris, 2011.
- [13] ———, *Mai quai Conti*, 2011, <http://oulipo.net/fr/mai-quai-conti>.
- [14] ———, « Cartan, Lebesgue, de Rham et l'analysis situs dans les années 1920, scènes de la vie parisienne », *Gazette des mathématiciens* **134** (2012), p. 49–75.
- [15] H. BALZAC – *Illusions perdues*, 1843, disponible en Folio.
- [16] L. BEAULIEU – « A Parisian café and ten proto-Bourbaki meetings (1934–1935) », *Math. Intelligencer* **15** (1993), no. 1, p. 27–35.

- [17] J. BERTRAND – *Cours de l'École polytechnique*, École polytechnique, Paris, 1882.
- [18] ———, *Éloges académiques*, Librairie Hachette, Paris, 1902.
- [19] P. BIRNBAUM – *Le moment antisémite : un tour de la France en 1898*, Fayard, Paris, 1998.
- [20] N. BOURBAKI – *Éléments de mathématique. Variétés différentielles et analytiques, chapitres 8 à 15, fascicule de résultats*, Hermann, Paris, 1971.
- [21] M. BUTOR – *La Modification*, Minuit, Paris, 1957.
- [22] D. M. CANNELL – « George Green : an enigmatic mathematician », *Amer. Math. Monthly* **106** (1999), p. 136–151.
- [23] S. CARNOT – *Réflexions sur la puissance motrice du feu et sur les machines propres à développer cette puissance*, Bachelier, Paris, 1824.
- [24] É. CARTAN – *Leçons sur la géométrie des espaces de Riemann*, Cahiers scientifiques, Gauthier-Villars, Paris, 1928.
- [25] ———, *Les Systèmes différentiels extérieurs et leurs applications géométriques*, Hermann, Paris, 1945.
- [26] A. DAUDET – *Les Lettres de mon moulin*, Hetzel, 1869.
- [27] D. DIDEROT – *Le Neveu de Rameau*, 1773, disponible en Folio.

- [28] G. W. DUNNINGTON – *Carl Friedrich Gauss: Titan of science*, MAA Spectrum, Mathematical Association of America, Washington, DC, 2004, Reprint of the 1955 original [Exposition Press, New York ; MR0072814], With an introduction and commentary by Jeremy Gray, With a brief biography of the author by Fritz-Egbert Dohse.
- [29] G. ELIOT – *Journals*, Cambridge University Press, Cambridge, 1998, edited by Margaret Harris and Judith Johnson.
- [30] H. FEHR – « Obituary : A. Buhl, 1878–1949 », *Enseignement Math.* **39** (1942–1950), p. 6–8 (1951).
- [31] L. FÉLIX – *Message d'un mathématicien : Henri Lebesgue*, Librairie scientifique et technique Albert Blanchard, Paris, 1974.
- [32] H. GISPERT – *La France mathématique*, Cahiers d'histoire & de philosophie des sciences, vol. 34, Société française d'histoire des sciences et des techniques, Paris, 1991.
- [33] N. GOGOL – *Les Âmes mortes*, 1842, disponible en Folio.
- [34] É. GOURSAT – *Cours d'analyse*, Gauthier-Villars, Paris, 1923.
- [35] M. GRANGAUD – *Calendrier des fêtes nationales*, P.O.L., Paris, 2003.
- [36] J. GRIMM & W. – *Contes*, Flammarion, Paris.

- [37] HERGÉ – *Tintin au pays de l'or noir*, Les aventures de Tintin et Milou, Casterman, 1950.
- [38] ———, *On a marché sur la Lune*, Les aventures de Tintin et Milou, Casterman, 1954.
- [39] C. HERMITE – *Cours de M. Hermite*, Hermann, Paris, 1887.
- [40] L. INFELD – *Évariste Galois aimé des Dieux*, La Farandole, 1957, traduit de l'anglais par Joseph Sully.
- [41] J. JOUET – *Poèmes de métro*, POL, 2000.
- [42] J. JOYCE – *Lettres à Nora*, Rivages poche, 2012.
- [43] G. JULIA – *Œuvres de Gaston Julia. Vol. VI*, Gauthier-Villars, Paris, 1970, éditées par Michel Hervé.
- [44] D. KEHLMANN – *Les Arpenteurs du monde*, Actes Sud, 2006.
- [45] R. KIPLING – *Le Livre de la jungle*, 1894, disponible en Folio.
- [46] S. KOVALEVSKAÏA – *Souvenirs d'enfance*, Hachette, Paris, 1895.
- [47] J. LARMOR – *Memoir and scientific correspondence*, The Source of science, vol. 139, Cambridge University Press, 1907.
- [48] H. LEBESGUE – *Les lendemains de l'intégrale, lettres d'Henri Lebesgue à Émile Borel*, Vuibert, Paris, 2004.
- [49] S. MANDELBROJT – « Souvenirs à bâtons rompus de Szolem Mandelbrojt, recueillis en 1970 et préparés

par Benoit Mandelbrot », *Cahiers du Séminaire d'Histoire des Mathématiques* **6** (1985), p. 1–46.

- [50] T. MANN – *La Mort à Venise (Der Tod in Venedig)*, Le livre de poche, Fayard, 1971, traduit de l'allemand par F. Berteaux et C. Sigwalt.
- [51] ———, *La Montagne magique*, Le livre de poche, 1972, traduit de l'allemand par Maurice Betz.
- [52] C. MARBO – *À travers deux siècles – Souvenirs et rencontres (1883–1967)*, Grasset, Paris, 1968.
- [53] J.-P. MATHIEU – « Sur le théorème d'Ampère », *Revue d'histoire des sciences* **43** (1990), p. 333–338.
- [54] V. MAZ'YA & T. SHAPOSHNIKOVA – *Jacques Hadamard, un mathématicien universel*, EDP-Sciences, Les Ulis, 2005, traduit de l'anglais par Gérard Tronel.
- [55] MOLIÈRE – *Le Malade imaginaire*, 1673, Disponible en Folio.
- [56] P. NABONNAND – *La correspondance entre Henri Poincaré et Gösta Mittag-Leffler*, Publications des Archives Henri Poincaré, Birkhäuser, 1999.
- [57] P. NIZAN – *La Conspiration*, Gallimard, Paris, 1938.
- [58] Y. OGAWA – *La Formule préférée du professeur*, Actes Sud, 2005.
- [59] É. PICARD – *L'histoire des sciences et les prétentions de la science allemande*, Librairie académique Perrin, Paris, 1916.

- [60] H. POINCARÉ – « Complément à l'Analysis situs », *Rendiconti d. Palermo* **13** (1899), p. 285–343.
- [61] ———, *Les méthodes nouvelles de la mécanique céleste*, Librairie Scientifique et Technique Albert Blanchard, Paris, 1899, réimpression de 1987.
- [62] ———, *Science et méthode*, Flammarion, Paris, 1908.
- [63] M. PROUST – *Le Temps retrouvé*, 1927, disponible en Folio.
- [64] M. RAVAILLE – *Électrostatique, Électrocinétique*, Collection de Sciences physiques dirigée par Marcel Peschard, J.-B. Baillière et Fils, Paris, 1964.
- [65] L. RAYLEIGH – « Obituary of Sir George Gabriel Stokes », *Proceedings of the Royal Society* **7** (1905), p. 199–216.
- [66] A. REBIÈRE – *Les Femmes dans la science*, Nony, Paris, 1897.
- [67] G. DE RHAM – « L'Œuvre d'Élie Cartan et la topologie », Élie Cartan, 1869–1951 (hommage de l'Acad. République Socialiste de Roumanie à l'occasion du centenaire de sa naissance), Editura Acad. R.S.R., Bucharest, 1975, p. 11–20.
- [68] ———, « Quelques souvenirs des années 1925–1950 », *Cahiers du Séminaire d'Histoire des Mathématiques* **I** (1980), p. 19–36.
- [69] B. RIEMANN – *Gesammelte mathematische Werke*, Teubner, 1892.

- [70] J. RUSKIN – *Les Pierres de Venise*, Hermann, 1983, présentation, introduction et notes de Jean-Claude Garcias, traduction de Mathilde Crémieux.
- [71] S. SEGAL – *Mathematicians under the Nazis*, Princeton University Press, Princeton, 2003.
- [72] H. SEIFERT & W. THRELFALL – *Lehrbuch der Topologie*, Teubner, Leipzig und Berlin, 1934.
- [73] STENDHAL – *Le Rouge et le Noir*, Paris, 1830, disponible en Folio.
- [74] R. TAZZIOLI – *Riemann, le géomètre de la nature*, Les génies de la science, Pour la science, 2002.
- [75] ———, *Gauss, prince des mathématiciens*, Les génies de la science, Pour la science, 2008.
- [76] ———, « I matematici tra scienza, politica e istituzioni », *Storia d'Italia* (Torino), Annali, 26, Einaudi, 2012, C. Pogliano, F. Cassata, ed., p. 385–415.
- [77] S. THOMPSON – *Life of William Thomson Baron Kelvin of Largs*, Macmillan, London, 1910.
- [78] W. THOMSON & P. TAIT – *Treatise on natural philosophy*, Cambridge University Press, Cambridge, 1879.
- [79] J. VERNE – *Voyage au centre de la Terre*, Hetzel, 1864.
- [80] ———, *De la Terre à la Lune*, Hetzel, 1865.
- [81] ———, *Autour de la Lune*, Hetzel, 1869.
- [82] ———, *Le Tour du monde en quatre-vingts jours*, Hetzel, 1873.

- [83] ———, *Michel Strogoff*, Hetzel, 1876.
- [84] A. WEIL – *Souvenirs d'apprentissage*, Vita Mathematica, vol. 6, Birkhäuser, Basel, 1991.
- [85] D. WILSON – *The correspondence Between Sir George Gabriel Stokes and Sir William Thomson*, Cambridge University Press, Cambridge, 1990.
- [86] M. ZERNER – « Joseph Bertrand », in *La France mathématique* [32], p. 298–322.
- [87] E. ZOLA – *La Curée* (1872), disponible en Bouquins, Robert Laffont.
- [88] ———, *L'Argent* (1895), disponible en Bouquins, Robert Laffont.

INDEX DES ŒUVRES CITÉES OU UTILISÉES

- À travers deux siècles, souvenirs et rencontres* [52], de Camille Marbo, 230, 269
- Actes du congrès de Rome*, 91
- Actes du congrès de Strasbourg*, 200
- Allocution pour le jubilé d'Élie Cartan* [43], de Gaston Julia, dans le volume 6 de ses Œuvres, 110
- Allocution prononcée à la gare d'Austerlitz* [43], par Gaston Julia, dans le volume 6 de ses Œuvres, 228
- Analyse complexe* [8], de M.A., 98
- Autour de la Lune* [81], de Jules Verne, 265
- Biographie d'Ostrogradski*, par P.I. Tribilski (archives de l'A.s.), 7, 50, 211
- Biographie d'Élie Cartan* [1], par Akivis et Rosenfeld, 181
- Biographie de Gauss* [28], par Waldo Dunnington, 64, 98, 187
- Biographie de Kelvin* [77], par Thompson, 37
- Calendrier des fêtes nationales* [35], de Michelle Grangaud, 48, 117, 123, 125, 133, 146, 157, 166, 167, 172, 183, 217, 252, 269
- Cartan, Lebesgue, de Rham et l'analysis situs dans les années 1920* [14], article de M.A., 110
- Comptes rendus des réunions et proto-réunions de Bourbaki*, de Jean Delsarte (archives Bourbaki), 240, 246, 257
- Contes* [36], de Grimm, 187
- Correspondance entre Henri Cartan et André Weil* [12], éditée par M.A., 30, 257, 269
- Correspondance entre Kelvin et Stokes* [85], éditée par David Wilson, 37, 147, 149, 174, 246

- Correspondance entre Poincaré et Mittag-Leffler* [56], éditée par Philippe Nabonnand, 101
- Correspondance et mémoires scientifiques de Stokes* [47], édités par Larmor, 59, 254
- Cours d'analyse* [34], de E. Goursat, 30, 174, 179, 219
- Cours d'analyse* [39], de Charles Hermite, 81
- Cours de l'École polytechnique* [17], de Joseph Bertrand, 30, 81
- D'une conférence faite à Madrid en 1925* [6], d'Aragon, 150
- De la Terre à la Lune* [80], de Jules Verne, 45, 170
- Discours pour l'inauguration d'une plaque sur la maison natale d'Hermite*, par Andoyer (archives A.s.), 81
- Early letters to Lady Stokes* [47], dans le volume 1 de la correspondance scientifique de Stokes, éditée par Larmor, 12, 209
- Électrostatique – Électrocinétique* [64], de Maurice Ravaille, 64
- Éloge d'Augustin-Louis Cauchy* [18] par Joseph Bertrand, 113
- Essai sur l'application de l'analyse mathématique aux théories de l'élasticité et du magnétisme*, de George Green, 37, 127
- Évariste Galois, aimé des dieux* [40], de Leopold Infeld, 149, 187
- Fais moi mal, Johnny*, de Boris Vian, 194
- Famille de scientifiques au XIX^e siècle*, de Berthe Forestier (archives A.s.), 81, 230
- Fascicule de résultats sur les variétés* [20], de Nicolas Bourbaki, 257
- Fatou, Julia, Montel, le Grand prix des sciences mathématiques de 1918, et après ?* [10], de M.A., 119, 167, 269
- Gauss, prince des mathématiciens* [75], de Rossana Tazzioli, 187
- George Green, un mathématicien énigmatique* [22], article de D.M. Cannell, 127
- I matematici tra scienza, politica e istituzioni* [76], de Rossana Tazzioli, 211
- Illusions perdues* [15], de Balzac, 50, 211
- Introduction à la théorie des systèmes différentiels*, de Kähler, 165
- Jacques Hadamard, un mathématicien universel* [54], de Mazyra et Shaposhnikova, 117, 207
- Joseph Bertrand* [86], article de Martin Zerner, 230
- Journal* [29], de George Eliot, 211
- Jubilé d'Édouard Goursat*, 224

- L'Argent* [88], d'Émile Zola, 230
- L'Œuvre d'Élie Cartan et la topologie* [67], de Georges de Rham, 110, 219
- L'histoire des sciences et les prétentions de la science allemande* [59], d'Émile Picard, 230
- La Conspiration* [57], de Paul Nizan, 237, 240
- La Curée* [87], d'Émile Zola, 230
- La Formule préférée du professeur* [58], de Yoko Ogawa, 174
- La Modification* [21], de Michel Butor, 91
- La Montagne magique* [51], de Thomas Mann, 187
- La Mort à Venise* [50], de Thomas Mann, 27
- La vie de Riemann* [69], par Richard Dedekind, dans les Œuvres complètes de Riemann, 170, 187
- Le Livre de la jungle* [45], de Kipling, 224
- Le Malade imaginaire* [55], de Molière, 187
- Le Moment antisémite : un tour de la France en 1898* [19], de Pierre Birnbaum, 23
- Le Neveu de Rameau* [27], de Diderot, 211, 215, 269
- Le Rouge et le Noir* [73], de Stendhal, 21
- Le Temps retrouvé* [63], de Marcel Proust, 27, 98
- Le Tour du monde en quatre-vingts jours* [82], de Jules Verne, 209, 215, 224, 269
- Lehrbuch der Topologie* [72], de Seifert et Threlfall, 205
- Les Arpenteurs du monde* [44], de Daniel Kehlmann, 64
- Les Lettres de mon moulin* [26], d'Alphonse Daudet, 127
- Les Pierres de Venise* [70], de John Ruskin, 27
- Les Âmes mortes* [33], de Gogol, 50
- Les femmes dans la science* [66], d'Alphonse Rebière, 87
- Les méthodes nouvelles de la mécanique céleste* [61], d'Henri Poincaré, 101, 183
- Les systèmes différentiels extérieurs et leurs applications géométriques* [25], d'Élie Cartan, 183, 219
- Lettres à Nora* [42], de James Joyce, 12, 269
- Lettres à Émile Borel* [48], d'Henri Lebesgue, 173, 200
- Leçons de mécanique physique* [3], de Jules Andrade, 23
- Leçons sur la géométrie des espaces de Riemann* [24], d'Élie Cartan, 179, 183, 269
- Mai vu du quai Conti* [13], de M.A., 174
- Mathematicians under the Nazis* [71], de Segal, 217
- Message d'un mathématicien : Henri Lebesgue* [31], de Lucienne Félix, 181

- Michel Strogoff* [83], de Jules Verne, 50
- Notice sur Charles Hermite*, par Darboux (archives A.s.), 81
- Notice sur Stokes* [65], de Rayleigh, 174
- Nécrologie d'Adolphe Bühl* [30], article de Fehr, 139
- On a marché sur la Lune* [38], d'Hergé, 59, 269
- Poèmes de métro* [41], de Jacques Jouet, 174
- Quelques souvenirs des années 1925–1950* [68], de Georges de Rham, 110, 145
- Riemann, géomètre de la nature* [74], de Rossana Tazzioli, 187, 211
- Réflexions sur la puissance motrice du feu* [23], de Sadi Carnot, 37
- Science et méthode* [62], d'Henri Poincaré, 98
- Souvenirs à bâtons rompus* [49], de Szolem Mandelbrojt, 237, 246
- Souvenirs d'apprentissage* [84], d'André Weil, 30, 219, 246, 257, 269
- Souvenirs d'enfance* [46], de Sofia Kovalevskaya, 49, 170, 246
- Souvenirs sur Monsieur E. GourSAT, jusqu'en 1876*, anonyme (archives A.s.), 119
- Souvenirs sur Sofia Kovalevskaya* [9], de M.A., 45, 49, 83, 123, 170, 211, 269
- Souvenirs* [47], d'Isabella Lucy Humphry, dans le volume 1 de la correspondance scientifique de Stokes, édité par Larmor, 43, 59, 170, 209, 246
- Spinning tops* [7], de M.A., 154
- Sur le théorème d'Ampère* [53], article de Jean-Paul Mathieu, 75
- Théorie des fonctions algébriques, volume 2* [5], de Fatou, 167
- Théorie des fonctions algébriques* [4], d'Appell et Goursat, 167
- Tintin au pays de l'or noir* [37], d'Hergé, 64
- Topologie* [2], d'Alexandroff et Hopf, 205
- Traité de l'électricité et du magnétisme*, de James Clerk Maxwell, 254
- Traité de philosophie naturelle* [78], de Thomson et Tait, 254
- Un café parisien et dix proto-réunions de Bourbaki* [16], article de Liliane Beaulieu, 240
- Une histoire de Jacques Feldbau* [11], de M.A., 30
- Voyage au centre de la Terre* [79], de Jules Verne, 12

INDEX GÉNÉRAL

A

AB, 83, 84
Abel (Niels Henrik), 1802–1829, 191
Acta Mathematica, 48, 102, 103, 109, 116
Adélaïde, ?–?, 81
affaire Dreyfus, 19, 119, 151
Airy (George Biddell), 1801–1892, 16
Alexandroff (Pavel), 1896–1962, 205, 206, 263
Ampère (André-Marie), 1775–1836, 39, 72, 75–77, 235, 247, 257, 266, 267, 270
Ampère-Stokes
théorème de, 213, 247
Andoyer (Henri), 1862–1929, 82
Andrade (Jules), 1857–1933, 18, 24, 27, 93, 165, 267

Annales de l'École normale supérieure, 235
Annales de la Faculté des sciences de Toulouse, 132
Appell (Marguerite), voir Marbo (Camille)
Appell (Paul), 1855–1930, 26, 37, 78, 92, 98, 152, 169, 170, 226, 232
application de Gauss, 66
Aragon (Louis), 1897–1982, 151
Armstrong (Neil), 1930–2012, 64
Auber (Daniel François Esprit), 1782–1871, 138

B

B***, voir Bellaïche
Balzac (Honoré de), 1799–1850, 52, 55, 212
Barbusse (Henri), 1873–1935, 79, 151
Barnacle (Nora), 1884–1951, 14

- Basch (Victor), 1863–1944, 18, 27, 266
 Bassano (Alexander), 1829–1913, 266
 Bayard (Émile), 1837–1891, 265
 Bellaïche (André), 1946–, 261
 Beltrami (Eugenio), 1835–1900, 46, 84, 132, 192, 213
 Bertillon (Alphonse), 1853–1914, 26
 Bertrand (Joseph), 1822–1900, 32, 33, 77, 83, 232, 250, 266, 270
 Bessel
 équation de, 218
 Bessel (Friedrich), 1784–1846, 217
 Betti
 nombres de, 111, 159
 Betti (Enrico), 1823–1892, 192
 Blackburn (Hugh), 1823–1909, 37
 bobine de Ruhmkorff, 15, 77
 Boileau (Nicolas), 1636–1711, 231
 Bonnet (Ossian), 1819–1892, 66, 153
 Borel (Émile), 1871–1956, 92, 118, 119, 152, 173, 174, 202, 232
 Borel (Marguerite), *voir* Marbo (Camille)
 Borel-Lebesgue
 théorème de, 173, 174
 Bosse (Chantal), 1952–, 267
 Bouligand (Georges), 1889–1979, 228, 239
 Bouniakovski (Viktor Iakovlevitch), 1804–1889, 55
 Bourbaki (Nicolas), 1935–?, 184, 185, 229, 250, 258, 259, 261, 265, 267
 Brioschi (Francesco), 1824–1897, 27
 Bruhat (Georges), 1887–1945, 226
 Buffon (Georges Louis Leclerc, comte de), 1707–1788, 231
 Bühl (Adolphe), 1878–1949, 84, 140, 141
 Bühl (Gabriel), 1878–?, 140
Bulletin de la Société mathématique de France, 20, 132, 165
Bulletin des sciences mathématiques, 235
Bulletin of the American Mathematical Society, 94
 Buono (Lise), 1961–, 265
 Byron (George Gordon, Lord), 1788–1824, 100
- C**
 C***, *voir* Cassini
 cage de Faraday, 68
 Carnot (Sadi), 1796–1832, 38
 Cartan (Anna), 1878–1923, 83, 89, 90, 93, 95, 97, 197, 201, 267
 Cartan (Élie), 1869–1951, 72, 78, 84, 88, 90, 92, 93, 97, 98, 111, 112, 132, 133, 139, 145, 157, 158, 163, 166, 182, 186, 201, 204, 213, 219–222, 224, 230, 252, 258, 265–267, 270
 Cartan (Hélène), 1917–1952, 90, 108, 111, 138, 197, 201, 267
 Cartan (Henri), 1904–2008, 30–32, 90, 108, 138, 139, 201,

- 219, 221, 222, 230, 233, 239,
242–244, 258, 259, 261, 267
- Cartan (Jean), 1906–1932, 90,
125, 139, 191, 201, 267
- Cartan (Louis), 1909–1943, 90,
201
- Cartan (Marie-Louise Bian-
coni), 1880–1950, 90, 93,
201
- Cartan (Nicole Weiss), 1916–
2008, 233, 267
- Casorati (Felice), 1835–1890, 27
- Cassini (César-François), 1714–
1784, 261
- Cassini (Jacques), 1677–1756,
261
- Cassini (Jean-Dominique),
1625–1712, 261
- Cassini (Jean-Dominique),
1748–1845, 261
- Cauchy
formule de, 80, 137
intégrale de, 82, 136
théorème de, 32, 82, 83, 114–
116
- Cauchy (Louis-Augustin, ba-
ron), 1789–1857, 36, 38, 40,
51, 57, 72, 80, 82, 113, 115,
136, 250, 266, 267
- Cauchy-Green
formule de, 222
- Cauchy-Kovalevskaya
théorème de, 230
- Cauchy-Riemann
équations de, 137, 189
- Cayley (Arthur), 1821–1895, 39,
150
- CD, 219
- Cerf (Georges), 1888–1979, 228
- Charles X (Charles Capet, dit),
1757–1836, 51, 115
- Chasles (Michel), 1793–1880, 39,
40
- Châtelet (Albert), 1883–1960, 80
- Chéritat (Arnaud), 1975–, 263
- Chevalley (Claude), 1909–1984,
234, 242, 243, 266
- Chisholm Young (Grace), 1868–
1944, 197, 201, 266
- Clairaut
équation de, 20
- Clairaut (Alexis Claude), 1713–
1765, 20
- Clairin (Jean), 1876–1914, 144,
163–165, 238
- Clarté, 151
- Comptes rendus de l'Académie
des sciences*, 111, 204, 258
- conjecture
de Poincaré, 159, 160
de Riemann, 30, 34, 135, 158,
188, 194
- conjectures de Weil, 158
- convention d'Einstein, 158
- Coulomb (Charles-Augustin),
1736–1806, 64, 68
- Crelle
Journal de, 40, 102, 136, 137,
149
- Crelle (August Leopold), 1780–
1855, 217
- Curie (Marie Skłodowska),
1867–1934, 89, 90, 97, 98,
108, 267
- D**
- D***, 73, 74, 102, 152
- Dante, 1265–1321, 100

- Darboux (Gaston), 1842–1917,
26, 34, 92, 98, 136, 226, 229,
230
- Darwin (Charles), 1809–1882,
212
- de La Rocque (François), 1885–
1946, 48
- de la Vallée Poussin (Charles),
1866–1962, 189, 202
- de Possel (René), 1905–1974,
234, 267
- de Rham
théorème de, 111, 139, 145,
163, 221, 248
- de Rham (Georges), 1903–1990,
84, 111, 112, 125, 139, 145,
146, 204, 205, 213, 221, 222,
248, 266, 270
- Dedekind (Richard), 1831–1916,
136, 193, 217
- Delsarte (Jean), 1903–1968, 216,
228, 242–245, 258, 259, 267
- démon de Maxwell, 256
- Diderot (Denis), 1713–1784,
211, 265
- Dieudonné (Jean), 1906–1992,
234, 242, 243, 267
- Dirichlet
principe de, 149
- Dirichlet (Johann Peter Gus-
tav Lejeune), 1805–1859,
64, 100, 145, 189, 217
- Drach (Jules), 1871–1949, 170
- Dreyfus
affaire, 19, 119, 151
- Dreyfus (Alfred), 1859–1935, 18,
19, 23–27, 266
- Dumas (Jean-Baptiste), 1800–
1884, 232
- Dupuis (Monsieur), ?–?, 182
- E**
- E***, 98, 100, 101
- égalité de Parseval, 168
- Einstein
convention de, 158
- Einstein (Albert), 1879–1955,
64, 68, 217, 232
- Eliot (Mary Ann Evans, dite
George), 1819–1880, 212,
215, 266, 270
- ensemble de Julia, 168, 197, 263
- équation
de Bessel, 218
de Clairaut, 20
de Lamé, 48
de Pfaff, 228
hypergéométrique, 34, 134,
153
- équations
de Cauchy-Riemann, 137, 189
de Hamilton, 195
de Maxwell, 256
de Navier-Stokes, 61, 63, 210,
212
- Esterhazy (Ferdinand Walsin),
1847–1923, 25
- Euclide
postulat de, 93
- Euclide, 325 av. J.-C.– 275 av.
J.-C., 16, 170
- Euler
formule de, 30
- Euler (Leonhard), 1707–1783,
30
- F**
- Faraday
cage de, 68

- Faraday (Michael), 1791–1867, 77
- Fatou (Pierre) 1878–1929, 168–170, 202
- fausse position
méthode de, 170, 171
- Fermat
théorème de, 159
- Ferry (Jules), 1832–1893, 182
- Fogg (Philéas), 1835–1905, 224
- Forestier (Berthe), ?–1949, 250
- formule
d'Euler, 30
d'Ostrogradski, 8, 11, 50, 70, 74
de Cauchy, 80, 137
de Cauchy-Green, 222
de Gauss-Bonnet, 65, 70, 104
de Green, 37, 82, 115, 129, 137, 169, 185, 213
de Green-Riemann, 82
de Riemann, 141
de Stokes, 11, 15, 22, 24, 29, 32, 45, 46, 48, 59, 61, 65, 67, 69, 77, 79, 83, 84, 91, 99, 110, 112, 115, 124, 132, 133, 137, 138, 141, 146, 149, 156–158, 166, 169, 174–177, 184–186, 189, 195, 196, 199, 204, 206, 207, 211–213, 219, 220, 222, 229–232, 235, 247, 253, 255–259, 261, 263, 264
du flux-divergence, 11
- Forsyth (Andrew), 1858–1942, 92
- Fourier (Joseph), 1768–1830, 51
- France (Anatole Thibault, dit Anatole), 1844–1924, 25
- Franco (Francisco), 1892–1975, 157
- Freymann (Enrique), ?–1954, 241, 244, 245
- Fubini
théorème de, 29, 247
- Fubini (Guido), 1879–1943, 27, 29, 96, 223, 247, 266, 270
- G**
- G***, 124, 127, 150, 195
- Galois
syndrome de, 163
théorie de, 253
- Galois (Évariste), 1811–1832, 64, 101, 124, 144, 150, 163, 191, 199, 250, 253, 267, 270
- Garcia Lorca (Federico), 1898–1936, 172
- Garnier (René), 1887–1984, 226
- Gateaux (René), 1889–1914, 238
- Gauss
application de, 66
méthode du pivot de, 65
théorème de, 65, 67–70, 76
- Gauss (Carl Friedrich), 1777–1855, 54, 64–66, 68, 70, 73, 84, 100, 124, 125, 134, 135, 137, 154, 165, 171, 189, 191, 199, 212, 217, 218, 238, 247, 253, 264
- Gauss (Johanna Osthoff), 1780–1809, 191
- Gauss (Therese), 1816–1864, 70
- Gauss-Bonnet
formule de, 65, 70, 104
- George V de Hanovre, 1819–1878, 66, 189

Germain (Sophie), 1776–1831,
 89, 91, 124, 266
 Gogol (Nicolas), 1809–1852, 52
 Goursat
 surface de, 33, 35, 229, 263
 Goursat (Édouard), 1858–1936,
 20–22, 28, 31, 33, 34, 37, 61,
 79, 80, 83, 84, 87, 92, 98, 108,
 113, 116, 118–123, 131–133,
 142, 145, 146, 152–154, 164,
 165, 169, 170, 174, 176, 177,
 182–187, 204, 207, 221, 224–
 230, 239, 244, 246, 249, 250,
 263, 265, 266
 Goursat (Anne Rebière), ?–?,
 95, 96
 Goursat (Jean), 1896–?, 204
 Goursat (Jean), ?–?, 119, 121
 Goursat (Marguerite), 1893–
 1977, 87, 88, 227
 Grangaud (Michelle), 1941–,
 219, 265
 Grassmann (Hermann), 1809–
 1877, 132, 217, 218, 220, 221
 Green
 formule de, 37, 82, 115, 129,
 137, 169, 185, 213
 Green (George), 1793–1841, 39–
 41, 45, 64, 82, 84, 127–129,
 132, 137, 140, 141, 149, 189,
 247
 Green-Riemann
 formule de, 82
 groupe
 de Lie, 157
 de Picard, 231
 Guizot (François), 1787–1874,
 232
 Guyou (Émile), 1843–1915, 61

Gylgén (Elsa), 1866–1948, 49
 Gylgén (Hugo), 1841–1896, 49
 Gylgén (Therese), 1842–1937,
 49

H

Hadamard
 séminaire, 146, 207, 220
 théorème des trois cercles de,
 207
 Hadamard (Jacques), 1865–
 1963, 25, 37, 119, 145, 146,
 152, 153, 187, 189, 198, 207,
 220, 224, 252, 266
 Haendel (George Friedrich),
 1685–1759, 210
 Hamilton
 équations de, 195
 Hankel (Hermann), 1839–1873,
 24, 165, 217, 218, 247
 Heine (Eduard), 1821–1881, 173,
 174, 217, 218
 Heine (Heinrich), 1797–1856,
 117, 173, 264
 Heine-Borel
 théorème de, 173, 174
 Heine-Borel-Lebesgue
 théorème de, 173, 174
 Hensel (Kurt), 1861–1941, 139
 Herbrand (Jacques), 1908–1931,
 241
 Hergé, 1907–1983, 265
 Hermite (Charles), 1822–1901,
 25, 33, 34, 37, 40, 64, 72, 77,
 81–83, 98, 101, 115, 116, 150,
 187, 191, 218, 226, 232, 249,
 253, 266, 270
 Hermite (Louise Bertrand),
 1826–1901, 191, 232

Hilbert (David), 1862–1943, 64,
91, 201, 217
Hipparque, 190 av. J.-C.– 120 av.
J.-C., 64
Hodge (William), 1903–1975,
213
Hopf (Heinz), 1894–1971, 205,
206, 217, 263
Humbert (Georges), 1859–1921,
37, 119
Humphry (Isabella Lucy
Stokes), ?–?, 14, 43, 45, 61,
172, 210, 227, 250
hypergéométrie
équation, 34, 134, 153
hypothèse de Riemann, *voir*
conjecture de Riemann

I

intégrale
de Cauchy, 82, 136
de Lebesgue, 136, 168, 174,
202
de Riemann, 136, 187
Isabella Lucy, *voir* Humphry
(Isabella Lucy Stokes)

J

J, 138, 139, 142
Jacobi (Carl), 1804–1851, 187,
217, 218
Jaurès (Jean), 1859–1914, 166,
234, 239, 266
Jordan (Camille), 1838–1922, 25,
37
Journal
de Crelle, 40, 102, 136, 137,
149
de Liouville, 40, 102

Journal de l'École polytechnique,
102, 103
*Journal de Mathématiques pures
et appliquées*, *voir* Journal
de Liouville
Journal für Mathematik, *voir*
Journal de Crelle
Joyce (James), 1882–1941, 14,
265
Julia
ensemble de, 168, 197, 263
Séminaire, 31, 220, 230, 245
Julia (Gaston), 1893–1978, 78,
80, 202, 204, 220, 226, 228–
230, 238, 239, 266, 270

K

Kähler (Erich), 1906–2000, 84,
165, 166, 206, 217, 219–221
Kelvin (William Thomson,
Lord), 1824–1907, 35, 37–
40, 45, 60, 61, 84, 129, 137,
147–150, 172, 178, 247, 249,
255, 256, 266, 270
Klein (Felix), 1849–1925, 20, 217
Koch (Elise), 1835–1904, 190
Koch (Robert), 1843–1910, 191
Kontsevich (Maxim), 1964–, 249
Kovalevskaya (Sofia), 1850–
1891, 48, 49, 59, 64, 74, 84,
124, 171, 191, 212, 250, 252,
264, 267, 270
Kowalevski (Sophie), *voir* Kova-
levskaya
Kummer (Ernst), 1810–1893,
154, 217

L

L***, 155, 160
L'Aurore, 24, 25

L'Enseignement mathématique,
141

L'Humanité, 151

L. (E.), ?-?, 267

Lamé

équation de, 48

Lamé (Gabriel), 1795-1870, 48,
153

Landowski (Paul), 1875-1961,
238

Langevin (Paul), 1872-1946, 38

Laplace (Pierre-Simon), 1749-
1827, 55, 82

Larmor (Joseph), 1857-1942, 64,
256

Le Figaro, 144, 151-153, 265

Léauté (Henry), 1847-1916, 92

Lebesgue

intégrale de, 136, 168, 174, 202

Lebesgue (Henri), 1875-1941,
25, 29, 111, 112, 136, 146,
152, 162, 173, 174, 182-184,
202, 205, 239, 248, 266, 270

Leblanc (Monsieur), *voir* Ger-
main (Sophie)

Legendre (Adrien-Marie), 1752-
1833, 58, 77

Levi-Civita (Tullio), 1873-1941,
64

Li (Daniel), 1954-, 261

Lie

groupe de, 157

Lindemann (Ferdinand), 1852-
1939, 33, 217

Liouville

Journal de, 40, 102

nombres de, 40, 249

Liouville (Joseph), 1809-1882,
35, 37-40, 77, 111, 149, 228,
249, 266

Lust-Piquard (Françoise), 1944-,
265

Luxemburg (Rosa), 1879-1919,
216, 266

M

Mandelbrojt (Szolem), 1899-
1983, 239, 246

Mann (Thomas), 1875-1955, 29

Mannheim (Amédée), 1831-
1906, 119

Marbo (Camille), 1883-1969,
230, 232, 265

Marcolongo (Roberto), 1862-
1943, 94

Massé (Victor), 1822-1884, 19

Masson (Renée), ?-?, 203

Maxwell

démon de, 256

équations de, 256

Maxwell (James Clerk), 1831-
1879, 64, 255-257

McCullagh (James), 1809-1847,
257

Mendelssohn (Fanny), 1805-
1847, 139, 145

Mendelssohn (Rebecca), 1811-
1858, 139, 145

Mercier (Auguste), 1833-1921,
24, 27

Mespoulet (Anne), ?-?, 119

méthode

de fausse position, 170, 171

de Newton, 171, 253

du pivot de Gauss, 65

Mineur (Henri), 1899–1954, 64,
170

Misrahi (Alexandre), 1969–, 265

Mittag-Leffler (Gösta), 1846–
1927, 20, 49, 90, 92, 97, 102,
109, 116, 200, 267, 270

Montel (Paul), 1876–1975, 123,
204

Moore (Clarence Lemuel Eli-
sha, dit C.L.E.), 1876–1931,
94

Morlon (Pierre-Alexandre),
1878–1951, 72, 80, 265

Mowgli, 1882–1947, 226

Mussolini (Benito), 1883–1945,
29, 222

N

N***, 175, 176

Navier (Claude-Louis-Marie-
Henri), 1785–1836, 58, 63,
77, 212

Navier-Stokes

équations de, 61, 63, 210, 212

Neumann (Carl), 1832–1925, 82,
217

Neuville (Alphonse de), 1836–
1885, 265

Newton

méthode de, 171, 253

Newton (Sir Isaac), 1643–1727,
13, 189

Nizan (Paul), 1905–1940, 234,
237, 239, 266

Noël (Magali), 1931–, 195, 197,
267

Noether (Emmy), 1882–1935,
64, 89, 92, 94, 201, 217, 266,
270

Noether (Max), 1844–1921, 92,
217

nombres

de Betti, 111, 159

de Liouville, 40, 249

O

O*** (Carl-Philipp-Emanuel),
1814–1888, 175, 217

Osgood (William Fogg), 1864–
1943, 116

Ossipovski (Timofei Fiodoro-
vitch), 1766–1832, 9

Ostrogradski

formule de, 8, 11, 50, 70, 74

Ostrogradski (Mikhaïl Vassilie-
vitch), 1801–1862, 7, 8, 11,
18, 23, 45, 50–52, 55–59, 70,
84, 85, 132, 136, 150, 211,
247, 252, 266, 270

Ostrogradsky (Michel), *voir* Os-
trogradski

P

P***, 194–196, 220

Painlevé (Paul), 1863–1933, 25,
26, 37, 78, 92, 119, 152

Parseval

égalité de, 168

Parseval des Chênes (Marc An-
toine), 1755–1836, 168

Pasquet (?), ?-?, 88

Perelman (Grigori Iakovlevich),
1966–, 159

Perrin (Jean), 1870–1942, 25,
229, 239

Pfaff

équation de, 228

problème de, 132, 165

système de, 230

- Pfaff (Johann Friedrich), 1765–1825, 217
 phénomène de Stokes, 15, 61
 Picard
 groupe de, 231
 Picard (Émile), 1856–1941, 25, 26, 34, 37, 77, 92, 98, 118, 119, 121, 146, 152, 153, 174, 198, 201, 202, 204, 224–226, 228, 230–232, 235, 238, 244, 250, 267
 Picquart (Marie-Georges), 1854–1914, 25
 Picquet (Louis), 1845–1925, 20
 Pisati (Laura), ?–1908, 94
 Plateau
 problème de, 153
 Plateau (Joseph), 1801–1883, 153
 Poincaré
 conjecture de, 159, 160
 sphère de, 159, 263
 Poincaré (Henri), 1854–1912, 26, 34, 37, 61, 64, 84, 85, 90, 92, 99–103, 109–112, 119, 124, 131–133, 158–160, 168, 169, 186, 199, 206, 222, 231, 232, 263, 267
 Poinsot (Louis), 1777–1859, 58
 Poisson (Siméon-Denis), 1781–1840, 55, 56, 59, 77, 82, 144, 149, 150, 247, 250, 266, 270
 Poncelet (Jean-Victor), 1788–1867, 77
 pont
 de chaînes, à Budapest, 36, 252, 266
 de Souillac, 121
 des Lagunes, à Venise, 28
 du Port à l'Anglais, à Vitry-sur-Seine, 215, 266
 Erzsébet, à Budapest, 36, 252
 passerelle des Arts, à Paris, 36, 252, 266
 passerelle Rosa Luxemburg, à Berlin, 216, 252, 266
 passerelle Simmel, à Strasbourg, 216, 266
 Sant'Angelo, à Rome, 89, 252, 264, 266
 sur le Tay, 62
 viaduc de Garabit, 54, 252, 266
 viaduc de Morlaix, 233, 252, 266
 viaduc du Vecchio, 252, 266
 Vittorio, à Rome, 89, 252
 Pont (Marguerite), ?–?, 203
 postulat d'Euclide, 93
 principe de Dirichlet, 149
 problème
 de Pfaff, 132, 165
 de Plateau, 153
 proie-prédateur
 système, 223
 Proust (Marcel), 1871–1922, 28, 101
 Prudhomme (Georges-Henri), 1873–1947, 238
 Pythagore
 théorème de, 68, 264
- Q**
 Q***, 227
 quadrature du cercle, 33, 35, 158, 249, 264
 Queipo de Llano (Gonzalo), 1875–1951, 157

R

R***, *voir* Rouvière

Ravaille (Maurice), ?–1990, 68,
69, 104, 148, 166, 185, 263,
265

Ravel (Maurice), 1875–1937,
138, 139

Rayleigh (John William Strutt,
Lord), 1842–1919, 178

Rebière (Alphonse), 1842–1900,
88, 89, 91, 265

Regnault (Henri), 1810–1878, 38

Riabouchinski (Dimitri), 1882–
1962, 201

Riemann

conjecture de, 30, 34, 135, 158,
188, 194

formule de, 141

intégrale de, 136, 187

Riemann (Bernhard), 1826–
1866, 27, 64, 82–84, 133–138,
145, 154, 158, 165, 169, 171,
179, 187–190, 192–194, 212,
217, 218, 266, 270

Riemann (Ida), 1862–1929, 190,
192

Rimbaud (Arthur), 1854–1891,
133

Ripper (Jack the), 1860–1920,
211

Robinson (John Thomas Rom-
ney), 1792–1882, 13

Robinson (Mary), ?–1899, 13–
16, 44, 83, 172, 178, 209

Rossini (Gioachino), 1792–1868,
138

Roubaud (Jacques), 1932–, 266

Rouvière (François), 1946–, 261

Rubempré (Lucien Chardon, dit
Lucien de), 1798–1830, 36,
52, 267

Ruhmkorff

bobine de, 15, 77

Ruhmkorff (Heinrich Daniel),
1803–1877, 77, 217

Ruskin (John), 1819–1900, 28

S

S***, *voir* Sabbah

Sabbah (Claude), 1954–, 261

Sacco (Nicolo), 1891–1927, 172

Saint-Venant (Adhémar Barré
de), 1797–1886, 63

Saxe (Maurice, maréchal de),
1696–1750, 202, 203

Schilling (Carl) 1857–1932, 190,
217

Schumann (Clara), 1819–1896,
145

Schwartz (Laurent), 1915–2002,
213

Schwarz (Hermann Amandus),
1843–1921, 59, 154, 217, 229

Seifert (Herbert), 1907–1995,
206, 217, 263

séminaire

Hadamard, 146, 207, 220

Julia, 31, 220, 230, 245

Seroul (Raymond), 1941–, 263

Smith (Jane), ?–?, 127, 128

Sorel (Julien), 1807–1830, 22

sphère de Poincaré, 159, 263

Stokes

formule de, 11, 15, 22, 24, 29,
32, 45, 46, 48, 59, 61, 65, 67,
69, 77, 79, 83, 84, 91, 99, 110,
112, 115, 124, 132, 133, 137,

- 138, 141, 146, 149, 156–158,
166, 169, 174–177, 184–186,
189, 195, 196, 199, 204, 206,
207, 211–213, 219, 220, 222,
229–232, 235, 247, 253, 255–
259, 261, 263, 264
phénomène de, 15, 61
Stokes (Elizabeth Mary), 1811–
1904, 172
Stokes (Lady), *voir* Robinson
(Mary)
Stokes (Sir George Gabriel),
1819–1903, 13–15, 18, 28, 36,
40, 43–45, 59–64, 70, 77, 78,
84, 91, 129, 147, 149, 150,
165, 170, 172, 174, 177, 178,
189, 209, 210, 212, 218, 224,
227, 252, 255–257, 266, 270
Strogoff (Michel), 1850–1924, 52
Sturm (Charles), 1803–1855, 40,
55
Sully Prudhomme, 1839–1907,
231
surface de Goursat, 33, 35, 229,
263
Sylvester (James Joseph), 1814–
1897, 150
syndrome de Galois, 163
système
de Pfaff, 230
proie-prédateur, 223
- T**
T***, 227
Tait (Peter Guthrie), 1831–1901,
255, 256
Tan Lei, 1963–, 263
Tannery (Jules), 1848–1910, 98,
154
Tartuffe, 1664–, 27
Tazzioli (Rossana), 1962–, 212,
213, 261
théorème
d'Ampère-Stokes, 213, 247
de Borel-Lebesgue, 173, 174
de Cauchy, 32, 82, 83, 114–116
de Cauchy-Kovalevskaya, 230
de de Rham, 111, 139, 145,
163, 221, 248
de Fermat, 159
de Fubini, 29, 247
de Gauss, 65, 67–70, 76
de Heine-Borel, 173, 174
de Heine-Borel-Lebesgue,
173, 174
de Pythagore, 68, 264
des trois cercles d'Hadamard,
207
théorie de Galois, 253
Thomson (William), *voir* Kelvin
Threlfall (William), 1888–1949,
206, 263
*Transactions of the American
Mathematical Society*, 113
transcendance
de e , 33
de π , 33
Turner (Joseph Mallord
William), 1775–1851, 28,
210
- U**
U***, 227
- V**
V***, 247
Vanzetti (Bartolomeo), 1888–
1927, 172

Varese (Edgard), 1883–1865,
145

Verne (Jules), 1828–1905, 15, 45,
64, 265

Viaud (Jeanne), ?–?, 203

Victoria, 1819–1901, 54, 61, 266

Villain (Raoul), 1885–1936, 166

Villat (Henri), 1879–1972, 80,
225

Vioux (Marcelle), 1895–?, 151

Viviani (René), 1862–1925, 167

Volterra (Vito), 1860–1940, 45,
46, 48, 64, 84, 92, 104, 106,
110, 118, 132, 137, 171, 212,
216, 221–224, 252, 266, 270

W

W***, 248

Wagner (Richard), 1813–1883,
29

Weber (Wilhelm Eduard), 1804–
1891, 54, 73, 264

Webern (Anton), 1883–1945,
125, 142, 145, 266

Weierstrass (Karl), 1815–1897,
20, 59, 217, 229

Weil

conjectures de, 158

Weil (André), 1906–1998, 30, 31,
84, 158, 220, 221, 241–245,
248, 250–252, 258, 261, 265,
267, 270

Weil (Éveline), 1910–1986, 251,
258, 267

Wellington (Arthur Wellesley,
duc de), 1769–1852, 15

Wilson (David), 1941–, 261

Witten (Edward), 1951–, 249

X

X***, 248

Y

Y***, 249

Young (William Henry), 1863–
1942, 201

Z

Zola (Émile), 1840–1902, 24, 25,
232