

Michèle Audin

ÉLIE CARTAN

Michèle Audin

Institut de Recherche Mathématique Avancée, Université de Strasbourg et
CNRS, 7 rue René Descartes, 67084 Strasbourg cedex, France.

E-mail : `michele.audin@math.unistra.fr`

Url : `http://www-irma.u-strasbg.fr/~maudin`

Version du 22 février 2016.

ÉLIE CARTAN

Michèle Audin

TABLE DES MATIÈRES

Introduction.....	1
Chronologie.....	9
1. Dolomieu.....	27
2. Le café la Source et la thèse d'Élie Cartan.....	33
3. Maître de conférences « dans les universités régionales ».....	45
4. À Paris... Les articles de 1913 et 1914.....	53
5. La grande guerre.....	57
6. Leçons sur les invariants intégraux Le premier livre.....	67
7. Cartan et Einstein, le parallélisme absolu.....	71
8. La vie de famille.....	95
9. Les premières années 1920 et le séminaire Hadamard.....	117
10. Les espaces riemanniens symétriques.....	125
11. Discussions avec Hermann Weyl.....	127
12. Élie Cartan et l'« analysis situs » – Des algèbres de Lie aux théorèmes de de Rham.....	135
13. La carrière et la reconnaissance, l'Académie des sciences....	143
14. Les cours et les travaux des années 1930.....	171
15. Correspondance.....	181

16. Congrès, invitations, voyages.....	201
17. Les jeunes.....	229
18. Le printemps 1939 — Une avant-guerre.....	247
19. La guerre et l'Occupation.....	259
20. Une après-guerre.....	289
21. Les dernières années... et après.....	299
Bibliographie.....	313
Essai d'index thématique.....	341
Glossaire.....	347

INTRODUCTION

On peut se demander pourquoi les mathématiciens français d'aujourd'hui — je ne veux pas dire « les jeunes » mais tous, même les quadra, quinquagénaires (et pire)-généralistes — connaissent si mal Élie Cartan — je veux dire l'homme et son œuvre.

Pour préciser cette ignorance, j'ai effectué un petit sondage rapide, au moment d'entreprendre l'écriture de ce livre. Sur la revue en ligne *Images des mathématiques*, le 20 juin 2013, le moteur de recherche trouvait

- 90 articles contenant le nom de Poincaré,
- 77 contenant celui de Villani,
- 72 celui de Hilbert,
- 31 celui d'Hadamard,
- 14 celui d'Hermann Weyl
- et...
- 11 celui d'Élie Cartan.

(Ces noms apparaissent dans des expressions telles que « espace de Hilbert » — ce qui explique que Hilbert soit presque aussi présent que Villani — ou sont effectivement les noms des mathématiciens en question eux-mêmes.)

Une des motivations de l'écriture de ce texte est de tenter de remédier à cette ignorance.

Quelques jours auparavant, j'avais rendu visite à Sigurdur Helgason, de passage à Paris, dans son hôtel de la rue des Écoles et il m'avait dit : « Quel dommage qu'il n'y ait pas de biographie d'Élie Cartan !

- Mais il y en a une, avais-je répondu.
- ... ».

Ne passons peut-être pas trop vite sur le fait que beaucoup confondent le père et le fils, Élie et Henri — un peu comme si les physiciens confondaient Jean et Francis Perrin — ce qui est un peu étrange dans une communauté (?)

mathématique encore marquée par l'influence de Bourbaki (qui incluait Henri Cartan). Deux exemples, entre mille :

– Alors que je préparais un « Portrait d'Élie Cartan par André Weil »⁽¹⁾, fondé sur une lettre de Weil que j'utiliserai beaucoup au long de ce texte, pour la revue *Images des mathématiques*, un relecteur de cette revue me demanda pourquoi je ne citais pas « le Cartan-Eilenberg – Homological Algebra »⁽²⁾.

– À peu près à la même époque, je donnai un exposé sur la correspondance Cartan-Weil⁽³⁾ pour les vingt ans de l'Université de Versailles et la page ouëbe du colloque s'orna d'un beau portrait d'Élie Cartan.

Pour proposer une distinction claire : de même que j'ai qualifié⁽⁴⁾ Henri Cartan de « mathématicien du vingtième siècle », je pourrais qualifier Élie Cartan de « mathématicien de la Troisième République ».

★

Mais pourquoi donc Élie Cartan, qui a quand même inventé les algèbres de Lie, les formes différentielles et quelques autres broutilles sans lesquelles nous mathématiciens serions tous au chômage technique, est-il si mal connu ?

Dès sa mort, Chern et Chevalley avaient énoncé avec beaucoup de lucidité (dans un article paru en 1952) quelques raisons possibles de cette méconnaissance. S'étonnant que, pendant longtemps, les idées d'Élie Cartan n'eussent pas exercé l'influence qu'elles méritaient sur les jeunes mathématiciens, ils avancèrent⁽⁵⁾ :

C'est peut-être en partie dû à la modestie extrême de Cartan. Contrairement à Poincaré, il n'essaya pas d'éviter que des étudiants travaillassent sous sa direction. Cependant, il avait un sens de l'humour trop développé pour organiser autour de lui le genre de fanatisme enthousiaste qui contribue à former une école mathématique. D'autre part, la grande masse de la recherche mathématique accomplie en France au début de ce siècle était centrée sur la théorie des fonctions analytiques⁽⁶⁾ ; ce sujet, rendu séduisant⁽⁷⁾ par le succès que représentait le théorème de Picard, offrait aux

⁽¹⁾L'article [17], d'après la lettre [364] ou [16, Lettre du 15 juin 1984].

⁽²⁾Il s'agit d'un livre [246] d'Henri Cartan et Samuel Eilenberg, paru cinq ans après la mort d'Élie Cartan.

⁽³⁾C'est-à-dire sur le livre [16], soixante-trois ans de lettres entre Henri Cartan et André Weil, qui venait de paraître.

⁽⁴⁾Dans le titre de [19].

⁽⁵⁾[251], traduit de l'anglais par M.A.

⁽⁶⁾Fonctions d'une variable complexe. Note de M.A.

⁽⁷⁾*glamorous*, que je n'ai évidemment pas traduit par « glamour ».

jeunes mathématiciens beaucoup de problèmes pas très difficiles à attaquer. Dans l'esprit des débutants inexpérimentés, l'enseignement de Cartan, qui portait principalement sur la géométrie, fut parfois pris, à tort, pour un vestige de la tradition ancienne de Darboux, d'une élégance géométrique plutôt creuse. Lorsque, en grande partie sous l'influence d'A. Weil, un courant d'air frais venu d'ailleurs vint souffler sur les mathématiques françaises, la tentation fut grande de se concentrer sur les champs, alors ultra-modernes, de la topologie ou de l'algèbre, et les idées de Cartan, encore une fois même si pour d'autres raisons, ne réussirent pas à attirer autant d'attention qu'elles l'auraient dû. Cette situation regrettable fut en partie corrigée quand les travaux de Cartan furent choisis (à la suggestion d'A. Weil) en 1936 comme thème central du séminaire de mathématiques organisé par Julia⁽⁸⁾.

Qu'ajouter, plus de soixante ans après ? Que les « suivants » d'Élie Cartan, ou en tout cas ceux qui se sont présentés comme tels, n'ont pas toujours convaincu (ah ! ces cours dont la virtuosité et la séduction semblaient se concentrer dans cette débauche d'indices que l'on faisait monter et descendre aussi vite que possible, parfois même avec un bâton de craie dans chaque main, qu'ils étaient ennuyeux ! ah ! que la définition d'une connexion comme un n -tuple $(E, p, B, G, \nabla, ? \dots)$ (je ne sais plus...) était déprimante et inélégante !). Que la théorie des systèmes dynamiques et les sectateurs de Poincaré ont occupé le peu de place que l'arithmétique, la géométrie algébrique et les bourbakistes avaient laissé libre ? Que la communauté mathématique française est trop étroite pour être capable à la fois d'adorer Poincaré ET de connaître l'immensité de l'apport d'Élie Cartan ? Il est incontestable que beaucoup de ses articles sont difficiles à lire — même pour les spécialistes⁽⁹⁾. Mais ce n'est pas le cas de tous !

Puisqu'il est question de Poincaré. Il est frappant que l'on cite souvent la phrase d'Élie Cartan

La notion de variété générale est assez difficile à définir avec précision⁽¹⁰⁾.

⁽⁸⁾Sur le séminaire de mathématiques, voir le chapitre 17 (et plus généralement le livre [22]). Pour la topologie en relation avec les travaux d'Élie Cartan, voir aussi le chapitre 12.

⁽⁹⁾On trouvera çà et là, dans ce livre, des remarques détaillant cette proposition.

⁽¹⁰⁾Dans son livre [232]. Dans un article historique [27], Berger ira jusqu'à écrire que Cartan, dans ce livre, « ignored systematically what precisely constitutes a manifold » — ce qui est systématiquement exagéré...

Dont il faut bien dire qu'il est suivi d'une description tout à fait précise, à défaut d'une définition formelle⁽¹¹⁾... Mais il est tout aussi frappant que personne ne cite jamais

Le mot *variété* est maintenant assez usité pour que je n'aie pas cru nécessaire d'en rappeler la définition. On appelle ainsi tout ensemble continu de points (ou système de valeurs).

... de Poincaré⁽¹²⁾, qui ne veut strictement rien dire. La modestie de Cartan a aussi joué son rôle. Par exemple, lui-même a donné le nom de Poincaré à un théorème indispensable (sur un ouvert étoilé les formes différentielles fermées sont exactes) qui lui est dû, à lui Élie Cartan et à lui seulement — et cette attribution perdure.

Ajoutons l'effet légèrement pervers des commentaires un peu simplistes des uns et des autres sur le massacre de la première guerre mondiale qui produisit « une génération sans maître » — ce dont beaucoup ont déduit sans y regarder davantage qu'il ne s'était rien passé en France et en mathématiques entre 1918 et 1935...

En tout cas, que l'on souhaite le savoir ou pas, l'Œuvre mathématique d'Élie Cartan est plus que considérable⁽¹³⁾. De plus, comme le portrait qui déjà se dessine entre les lignes de la citation (ci-dessus) de Chern et Chevalley le montre, c'était un homme à la personnalité attachante. Ces deux raisons m'ont persuadée de me lancer dans cette aventure.

À travers cette histoire, celle d'Élie Cartan et de ses extraordinaires idées mathématiques, j'espère aussi contribuer à la meilleure connaissance d'une époque, où l'on portait des cols durs et où, même en France et même dans la bourgeoisie intellectuelle, on mourait de la tuberculose, où il fallait mettre à la poste les lettres que l'on s'écrivait, certes, mais où se déroulait aussi une incroyable vie intellectuelle. Les différents aspects de la visite d'Einstein à Paris (au chapitre 7) en sont un exemple paroxystique.

Pour revenir au dialogue avec Helgason au début de cette introduction (page 1)... Oui, il existe déjà une biographie d'Élie Cartan. Elle a à mon avis plusieurs défauts, qui font que je crois qu'il reste de la place pour un autre livre :

- elle est écrite davantage comme un CV que comme une biographie ; même s'il est assez probable que les auteurs éprouvaient de la sympathie

⁽¹¹⁾La fréquentation des écrits d'Élie Cartan montre qu'il y a là surtout une intention pédagogique.

⁽¹²⁾Dans le troisième tome des *Méthodes nouvelles* [332].

⁽¹³⁾Ce fait semble mal connu, même des rares historiens en France, qui se sont intéressés à l'œuvre d'Élie Cartan. Écrire que cette œuvre est « dans le sillage des travaux de Levi-Civita, Weyl et Schouten », c'est faire, au moins, une erreur de parallaxe.

pour l'homme Élie Cartan, celle-ci n'apparaît pas; il faut ajouter que les contextes français de la fin du XIX^e et du début du XX^e siècles étaient difficiles à décrire pour des auteurs mathématiciens vivant dans un tout autre monde (les dernières années de l'U.R.S.S.);

- elle passe pratiquement sous silence la fabuleuse surprise de la note d'un Élie Cartan de cinquante-neuf ans⁽¹⁴⁾ inventant la cohomologie « de de Rham » et l'utilisation des formes différentielles pour l'étude des propriétés topologiques globales des variétés différentielles;

- de même de la passionnante discussion entre Cartan et Einstein en 1929–32;

- les auteurs ignoraient un certain nombre de choses, comme le séminaire Julia et le rôle que Cartan y joua (que pourtant Chevalley et Chern mentionnaient dans leur article de 1952);

- enfin l'absence d'index et de système de références internes nuit à l'utilité du livre...

Bien entendu, en tant que mathématiciens, les auteurs ont mis davantage d'enthousiasme à présenter les sujets dont ils étaient spécialistes.

Ce livre

Il n'est pas question de présenter ici, de façon technique, l'ensemble des travaux d'Élie Cartan. Il y faudrait davantage de pages! Le but est de donner une idée de cet ensemble, lisible par les mathématiciens de toutes spécialités (et peut-être même, par d'autres, sans spécialité), en le replaçant dans son contexte historique et culturel.

Sur Élie Cartan et son œuvre, il y a la place pour plus d'un livre...

Le présent livre se compose d'un certain nombre de chapitres qui traitent de différents aspects de la vie d'Élie Cartan. Même si ces chapitres suivent un ordre un peu logique, la lecture n'en est pas strictement chronologique. Je donne un exemple : parler de l'intervention de Cartan lors de la visite d'Einstein à Paris en 1922 nous mènera à la correspondance entre les deux auteurs en 1929–1932... et aux préoccupations de Cartan, pour les questions topologiques notamment, de ces années-là — annonçant (ou anticipant sur) un chapitre consacré à cet aspect (topologie) de son œuvre (le chapitre 12)⁽¹⁵⁾.

⁽¹⁴⁾ Que de cette mention les lecteurs ne déduisent pas hâtivement qu'Élie Cartan n'a pas été un jeune mathématicien brillant. Il l'a été... aussi.

⁽¹⁵⁾ Ces chapitres sont précédés d'une chronologie assez détaillée (avec renvois aux différents chapitres) et suivis d'un glossaire des personnages qui apparaissent ici ou là, et d'un index des noms cités, qui devraient permettre de s'y retrouver.

La Troisième République. Aussi méconnu (voire davantage) que l'œuvre d'Élie Cartan, est le monde dans lequel sa vie s'est déroulée, celui de la Troisième République (1870–1940). Si les travaux et la personnalité d'Élie Cartan sont au centre du livre, la volonté de faire un portrait du monde des mathématiciens de cette époque, dans tous ses aspects y compris politiques et culturels (notamment importance du rôle de l'Académie des sciences, contexte politique français et mondial (Union soviétique, Allemagne)), qui a accompagné la plupart des ouvrages récents de l'auteur, est encore présente dans celui-ci.

De même, l'Europe dans laquelle il a vécu s'est profondément transformée. De nombreuses digressions sont donc consacrées à ce contexte.

Les progrès de la science. Cette époque, qui suivait celle de la révolution industrielle, fut aussi une époque d'énormes progrès de la science et surtout de la physique. Associées à une idée de « progrès », ces découvertes et idées nouvelles se sont accompagnées d'une volonté de popularisation et de divulgation qui ont vu naître les fameux trains, jumeaux et autres observateurs — en même temps que des discussions fructueuses entre physiciens, mathématiciens, et même philosophes.

Il n'est pas inutile aujourd'hui, alors que la science et son progrès sont objets de doute et où, peut-être corollairement, la popularisation est devenue difficile, d'essayer de reconstituer cette ambiance. C'est une autre des tentatives de ce livre, en particulier dans son chapitre 7.

Enfin, ce livre a été écrit par son auteur (si, si!), géomètre et topologue, intéressée par l'histoire du xx^e siècle et particulièrement par celle des années 1930, qui n'a pas cherché à se cacher derrière cette « écriture reconnue » (lire « normalisée ») qui rend tant de textes d'histoire illisibles. Des choix d'insister sur tel ou tel aspect ont été faits, comme dans tous les livres. Ils sont ici assumés.

Remerciements

À Françoise Adam, Suzanne Cartan, et tous les membres de la famille Cartan qu'elles ont mis à contribution pour répondre à mes multiples questions.

À Reinhard Siegmund-Schultze (Schwerdtfeger), la Boodleian, Colin Harris, la SPSL

À Laurent Mazliak, Brno Boruvka

À Rossana Tazzioli pour l'Italie en général et à Annalisa Capristo pour le congrès Volta

À Pietro Nastasi pour les renseignements sur la correspondance avec Amaldi.

À Thomas Simonnet pour son aide avec les *Cahiers* de Valéry.

Au service des archives de l'Académie des sciences, et notamment à Florence Greffe, Annie XX et Karim Benslama).

À Agnès Fontaine et à l'Association des anciens élèves de l'E.N.S.

À l'Accademia nazionale dei Lincei et en particulier à Alessandro Romanello pour la correspondance de Cartan avec Volterra et Levi-Civita.

À Mikael Ragstedt pour son aide avec les archives de l'Institut Mittag-Leffler.

Liste des sources

Le fonds Élie Cartan aux archives de l'Académie des sciences (Paris).

Les correspondances de Levi-Civita et Volterra à l'Accademia nazionale dei Lincei (Rome).

La correspondance d'Engel à l'université de Giessen.

Les fonds Mittag-Leffler et Kovalevskaya à l'Institut Mittag-Leffler (Djursholm).

Sources publiées citées dans le texte.

CHRONOLOGIE

1869

9 avril, naissance d'Élie Cartan à Dolomieu (Isère) [chap. 1]

1870

★ *Visite de Sophus Lie à Paris* [chap. 2]

‡ *Guerre engagée par l'Empire contre la Prusse*

‡ *Effondrement de l'Empire et proclamation de la République*

1871

‡ *Commune de Paris et son écrasement*

1872

‡ *Début du service militaire obligatoire*

1873

‡ *Mac Mahon président de la République*

1874

1875

1876

1877

1878

Naissance d'Anna Cartan [chap. 1]

1879

Entrée d'Élie Cartan au Collège de Vienne (Isère) [chap. 1]

1880

1881

‡ *Loi dite « Jules Ferry » sur la gratuité de l'enseignement primaire*

1882

★ *Visite de Sophus Lie à Paris* [chap. 2]

‡ *Loi dite « Jules Ferry » sur l'obligation de l'enseignement primaire*

1883

1884

Entrée d'Élie Cartan au lycée de Grenoble [chap. 1]

1885

1886

Entrée d'Élie Cartan au lycée Jeanson de Saily à Paris [chap. 1]

1887

1888

1889

Entrée d'Élie Cartan à l'École normale supérieure [chap. 1]

† *Inauguration de la tour Eiffel*

1890

1891

Élie Cartan est reçu premier à l'agrégation de mathématiques [chap. 2]

Il fait son service militaire

1892

Élie Cartan est agrégé-répétiteur à l'É.N.S. [chap. 2]

★ *Visite de Sophus Lie à Paris* [chap. 2]

1893

★ *Visite de Sophus Lie à Paris*

Premiers articles [42, 43, 44] [chap. 2]

1894

Élie Cartan passe sa thèse [46]

Il est nommé maître de conférences à la Faculté des sciences de Montpellier
[chap. 2, chap. 3]

‡ *Début de l’Affaire Dreyfus*

Articles [45, 47, 48]

1895

★ *Visite de Sophus Lie à Paris* [chap. 2]

Article [49]

1896

Élie Cartan est nommé maître de conférences à la Faculté des sciences de
Lyon [chap. 3, chap. 8]

Articles [50, 51]

1897

★ *Premier Congrès international des mathématiciens, Zurich*

Articles [52, 53] [chap. 3]

1898

‡ *J’accuse, de Zola*

Article [54] [chap. 3]

1899

Article [55]

1900

★ *Congrès international des mathématiciens, Paris*

Élie Cartan participe au Congrès international, donne un exposé [57]
[chap. 16]

1901

★ *Mort de Charles Hermite*

Articles [56, 57, 58]

1902

Articles [59, 60, 61, 62]

1903

Élie Cartan épouse Marie-Louise Bianconi à Lyon [chap. 3, chap. 8]
Il est nommé chargé de cours à Nancy

1904

Naissance du fils aîné, Henri, à Nancy [chap. 3, chap. 8]

★ *Congrès international des mathématiciens, Heidelberg*

Article [63]

1905

Article [64]

1906

Naissance de Jean Cartan, à Nancy [chap. 3, chap. 8]

‡ *Réhabilitation de Dreyfus*

1907

Articles [65, 66]

1908

★ *Congrès international des mathématiciens, Rome*

Cartan (avec Marie-Louise et Anna) participe au Congrès international [chap. 16]

Articles [67, 68]

Article [69] pour l'Encyclopédie [chap. 3, chap. 5]

1909

Élie Cartan est nommé professeur à Nancy [chap. 3]

Il est nommé maître de conférences à la Faculté des sciences de Paris [chap. 4]

Naissance de Louis Cartan à Paris [chap. 8]

Élie Cartan fait construire une maison à Dolomieu [chap. 1, chap. 8]

Article [70]

1910

Articles [71, 72, 73]

1911

Élie Cartan est professeur à l'École de physique et de chimie de la Ville de Paris

Articles [74, 75]

1912

Élie Cartan est professeur à la Faculté des sciences de Paris, chaire de calcul différentiel

★ *Mort d'Henri Poincaré*

Articles [76, 77] ★ *Congrès international des mathématiciens, Cambridge*

1913

Articles [78, 79] [chap. 4]

1914

Articles [80, 81, 82, 83, 84, 85] [chap. 4, chap. 5] ‡ *Début de la « grande » guerre*

1915

Élie Cartan est président de la S.M.F. Mobilisé, il dirige l'« hôpital 103 » [chap. 4, chap. 15]

Mort au combat d'Antoine Bianconi, beau-frère d'Élie Cartan [chap. 5]

Articles [86, 87]

Article [88] pour l'Encyclopédie (non publié) [chap. 5]

1916

Article [89]

1917

Naissance d'Hélène Cartan [chap. 8]

Mort de Joseph Cartan, père d'Élie Cartan [chap. 8]

Déménagement de la famille Cartan au Chesnay [chap. 8]

Article [90]

1918

‡ *fin de la guerre*

Élie et Henri Cartan à la recherche de restes d'Antoine Bianconi sur les champs de bataille [chap. 5]
 Articles [91, 92, 93, 94, 95]

1919

Article [96]

1920

Élie Cartan est lauréat du prix Poncelet de l'Académie des sciences [chap. 13]
 ★ *Début du séminaire de Jacques Hadamard* [chap. 9]
 ★ *Congrès « international » des mathématiciens, Strasbourg*
 Élie Cartan (à Strasbourg avec Marie-Louise, Anna, Henri, Jean et Louis) participe au Congrès international, donne un exposé [100] [chap. 5]
 Autres articles [97, 98, 99]

1921

[chap. 9]

1922

★ *Visite d'Einstein à Paris* [chap. 7]

Articles [101, 102, 103, 104, 105, 106, 107, 108, 109] [chap. 11]
 Livre [110] [chap. 6]

1923

Mort d'Anna Cartan [chap. 8]
 Henri Cartan est reçu au concours d'entrée à l'É.N.S. [chap. 8]

Élie Cartan est lauréat du prix Petit d'Ormoy de l'Académie des sciences [chap. 13]

‡ *Inauguration du monument aux morts de l'É.N.S.* [chap. 5]

Articles [111, 112, 113, 114]

1924

À la Sorbonne, Élie Cartan est nommé à la chaire de Géométrie supérieure

★ *Congrès international des mathématiciens, Toronto*

Élie Cartan participe au Congrès international et donne une conférence plénière [151] et une communication dans la session de physique [152] [chap. 16]

Autres articles [115, 116, 117, 118, 119, 120, 121, 122]

1925

Cartan lit les articles de Weyl [chap. 11]

Il s'intéresse à l'analysis situs [chap. 12]

Articles [240, 123, 124, 125, 126, 128]

Livre [127] [chap. 9]

1926

Articles [129, 130, 131, 132, 133, 134, 243, 244, 135] [chap. 9]

1927

Mort d'Anne Cartan, mère d'Élie Cartan

Début des discussions avec Weyl [chap. 11]

Articles [136, 137, 138, 139, 140, 141, 142, 143, 144, 145, 146, 147, 201, 148, 149, 150] [chap. 9]

1928

★ *Ouverture de l'Institut Henri Poincaré (I.H.P.)*

Thèse d'Henri Cartan [chap. 8]

★ *Congrès international des mathématiciens, Bologne*

Élie Cartan (avec Jean et Louis, plus Henri) participe au Congrès international [160, 159] [chap. 8, chap. 16]
 Il invente la cohomologie de de Rham [chap. 12]
 Autres articles [153, 154, 155, 156, 157]
 Livre [158]

1929

Début de la correspondance avec Einstein [chap. 7]
 Cours sur la géométrie projective complexe [chap. 10]
 ★ *deuxième visite d'Einstein à Paris*
 Mort de Pierre-Louis Bianconi, beau-père d'Élie Cartan
 Articles [161, 162, 163]

1930

Élie Cartan expose ses travaux sur le parallélisme absolu au Séminaire Hadamard [chap. 7]
 Discussions avec Weyl [chap. 11]
 Il est lauréat du prix Le Conte de l'Académie des sciences [chap. 13]
 Il participe à des congrès en U.R.S.S., à Kharkov et à Moscou [chap. 16]
 Articles [164, 165, 166, 167, 168, 169, 170, 171]
 Livre [172] [chap. 12]

1931

Élie Cartan est élu membre de l'Académie des sciences (section de géométrie) [chap. 13]
 Il donne une série de conférences, en avril et mai, en Roumanie et en Pologne [chap. 16]
 Il est élu membre honoraire de l'Académie roumaine des sciences [chap. 13]
 Mort de Jeanne-Marie Rivier, sœur aînée d'Élie Cartan
 Articles [173, 174, 175, 176, 178] et [241]
 Livre [177]

1932

Mort de Jean Cartan [chap. 8, chap. 15]

★ *Congrès international des mathématiciens, Zurich*

Élie Cartan participe au Congrès international et y donne une conférence plénière [184] et un exposé [185] [chap. 14, chap. 16]

Autres articles [180, 181, 182, 183]

Livre [179]

1933

‡ *Arrivée des nazis au pouvoir en Allemagne*

★ *Début du Séminaire de mathématiques (séminaire « Julia »)* [chap. 3, chap. 17]

Réimpression de la thèse d'Élie Cartan

Articles [187, 188, 189]

Livre [186]

Écriture de l'article (publié de façon posthume) [236] sur Einstein-Mayer [chap. 7]

1934

Élie Cartan remplace Marie Curie au conseil d'administration de l'École de physique et de chimie de la Ville de Paris

Il est docteur *honoris causa* de l'Université de Liège

et membre honoraire de la Société Royale des sciences de Liège

Il donne un exposé au séminaire de Blaschke à Hambourg [chap. 16]

Articles [191, 192]

Livre [190]

1935

Mariages de Louis Cartan et Thérèse Purtschet, d'Henri Cartan et Nicole Weiss [chap. 8]

Élie Cartan transmet la première note aux *Comptes rendus* de Bourbaki [chap. 17]

Articles [194, 195, 196, 200]

Livre [193]

1936

‡ *Victoire du Front Populaire aux élections législatives*

‡ *Début de la guerre d'Espagne* [chap. 20]

Déménagement à Paris

★ *Congrès international des mathématiciens, Oslo*

Élie Cartan (avec Marie-Louise et Hélène), participe au Congrès international, il rapporte sur les premières médailles Fields et donne une conférence [202] [chap. 16]

Élie Cartan est docteur *honoris causa* de l'Université Harvard, il participe au tricentenaire de cette université [chap. 16]

Autres articles [197, 198]

Livre [199] [chap. 14]

1937

‡ *Exposition universelle à Paris*

Élie Cartan est membre étranger de l'Académie des sciences d'Amsterdam et de l'Académie royale de Belgique

Il participe à un petit colloque à Hambourg [chap. 16]

Articles [203, 204, 205, 206]

Livres [207, 208]

1938

‡ *Loi « sur la race » en Italie* [chap. 18]

Cartan est lauréat du prix Lobatchevski [chap. 13]

Articles [209, 210, 211, 212]

Livre [213]

1939

Élie Cartan accepte de participer au Convegno Volta (qui n'aura pas lieu) à Rome [chap. 18]

Jubilé scientifique d'Élie Cartan [chap. 18]

Il participe au Congrès de Liège et donne l'exposé [215] [chap. 19]

Élie Cartan est commandeur de la Légion d'Honneur

‡ *début de la guerre* [chap. 19]

Autres articles [214, 216]

1940

Élie Cartan se rend à Belgrade et donne l'exposé [238] [chap. 16, chap. 19]

Élie Cartan prend sa retraite de la Sorbonne

Il témoigne au procès d'André Weil [chap. 19]

‡ *armistice, Occupation*

‡ *premiers décrets antisémites français* [chap. 19]

Articles [218, 219, 220]

1941

Élie Cartan présente les travaux d'Ehresmann et Feldbau à l'Académie des sciences [chap. 19]

Il fait préparer un DES à Paulette Libermann [chap. 19]

Articles [221, 222, 223]

1942

Arrestation de Louis Cartan [chap. 19]

Article [224]

1943

Exécution de Louis Cartan [chap. 19]

Articles [226, 227]

1944

Exécution de François Cuzin [chap. 19]

‡ *Libération de Paris*

Article [228]

1945

‡ *Fin de la guerre*

Élie Cartan fait partie de la délégation de l'Académie des sciences pour le 220^e anniversaire de l'Académie des sciences à Moscou [chap. 16, chap. 20]

Article [229]

Livre [230]

1946

Élie Cartan est président de l'Académie des sciences [chap. 21]

Article [231]

Deuxième édition [232] du livre [158]

1947

Élie Cartan est docteur *honoris causa* de l'Université de Bruxelles et de celle de Louvain

Article [233]

1948

Élie Cartan est docteur *honoris causa* de l'Université de Bucarest et de celle de Pise

★ Parution du livre *les Grands courants de la pensée mathématique*
Et de l'article [234] de Cartan

1949

Élie Cartan est élu *Foreign associate* de la *National Academy of Sciences* des États-Unis

Article [235]

1950

★ *Congrès international des mathématiciens, Cambridge*

Mort de Marie-Louise Cartan

1951

Mort d'Élie Cartan

XX commentaires finaux :

- j'ai fait figurer la revue du mois (est-ce Antoine Bianconi qui a obtenu un article de Cartan ?) et les exposés de la Société pour l'Avancement des sciences, parler de ça ?
- ajouter des références aux chapitres où telle ou telle chose est traitée
- le manuscrit inédit de 1942

« **La** » **notice d'Élie Cartan.** Pour accompagner sa candidature à l'Académie des sciences en 1931, Élie Cartan a rédigé et fait imprimer une notice. Celle-ci a été publiée en 1939 dans le volume des « *Selecta*⁽¹⁶⁾ ». À cette occasion, la notice a été actualisée (sans doute par Cartan lui-même) par l'ajout de notes de bas de page donnant

des indications sommaires sur les travaux ultérieurs de M. Élie Cartan

et par l'ajout de ses publications des années 1931–1939. La bibliographie a été complétée une nouvelle fois, cette fois définitivement, pour la publication des *Œuvres complètes* d'Élie Cartan au cours des années 1950. Les œuvres des années 1939–1951 ont alors été ajoutées, ainsi que quelques inédits plus anciens. Cette dernière version a été republiée, comme un livre, en 1974⁽¹⁷⁾ et c'est ce petit livre que j'ai utilisé, notamment pour cette chronologie.

Le choix des supports de publication. Élie Cartan a beaucoup pratiqué la note aux *Comptes rendus* comme « annonce » (je vois plus de cinquante de ces notes dans la liste de ses publications, sans compter celles à l'Académie italienne des *Lincci* et à l'Académie d'Amsterdam), il a aussi seize livres (ou fascicules, sans compter sa thèse).

⁽¹⁶⁾ Il s'agit d'une réimpression en volume de quelques articles choisis d'Élie Cartan, un volume en son honneur offert par ses collègues et amis. On en trouvera la liste page 256. C'est un volume tout à fait distinct de celui qui contient les discours du jubilé.

⁽¹⁷⁾ Voir la référence bibliographique [237].

La majorité de ses articles ont été publiés dans des journaux français (dix-neuf dans le *Bulletin* de la S.M.F. (sans compter quatre petites notes dans les cahiers « Vie de la société » de ce journal), quinze aux *Annales* de l'É.N.S., neuf au *Bulletin des sciences mathématiques*, huit au *Journal de mathématiques pures et appliquées*, un aux *Annales* de Toulouse).

Quelques articles sont parus dans des journaux allemands. Son premier article, à Leipzig, en 1896 (à cause de Lie), un au « Journal de Crelle » en 1915 (suscité par un article paru dans ce même journal), un aux *Mathematische Annalen* en 1930 (commandé par Einstein), un article à Hambourg en 1935 (après un exposé au séminaire de Blaschke dans cette ville en 1934), et deux dans les *Mathematische Zeitschrift* (l'un, en 1933, était une lettre à Kosambi, suivant un article de ce dernier, l'autre en 1939⁽¹⁸⁾).

Comme l'article de Hambourg, d'autres correspondent à d'autres voyages, ainsi des sept articles russes et des articles polonais, roumains ou serbes.

Les *Annali di matematica* et les *Commentarii* ont demandé des articles à Élie Cartan. Ainsi que *Acta mathematica* (pour le numéro spécial des quatre-vingts ans de Mittag-Leffler⁽¹⁹⁾).

Tout cela est très européen, et même continental. Il semble bien qu'il n'y ait aucun article d'Élie Cartan dans aucun journal britannique⁽²⁰⁾. Les soixante et une pages parues dans l'*American Journal of Mathematics* en 1896 sont une surprenante exception. Cet article américain fut rejoint quarante ans plus tard par un article dans *Annals of Mathematics*, qu'avait demandé Lefschetz (et qui est le texte de la conférence que donna Cartan pour les trois cents ans de Harvard). Au cours de ces quarante années, les mathématiques américaines avaient pris de l'ampleur...

Les langues de publication méritent aussi quelques mots. L'article de Leipzig est en allemand. Les notes avec Schouten sont parues en néerlandais et en anglais (comme c'était l'usage à Amsterdam). Tous les autres furent écrits et publiés en français, même s'il y eut des traductions (articles en français suivis de traduction en russe, articles traduits en espagnol ou en serbe).

Les habitudes étaient différentes de celles d'aujourd'hui, tenant compte d'accès différents aux textes imprimés. Par exemple, avant d'y avoir réfléchi un peu, il me semblait très énervant que le même texte soit publié plusieurs fois — je ne parle pas de traductions mais vraiment du même texte. Le phénomène

⁽¹⁸⁾Pour celui-ci [214], je ne connais pas la raison précise du choix de ce journal, la seule indication apparaissant sur l'article est la date d'arrivée, 22 décembre 1938.

⁽¹⁹⁾Trop tard ! Il n'y a aucune lettre de Cartan dans l'immense correspondance de Gösta Mittag-Leffler.

⁽²⁰⁾Il y eut pourtant dans ces journaux britanniques deux très beaux articles nécrologiques, de Hodge [286] et de Whitehead [376].

est général à l'époque. Voici un exemple qui touche directement Cartan. Un même texte fait un article dans la *Revue de métaphysique et de morale* en 1931, puis en 1932 un fascicule (très petit livre) dans la série « Centre international de synthèse » des *Actualités scientifiques et industrielles* de Hermann⁽²¹⁾. Rivalité entre la Société française de philosophie et le Centre international de synthèse ? Entre Xavier Léon et Paul Langevin ? Il s'agit probablement plutôt d'offrir aux clients des librairies la possibilité d'acquérir et de lire un article qui serait sinon enfermé dans les bibliothèques spécialisées abonnées à la revue spécialisée.

⁽²¹⁾Il s'agit de [178] et [179].

CHAPITRE 1

DOLOMIEU

Le village (environ 2900 habitants aujourd’hui) de Dolomieu est situé à 70 km à l’est de Lyon, 60 km au nord de Grenoble, dans le département de l’Isère. On y trouve une mairie, une église et un monument aux morts, sur la place Déodat Gratet de Dolomieu, à laquelle on arrive de La Tour du Pin par la route départementale D168, qui porte, à l’intérieur de l’agglomération, le nom de rue Élie Cartan. Ainsi la toponymie rend-elle hommage aux deux grands hommes qui sont nés à Dolomieu.

Déodat Gratet de Dolomieu (qui s’appelait en réalité Déodat Dieudonné Sylvain Guy Tancrede Gratet de Dolomieu) (1750–1801) était un des fils du marquis (car il y eut un marquis) et naquit au château (car il y a aussi un château). Il devint géologue. C’est son nom — celui du village dont il portait le nom — que l’on donna à une pierre, la dolomie (qui, précisons-le aux lecteurs mathématiciens de ce texte, cristallise en prismes rhomboédriques), puis à une région italienne des Alpes, les Dolomites. Sa biographie comporterait des chapitres passionnants sur l’expédition d’Égypte et ses rapports difficiles avec Bonaparte, mais c’est de l’autre grand homme de Dolomieu qu’il va être question dans ce livre-ci.

Élie Cartan (qui, lui, ne s’appelait que Élie Joseph Cartan) est né à Dolomieu, lui aussi, juste avant le début de la Troisième République, le 9 avril 1869. Ses parents appartenaient à des familles paysannes. Son père, Joseph Cartan (1837–1917), était le forgeron du village.

Le nom de son métier apparaît, dans les registres d’état civil, lorsqu’il vient déclarer la naissance de ses enfants, comme « maréchal » ou « maréchal-ferrant ». Son épouse est, elle qualifiée de « ménagère ». La lecture de ces registres donne, pour un village comme Dolomieu, des informations précieuses

sur la vie et les activités, en observant les professions qu’ont données les témoins des déclarations de naissance⁽¹⁾. On trouve par exemple, accompagnant Joseph Cartan, un menuisier, un cerclier, un cordonnier, un notaire, un commis. Dolomieu apparaît ainsi comme un village vivant et actif, dont la population était, dans cette deuxième moitié du XIX^e siècle, d’environ 2500 habitants.

L’enclume et le métier du canut, ainsi Élie Cartan se souvenait-il⁽²⁾ des bruits qui avaient rythmé son enfance. En ce temps-là, le village de Dolomieu était un lieu d’élevage des vers à soie et de préparation du fil de soie, ainsi que de tissage. Le tout était destiné aux soyeux lyonnais. La mère d’Élie Cartan, Anne Cottaz (1841–1927) de son nom de naissance⁽³⁾, était, comme beaucoup d’autres femmes de la région, employées à ce travail⁽⁴⁾. C’est dire que, lorsque la maison, les enfants et, certainement, le travail du jardin, lui laissaient un moment, elle se mettait à une de ces tâches. La préparation du fil (dévider les cocons après les avoir ébouillantés pour tuer les insectes qu’ils contiennent, puis étuvés) était particulièrement pénible, mais il n’est pas certain qu’elle s’y soit livrée. En tout cas, ce n’est pas de ceci qu’Élie Cartan se souvenait, mais bien d’une activité de tissage⁽⁵⁾. Le contexte économique qu’évoque cette activité rurale déjà un peu dépassée se complète sans mal par la mention des effets, visibles dans la région, de la révolution industrielle, l’installation des premiers barrages et centrales hydroélectriques : la toute première, dans l’Isère, date précisément de 1869, année de la naissance d’Élie Cartan⁽⁶⁾.

Élie Cartan avait une sœur aînée, Jeanne-Marie (1868–1931), qui devint couturière, ce qui veut dire qu’elle confectionnait des vêtements et toilettes pour les habitants du village ; elle épousa en 1895 Joseph Rivier (1857–1939), un agriculteur qui fut ensuite, comme son père l’avait été avant lui, maire de Dolomieu ; ils eurent trois enfants, dont l’une, Denise, fut la nounou des enfants des physiciens Aimé et Eugénie Cotton (dont il sera plusieurs fois

⁽¹⁾Il s’agit des métiers masculins. Les témoins sont toujours des hommes. Les femmes n’apparaissent dans l’état civil que lorsqu’elles sont sujets de l’acte (née, mère, mariée, morte).

⁽²⁾Dans son discours de 1939 au cours de son jubilé [217].

⁽³⁾Cottaz était un nom très porté à Dolomieu — et l’est toujours. Il y avait aussi des Cuzin et des Berlioz. Mais peu de Cartan, sans doute parce que le tout premier Cartan de Dolomieu fut le père d’Élie Cartan, Joseph, venu d’ailleurs, c’est-à-dire de Saint-Victor-de-Morestel, à 13 kilomètres de là.

⁽⁴⁾La lecture des actes d’état civil de Dolomieu laisse apparaître des ouvriers en soie — au masculin — certainement des tisseurs (et sans doute à temps plein), dans le village. Ces activités furent, de plus en plus, transférées dans des ateliers et confiées à d’authentiques ouvrières et ouvriers, ce qui n’améliora pas les conditions de travail. Voir [349].

⁽⁵⁾La traduction de « métier du canut » par « spinning-wheel » dans [4] est un contre-sens et une méconnaissance de ce qu’était le travail des femmes au XIX^e siècle. Sans doute les auteurs imaginaient-ils une paisible et pittoresque activité, dont le rouet aurait été un symbole romanesque.

⁽⁶⁾J’ai appris ceci dans le livre [4], qui pourtant contient peu d’informations contextuelles.

question dans ce livre⁽⁷⁾). C'est le jeune frère d'Élie Cartan, Léon (1872–1956) qui devint forgeron, épousa une Célestine Rivier et prit la suite de son père⁽⁸⁾. Naquit enfin, quelques années plus tard, une petite sœur, Anna (1878–1923) qui fut, elle, professeur de mathématiques après de brillantes études ; Anna Cartan était une jeune femme courageuse et déterminée, dont nous aurons l'occasion de reparler.

Écoles

Au contexte économique (la forge, la soie, les barrages) se marie sans mal le contexte politico-culturel de la Troisième République. Mentionnons une foi assez générale dans les progrès de la science. Et l'école publique, qui devint gratuite en 1881 et obligatoire en 1882. Celle-ci formait des hommes (et des femmes) susceptibles de s'intégrer dans le monde du travail tel qu'il fonctionnait désormais. C'est au nom du progrès que ce que le langage technocratique du XXI^e siècle désigne comme un « ascenseur social » permit à nombre d'écopliers (et même à quelques écolières) d'accéder à des études plus longues et à des métiers que le même langage technocratique qualifierait d'« encadrement ».

Le petit Élie Cartan alla donc à l'école communale, où ses capacités furent appréciées et remarquées, juste avant les lois Jules Ferry. Les histoires d'instituteurs ne manquent pas⁽⁹⁾, ceux de Dolomieu se nommaient M. Collomb et M. Dupuis. Il faut noter aussi le rôle que joua Antonin Dubost (1842–1921)⁽¹⁰⁾ qui, en tant que conseiller général, inspecta l'école de Dolomieu :

Un jour un délégué cantonal qui s'appelait Antonin Dubost et qui devait plus tard devenir un des plus hauts personnages de l'État⁽¹¹⁾ vint inspecter l'école ; cette visite orienta toute ma vie. Il fut décidé que je me présenterais au concours des bourses des lycées ; M. Dupuis dirigea ma préparation avec un dévouement affectueux que je

⁽⁷⁾ Je me permets de signaler la présence à la fin de ce livre d'un glossaire et d'un index.

⁽⁸⁾ Entre la naissance d'Élie et celle de Léon, il y eut, si l'on en croit les registres d'état civil, un enfant mort-né, le 4 avril 1871.

⁽⁹⁾ Celui qui poussa le petit Lebesgue quelques années plus tard était nommé « le père Folbert ». La même école de la même république devait former, quarante-cinq ans plus tard, sous d'autres cieux, un écrivain qui ferait connaître le nom de son instituteur, Monsieur Germain [40].

⁽¹⁰⁾ Cet homme politique, qui avait commencé comme journaliste (républicain) à Paris sous le second empire, a laissé plus de traces que les instituteurs. On en trouvera quelques-unes sur le site du Sénat.

⁽¹¹⁾ Après une vie politique, parisienne et républicaine, notamment à la fin du Second empire, Antonin Dubost fut député de l'Isère de 1880 à 1897, sénateur de 1897 à sa mort et président du Sénat de 1906 à 1920.

n'oublierai jamais. Tout cela me valut un beau voyage à Grenoble, où je subis sans trop d'émoi des épreuves pas trop redoutables. Je fus reçu brillamment, ce qui remplit M. Dupuis de fierté et grâce à l'appui de M. Dubost, qui s'intéressa pendant toute sa vie avec une affection toute paternelle à ma carrière et à mes succès, je fus gratifié d'une bourse complète au Collège de Vienne⁽¹²⁾.

Pour compléter la couleur « Troisième République », il reste à ajouter la précision que donna Élie Cartan, en 1939, sur ce que c'était que d'avoir été un « excellent élève » :

Je suis obligé d'avouer — et je n'en ai pas honte — que j'étais un excellent élève ; j'étais capable d'énumérer sans hésitation les sous-préfectures de n'importe quel département, et aucune subtilité des règles du participe passé ne m'échappait.

La liste des sous-préfectures peut faire sourire, mais c'est aussi ainsi que la conscience de la nation française se formait⁽¹³⁾.

Et c'est ainsi qu'Élie Cartan, à l'âge de dix ans, commença une série d'années scolaires dans une série d'internats, cinq ans au Collège de Vienne, deux ans (rhétorique et philosophie — ce qui correspondrait à peu près à la première et à la terminale d'aujourd'hui) au Lycée de Grenoble, deux ans (en mathématiques élémentaires A et en mathématiques spéciales) au lycée Janson de Sailly à Paris, avant l'École normale supérieure et le service militaire.

Le lycée Janson de Sailly, dans le XVI^e arrondissement de Paris, était à l'époque une nouveauté. Il possédait un vaste internat, des professeurs aujourd'hui prestigieux⁽¹⁴⁾ et d'excellents professeurs de mathématiques, « remarquables », dit Élie Cartan. Sur ceux-ci, l'histoire a gardé davantage d'informations que sur les instituteurs du Dauphiné. La première année, le professeur fut Salomon Bloch (1858–1926)⁽¹⁵⁾. La deuxième, ce fut Émile Lacour (1854–1913)⁽¹⁶⁾. Lorsqu'il était élève à Janson, Élie Cartan, fidèle à l'excellence

⁽¹²⁾Discours de 1939, jubilé [217].

⁽¹³⁾Sur la culture scolaire des élèves de la génération d'Élie Cartan, dans une autre région rurale, la Haute-Vienne, voir le livre [253] d'Alain Corbin (et plus précisément son chapitre 4).

⁽¹⁴⁾L'histoire ne dit pas si Élie Cartan étudia l'anglais (sans doute pas, les langues mortes et l'allemand ont dû lui suffire, en tout cas nous le verrons apprendre l'anglais dans les années 1930) ni, si ce fut le cas, si Stéphane Mallarmé (qui enseignait cette langue dans ce lycée) fut son professeur.

⁽¹⁵⁾Un Alsacien, ancien élève de l'É.N.S. (1877), qui fut professeur de classes préparatoires toute sa vie.

⁽¹⁶⁾Victor Louis Émile Lacour, dont le prénom courant était Émile (mais qui apparaît parfois sous son premier prénom, Victor, par exemple dans la liste des lauréats du concours de l'agrégation), un normalien de la promotion 1874 (comme Émile Picard), fut professeur de mathématiques spéciales au lycée Janson de Sailly, puis au lycée Saint-Louis. Il passa tardivement (1895) une thèse et obtint ensuite des postes universitaires, notamment à Rennes,

qu'il avait montrée jusque là, obtint un premier prix (en mathématiques) au Concours général et fut reçu, l'un des plus jeunes de la promotion, au concours d'entrée à l'É.N.S. S'il ne fut pas premier à l'entrée (une erreur de sa part, estima son ami et condisciple Arthur Tresse dans une allocution de 1939⁽¹⁷⁾ avant d'analyser les raisons de cette erreur), il fut naturellement le premier à la sortie, c'est-à-dire à l'agrégation, en 1891.

Pendant cette scolarité, il suivit le cours d'Hermite et ceux de Picard, Poincaré et Koenigs à la Sorbonne, ceux de Tannery et Goursat à l'É.N.S. Lorsqu'il se souvint de ces cours, dans son discours de réponse, pendant le jubilé de 1939, il dit :

À l'École même, c'est Jules Tannery qui exerça sur nous la plus profonde influence ; par une sorte de transposition mystérieuse due à l'ensemble de toute sa personne, à son regard peut-être, le respect de la rigueur dont il nous montrait la nécessité en mathématiques devenait une vertu morale, la franchise, la loyauté, le respect de soi-même. Comme on l'a déjà dit, Tannery était notre conscience : c'est pourquoi nous l'aimions, c'est pourquoi nous avons voué à sa mémoire un culte fidèle.

Comme ce livre devrait le montrer, beaucoup des termes que Cartan employait à propos de Tannery pourraient lui être appliqués. Nous verrons que la petite sœur d'Élie Cartan, Anna, voua elle aussi un culte fidèle à Jules Tannery. Cartan mentionna bien sûr aussi Poincaré, « géant des Mathématiques, dont les conférences passaient bien au-dessus de nos têtes » et les autres professeurs dont il avait suivi les cours, mais surtout Hermite, qui semble avoir laissé une impression très profonde à tous ses auditeurs :

Les leçons qui nous produisirent l'impression la plus profonde peut-être étaient celles d'Hermite, dont le visage et les yeux d'une beauté admirable s'illuminaient comme s'il contemplait au sein de la Divinité ce monde éternel des nombres et des formes [...]

★

Élie Cartan et sa famille restèrent toujours très attachés à Dolomieu. Par exemple, même lorsqu'il n'était pas à Dolomieu, Élie Cartan écrivit souvent à

ce qui le fait apparaître par exemple dans la correspondance de Lebesgue [306, 307]. Il est mentionné aussi par Camille Marbo, comme professeur de Jean Perrin au lycée Janson et ami de Paul Appell, et elle l'appelle l'« Oncle Paul Lacour » (mais pourquoi Paul ?) [318].

⁽¹⁷⁾Au cours du jubilé d'Élie Cartan, une source [217] que nous n'en finirons pas de citer, et qui vaut pour les citations de Tresse, Cartan et Julia qui suivent.

ses correspondants mathématiciens sur des cartes postales illustrées de photographies de Dolomieu⁽¹⁸⁾. Vers 1910, alors qu'ils ne furent jamais propriétaires de leur(s) logement(s) parisien(s), Cartan et son épouse se firent construire une maison à Dolomieu, la villa Cartan, dans laquelle, le reste de leur vie, ils passèrent une grande partie des vacances.

Le portrait de Cartan que dressa Gaston Julia dans son allocution au cours du même jubilé est assez précis :

[...] un petit homme en jaquette stricte et col montant, les poignets martyrs de manchettes rigides [...] Son écriture est nette, son élocution aussi, quoique précipitée, coupée de silences qu'accompagne souvent un mouvement de la tête. [...] le front apparaît, très haut sur un binocle qui voile des yeux clairs ; une moustache et une barbiche grisonnantes accentuent le sérieux du regard que tempère un sourire dont fréquemment s'éclaire le visage.

« Petit » homme est attesté, non seulement par l'aspect modeste d'Élie Cartan mais par sa taille. Lorsque ses petits-enfants donnèrent son habit d'académicien à l'Académie des sciences, celle-ci fut bien en peine de trouver un académicien des années 2010 de la même taille que lui... « Grisonnantes » oblige à dater cette description qui, prononcée en 1939, évoquait les années pendant lesquelles Julia était élève de l'École normale supérieure, c'est-à-dire les années 1910. Je l'accompagnerai d'un certain nombre de qualités glanées dans les discours du même jubilé : capacité de concentration, ponctualité, discrétion, simplicité, clarté, franchise, droiture, et, venus des mêmes sources, les adjectifs serviable et obligeant. Une photographie de Cartan en 1904 confirme la description du vêtement. Elle a sans doute été prise chez un photographe. Élie Cartan est assis à une table avec un livre ouvert. Il est de trois-quarts gauche, ses cheveux apparemment bruns sont coiffés soigneusement, avec une raie sur le côté gauche et une mèche sur le front. Il porte un lorgnon sur des yeux clairs, une moustache et une barbiche (brunes), une chemise avec un col cassé et des manchettes dures, une cravate et une veste noire. Sa main gauche est posée sur sa cuisse gauche et sa main droite tient le livre, ouvert, sur la table. Le portrait d'un jeune savant sérieux et réfléchi.

⁽¹⁸⁾ Une carte envoyée à Friedrich Engel de Nancy le 1^{er} novembre 1905, par exemple, archives de Friedrich Engel, Université de Giessen.

CHAPITRE 2

LE CAFÉ LA SOURCE ET LA THÈSE D'ÉLIE CARTAN

Par exemple, il existe une théorie — la théorie des groupes — dont l'importance dans notre science n'a cessé d'augmenter pendant plus d'un siècle [...] Des mathématiciens, en particulier parmi les contemporains, l'ont améliorée par de fort belles découvertes. D'autres — et j'avoue appartenir à cette dernière catégorie — tout en étant finalement capables de l'utiliser pour des applications simples, éprouvent une difficulté insurmontable à aller au-delà d'une connaissance assez élémentaire et superficielle de cette théorie.

Jacques Hadamard⁽¹⁾

L'essentiel des travaux d'Élie Cartan porta, toute sa vie, sur différents aspects de la notion de groupe. C'est ainsi qu'il présentait lui-même ses travaux⁽²⁾.

En 1891, Élie Cartan prépara l'agrégation à l'É.N.S., y fut reçu premier, et partit faire son service militaire (XX où ?). Pendant ce temps, son ami et condisciple Arthur Tresse retournait à Leipzig — il y avait déjà séjourné en 1888. Pourquoi Leipzig ? Parce que Sophus Lie y était professeur⁽³⁾ depuis 1886. Il y reçut d'ailleurs d'autres élèves de l'É.N.S., Ernest Vessiot et Wladimir de Tannenberg en 1888, puis Arthur Tresse et Jules Drach, un peu plus tard Jules Beudon. Le professeur et les élèves furent enchantés de ces séjours. Arthur Tresse continua à correspondre avec Lie dans les années 1892–93, il fut

⁽¹⁾Dans [282, p. 108].

⁽²⁾Voir sa notice [237].

⁽³⁾Il était aussi directeur du Séminaire et de l'Institut de mathématiques.

ainsi le premier à suggérer que l'on appelle les groupes auxquels Lie s'intéressait des « groupes de Lie »⁽⁴⁾, une terminologie qui ne fut adoptée, suivant les efforts d'Élie Cartan, que dans les années 1930.

Au printemps 1892, de retour à Paris, il parla à Cartan de la série d'articles que Wilhelm Killing venait de publier⁽⁵⁾ et lui signala que ces articles contenaient quelques erreurs et que Friedrich Engel (avec un de ses étudiants, Karl Arthur Umlauf) travaillait à les corriger⁽⁶⁾. Tresse avait beaucoup travaillé avec Engel pendant son séjour à Leipzig. Il encouragea Cartan à lire ces articles et à y trouver d'autres possibles erreurs. Ce fut le point de départ de la thèse et de tous les travaux d'Élie Cartan.

Avant la thèse elle-même, il y eut deux notes aux *Comptes rendus* et un article de vingt-cinq pages (en allemand) dans les *Leipziger Berichte*⁽⁷⁾. Au cas où un lecteur non connaisseur lise ces lignes, je lui signale que les « notes aux *Comptes rendus* » sont des articles très brefs, dans lesquels l'auteur « annonce » un résultat (« j'ai démontré que... » ou « je sais démontrer que... ») sans que les règles l'obligent à démontrer qu'il sait démontrer ce qu'il annonce. C'est un genre d'acte de propriété, un peu comme un dépôt de brevet. Un article dans un journal est une publication plus sérieuse : en principe on donne les démonstrations de ce qu'on annonce.

Donc, l'article des *Leipziger Berichte* fut le premier vrai article d'Élie Cartan⁽⁸⁾. Le fait qu'il ait été écrit en allemand ne devrait pas étonner non plus. L'allemand était une des langues dans lesquelles s'écrivaient les mathématiques (le français et l'italien aussi, et l'on trouvait même des articles écrits en anglais) et, si beaucoup de mathématiciens des générations précédentes ne parlaient pas l'allemand (Hermite, par exemple, se faisait traduire les articles écrits dans cette langue et qu'il voulait lire), ce n'était pas le cas d'Élie Cartan qui l'avait appris au lycée⁽⁹⁾.

⁽⁴⁾Pour ce chapitre, j'ai bien entendu utilisé la biographie de Sophus Lie [350], et aussi, et surtout, le passionnant livre [284].

⁽⁵⁾Il s'agit des articles [293, 294, 295, 296].

⁽⁶⁾Killing, qui enseignait dans un Séminaire (au sens d'école formant des prêtres catholiques) à Braunsberg (= Braniewo), n'avait pas lui-même d'étudiant mathématicien à qui confier ce travail.

⁽⁷⁾Il s'agit de [42, 43] et [44].

⁽⁸⁾Ce que j'appelle ici un « article », et que l'on désigne aussi aujourd'hui souvent comme un « papier » (surtout depuis qu'il n'est plus imprimé sur du papier et par contamination de l'anglais *paper*), s'appelait plutôt à l'époque un « mémoire », comme on le verra à maintes occasions dans la suite de ce texte.

⁽⁹⁾Ce qui ne veut pas dire qu'il le parlait couramment : nous le verrons se plaindre de ne pas avoir tout compris d'une discussion avec Hermann Weyl (voir le chapitre 11).

Lie à Paris — le café La Source

Si l'article de Cartan parut dans ce journal, c'est bien sûr parce que Lie en recommanda la publication. Revenons un peu en arrière, sur les relations de Lie avec les mathématiciens parisiens, excellentes bien sûr, comme l'envoi à Leipzig de normaliens le montre. Il était venu pour la première fois à Paris, avec Felix Klein, au cours de l'été 1870, c'est-à-dire juste avant la guerre⁽¹⁰⁾. Ils avaient rencontré Camille Jordan, de qui ils avaient appris beaucoup, sur les groupes, justement.

Pour résumer en une phrase et deux noms propres : Galois avait introduit l'idée de groupe dans l'étude des équations algébriques ; Jordan avait obtenu des résultats importants et son livre sur la théorie des substitutions⁽¹¹⁾ venait de paraître. Un peu moins brièvement : après la publication des articles de Galois par Liouville dans son journal en 1846 et les travaux de Jordan des années 1869–70, les théories de Galois étaient bien reconnues. Sophus Lie et Felix Klein apportaient des motivations géométriques. Ajoutons une information : en relation avec le cas des équations algébriques (et la théorie de Galois), la question de l'intégrabilité par quadrature des équations différentielles et du rôle joué par les groupes dans cette question avait déjà suscité des travaux de Sophus Lie (et même, auparavant de Georges Halphen).

Sophus Lie s'était aussi lié avec Gaston Darboux. Il revint à Paris en 1882. Gaston Darboux avait, l'année précédente, remplacé Chasles à la chaire de « géométrie supérieure »⁽¹²⁾ et avait introduit de l'analyse (c'est-à-dire de la géométrie différentielle) dans ce cours. Picard s'intéressait aux groupes attachés aux équations différentielles linéaires (c'est-à-dire aux prémisses de ce qui s'appelle aujourd'hui la « théorie de Picard-Vessiot »), Poincaré s'intéressait

⁽¹⁰⁾ Cartan raconta, dans un article publié en 1948, [234, p. 254] :

À la déclaration de guerre franco-allemande, Klein rentre à Berlin ; Sophus Lie reste en France et forme le projet d'aller à pied en Italie en traversant toute la France. Il fut malheureusement arrêté presque dès le début en traversant la forêt de Fontainebleau ; peut-être ses allures de mathématicien distrait, peut-être simplement son aspect physique qui décelait sans aucun doute possible un étranger le firent-ils soupçonner d'espionnage, et il dut passer quatre semaines à la prison de Fontainebleau, d'où l'intervention pressante de Darboux réussit à le faire sortir. Sophus Lie ne semble pas nous avoir gardé rancune de cette petite mésaventure qui, après tout, lui procura peut-être un asile où il put méditer et travailler en toute tranquillité.

Voir aussi la note 5 du chapitre 19.

⁽¹¹⁾ Le livre [288].

⁽¹²⁾ Cette chaire à la Sorbonne avait été créée pour Michel Chasles en 1846. Après la mort de Darboux en 1917, le titulaire en fut Claude Guichard, un géomètre un peu oublié aujourd'hui. Le suivant fut Élie Cartan en 1924.

évidemment aux groupes de transformations : ces années-là, les groupes avaient fait une entrée en force dans l'analyse aussi, via les fonctions fuchsiennes.

Bref, comme le disent les spécialistes de l'histoire de cette époque, nulle part ailleurs qu'à Paris les travaux de Lie n'étaient aussi connus et appréciés. Ils y étaient aussi appliqués, par Poincaré et Picard, notamment. Bien sûr, les conversations qu'il eut avec ses collègues parisiens influèrent sur le travail de Lie⁽¹³⁾. Lorsqu'il fallut remplacer Kronecker comme membre correspondant étranger de l'Académie des sciences, c'est naturellement Sophus Lie qui fut élu, le 7 juin 1892, après un rapport de Poincaré.

En mars 1893, un des élèves de Lie, Georg Scheffers, était en visite à Paris. Il avait fait la connaissance d'Élie Cartan. Il écrivit à Lie, le 20 mars, pour lui dire que Cartan avait entrepris une thèse sur les travaux de Killing. La première note de Cartan fut présentée à l'Académie des sciences le 17 avril. Entretemps, sans doute, Lie vint lui-même à Paris où il passa environ trois semaines⁽¹⁴⁾. Il discuta avec les mathématiciens parisiens. Par exemple avec Tresse, qui finissait sa thèse et bien sûr avec Jules Tannery, qui s'occupait des élèves de l'É.N.S.⁽¹⁵⁾ Et avec Élie Cartan. En 1948, Cartan se souvenait d'un séjour de six mois [234, p. 255] (voir la citation ci-dessous). D'après Henri Cartan (voir [4]), c'est pour rencontrer Élie Cartan que Lie s'était rendu à Paris.. Cartan se souvenait avoir beaucoup parlé avec lui en avril. Sophus Lie fréquentait assidument le Café La Source, sur le boulevard Saint-Michel⁽¹⁶⁾, et c'est là qu'il discutait de mathématiques — notamment, notablement, avec Élie Cartan, qui se souvint⁽¹⁷⁾ :

En 1892 Sophus Lie vint passer six mois à Paris⁽¹⁸⁾, s'intéressant avec une grande bienveillance aux recherches que de jeunes mathématiciens français consacraient à la théorie des groupes. On pouvait le voir souvent avec eux autour d'une table du Café de la Source, boulevard Saint-Michel ; il n'était pas rare que le dessus de marbre blanc de la table fût couvert de formules au crayon que le maître écrivait pour illustrer l'exposé de ses idées.

⁽¹³⁾Voir [284, Chap. 6].

⁽¹⁴⁾D'après [350, p. 374].

⁽¹⁵⁾Ainsi, à la suggestion de Lie, Tannery écrivit à Mittag-Leffler le 18 juin pour lui proposer de publier la thèse de Tresse dans *Acta mathematica* (archives de l'Institut Mittag-Leffler). Ce qui fut fait [352].

⁽¹⁶⁾Ce café, comme beaucoup de ses semblables, a disparu depuis longtemps. Il y a aujourd'hui (2013) un supermarché à son emplacement.

⁽¹⁷⁾Dans [234].

⁽¹⁸⁾Voir la note 2. Malgré la précision qu'elles semblent comporter, les dates sont ce qui est le plus souvent erroné dans les souvenirs... mais il y a peu de doute que Lie ait effectivement écrit sur le marbre des tables du café.

Lie fut à nouveau invité à Paris en 1895 dans le cadre du centenaire de l'É.N.S.

Sophus Lie — le centenaire de l'É.N.S. — Galois

Je ne sais pas ce que Lie et Cartan se sont dit, ni s'ils se sont parlé cette fois-là, ni même si Cartan, qui était alors maître de conférences à Montpellier, est venu à Paris pour cette cérémonie. Je note pourtant que la fête eut lieu pendant les vacances de Pâques et qu'il y eut un bal auquel participèrent six mille quatre-vingt huit personnes. Il est donc vraisemblable que la plupart des anciens élèves étaient présents. Pour les mathématiciens (et pour les historiens), ce centenaire a eu une certaine importance, aussi vais-je me permettre une digression de quelques lignes. Il faut d'abord dire que peu de place est accordé aux mathématiques dans le livre du centenaire, et ceci pour une raison fort simple : au dix-neuvième siècle, la plupart des mathématiciens (et des scientifiques) français étaient passés plutôt par l'École polytechnique⁽¹⁹⁾. La tendance commençait à s'inverser, ainsi que le montre l'hommage rendu à Pasteur pendant la fête, ou encore le fait que, parmi les six mathématiciens membres de la section de géométrie de l'Académie des sciences, trois étaient des normaliens (Darboux, Picard, Appell⁽²⁰⁾). Et il faut ensuite ajouter qu'il y avait quand même eu, dans la période historique de la première moitié du siècle, un normalien mathématicien vraiment célèbre, Évariste Galois (ceci n'infirmes pas la remarque statistique précédente, puisque chacun sait que Galois était entré à l'É.N.S. par défaut, parce qu'il n'avait pas convaincu les examinateurs de l'École polytechnique⁽²¹⁾) qui, ainsi qu'on ne manqua pas de le remarquer, était encore élève à l'École lors de sa mort.

Pourquoi c'est à Sophus Lie que l'on demanda d'écrire un article, je ne le sais pas avec précision, mais il y a encore là deux faits à rappeler. D'une part il n'y avait pas d'ancien élève assez prestigieux pour en parler avec autorité. D'autre part, Lie était bien connu dans la maison à cause des élèves qu'il avait accueillis à Leipzig. Il finit son article le 17 novembre 1894 et l'envoya (le volume du centenaire était prêt pour les fêtes)⁽²²⁾. Puis il vint à Paris en avril.

⁽¹⁹⁾ Il y avait beaucoup d'anciens normaliens célèbres, notamment parmi les hommes politiques, mais ils étaient littéraires, comme Jean Jaurès et Jules Simon, à qui *le Figaro* donna la parole les 20 et 21 avril.

⁽²⁰⁾ Les trois autres, Hermite, Jordan, Poincaré, comme le secrétaire perpétuel Bertrand, étaient des polytechniciens.

⁽²¹⁾ Ou l'inverse...

⁽²²⁾ C'est l'article [316].

On ne lui demanda pas de donner de conférence, mais il y eut un banquet avec une cérémonie de toasts, au cours de laquelle Lie but « à l'École ».

Dans son article, Lie mit en lumière la grande portée de l'œuvre de Galois, et surtout l'application systématique des deux notions fondamentales de groupe et d'invariant.

L'importance de cette histoire pour les historiens se lit dans le volume de 1896 des *Annales scientifiques de l'École normale supérieure*⁽²³⁾. C'est là que parut le fameux article sur Galois de Paul Dupuy. Celui-ci avait d'abord pensé rédiger

une courte biographie comme annexe à l'étude purement scientifique que M. Sophus Lie a écrite [...] dans le livre du centenaire de l'École normale⁽²⁴⁾.

La thèse d'Élie Cartan

L'article de Leipzig est daté du 5 juin 1893, juste après le séjour de Lie à Paris, donc. La thèse a été vue et approuvée par le Doyen de la Faculté des sciences (qui était Gaston Darboux) et le Recteur le 15 mars 1894 et la soutenance eut lieu le 28 juin 1894. Cartan eut la modestie d'écrire qu'il n'avait eu à faire qu'un travail de mise au point des raisonnements de Killing. On va voir qu'il fit en réalité beaucoup plus. Le jury de la thèse était composé de Picard, Hermite et Appell. Dans l'allocution qu'il prononça quarante-cinq ans plus tard pour le jubilé d'Élie Cartan, Picard se souvenait avoir rencontré Cartan pour la première fois lors de sa soutenance — c'est pourtant lui qui avait transmis les deux notes de 1893 et il avait certainement vu Cartan parmi ses étudiants, peut-être d'assez haut (même si du bas de l'amphithéâtre) — en tout cas Élie Cartan avait suivi ses cours « avec admiration ». Le titre de la thèse était « Sur la structure des groupes de transformations finis et continus⁽²⁵⁾ » et le rapport, dû à Émile Picard qui, comme nous l'avons dit, s'intéressant particulièrement aux équations différentielles et à leurs groupes, connaissait bien les travaux de Sophus Lie, disait⁽²⁶⁾ :

⁽²³⁾ On le reconnaît sans mal dans les rayons des bibliothèques parce que c'est celui qui a été le plus lu. Je doute qu'aucune numérisation permette ce genre de connivence avec les lecteurs du passé.

⁽²⁴⁾ C'est l'article [262]. Pour tout ce paragraphe, j'ai utilisé le livre édité pour le centenaire et les souvenirs publiés ensuite [261, 348].

⁽²⁵⁾ C'est-à-dire, rappelons-le, de ce que nous appelons aujourd'hui des groupes de Lie de dimension finie. Je ne discute pas le sens du mot « structure », même s'il me semble assez proche du sens moderne.

⁽²⁶⁾ Ce rapport a été publié dans le recueil [276].

Le travail de M. Cartan se rapporte à un des points les plus intéressants de la théorie des groupes continus, celui de leur structure⁽²⁷⁾. Celle-ci dépend essentiellement, comme l'a montré M. Lie, de l'ensemble d'un système de constantes se présentant dans les identités fondamentales auxquelles satisfont les transformations infinitésimales. Dans diverses applications faites de la théorie des groupes au calcul intégral, c'est leur structure qui joue le rôle principal. Aussi a-t-on senti depuis longtemps le besoin d'en faire une étude approfondie. Cette étude, commencée par M. Lie, a fait l'objet de nombreux mémoires d'un géomètre distingué, M. Killing. Une lecture attentive de ces mémoires montra à M. Cartan que bien des raisonnements y étaient insuffisants et plusieurs théorèmes même inexacts tout au moins avec la généralité que leur donnait leur auteur⁽²⁸⁾. M. Cartan fut donc amené à reprendre complètement cette étude, et à rectifier ainsi et à compléter les recherches du géomètre allemand. Un des résultats les plus curieux de M. Killing est confirmé par M. Cartan. Il est relatif aux groupes simples, c'est-à-dire aux groupes n'admettant aucun sous-groupe invariant. M. Lie avait signalé autrefois quatre grandes classes de groupes simples ; il semblait qu'il dût y avoir un nombre indéfini d'autres classes. Celles-ci sont au contraire seulement au nombre de cinq (quant à leur structure bien entendu) et elles renferment respectivement 14, 52, 78, 133, et 248 paramètres. La seule vue de ces nombres singuliers fait pressentir à quelles dimensions minutieuses entraîne la question et la nécessité de retrouver par des voies diverses les mêmes résultats. Il ne nous paraît pas utile d'entrer ici dans des détails sur les méthodes employées par M. Cartan, ce qui ne pourrait se faire en peu de mots. Il nous suffira d'insister sur la grande importance de ce travail au point de vue de la connaissance plus intime des groupes de transformations ; c'est un mémoire qui sera fondamental sans aucun doute pour ceux qui voudront aborder dans le détail l'étude des équations différentielles au point de vue des théories de M. Lie. Il est très digne d'être accepté comme thèse par la Faculté.

Le vocabulaire et la façon d'introduire les notions ont changé — au cours de l'histoire que nous racontons dans ce livre. Qu'est-ce qu'un groupe, par

⁽²⁷⁾ Voir ci-dessous pour la terminologie. C'est bien de classification des algèbres de Lie qu'il est question. Note de M.A.

⁽²⁸⁾ Dans un rapport plus tardif, Poincaré [334] (voir ci-dessous) est nettement plus brutal :

C'était là un résultat d'une très haute importance ; malheureusement toutes les démonstrations étaient fausses.

Note de M.A.

exemple ? Sophus Lie lui-même, dans son article sur les travaux de Galois écrit en 1894 et dont nous avons parlé⁽²⁹⁾, dit :

Il n'est pas certain que la notion de groupe ait acquis dès à présent une forme définitive. — La définition la plus générale qu'on ait posée jusqu'ici est la suivante : *Un ensemble d'opérations forme un groupe si le produit de deux de ces opérations est équivalent à une seule opération appartenant à l'ensemble considéré.*

Si l'on remplace dans cet énoncé le mot *opération* par le mot spécial *transformation*, et le mot *produit* par le mot *succession*, on a une définition de la notion de groupe de transformations, qui est peut-être définitive.

Le langage venait, en partie, de la cristallographie. Par exemple, on utilisait les beaux mots « holoédrique » et « méridrique », comme Cartan le faisait encore lui-même dans les années 1930⁽³⁰⁾. Ce que Cartan appelait un « groupe continu fini » est ce que nous appelons aujourd'hui et en partie grâce à lui un groupe de Lie. « Continu » est par opposition à « discontinu » (discret) et « fini » veut dire « de dimension finie ». J'insiste : les groupes « continus » d'Élie Cartan sont différentiables (et l'utilisation de la structure différentielle est constante). Les groupes n'étaient pas des groupes abstraits mais toujours des « groupes de transformations » — bien souvent dans leur version « infinitésimale », comme on le voit dans le rapport de Picard (algèbre de Lie, donc) — ce qui n'empêchait pas de les classer. Comme le disent Chern et Chevalley⁽³¹⁾, dans la thèse de Cartan, la structure du groupe abstrait apparaît de façon explicite.

Lorsque Picard écrit qu'il n'y a que cinq classes, je ne sais pas exactement ce que les contemporains comprenaient. L'ajout « quant à leur structure bien entendu » devait clarifier les choses. La phrase est aujourd'hui parfaitement claire (et l'ajout semble presque un pléonasme) : les objets et les théorèmes étaient là avant que le formalisme idéal ait fini d'être inventé.

La conclusion du rapport de Picard va vers les applications. Ajoutons donc que, s'il y avait débat entre « point de vue artistique », théorie abstraite, d'une part et « applications » de l'autre, Cartan était complètement du côté de la théorie abstraite⁽³²⁾. Poincaré (qui avait utilisé et cité assez précisément un

⁽²⁹⁾ C'est [316].

⁽³⁰⁾ Dans un exposé au Séminaire Julia en février 1934, voir [22, Exposé 1-F] et ici le chapitre 17.

⁽³¹⁾ Dans leur article [251].

⁽³²⁾ L'appellation « Papa Cartan », de la part de Bourbaki, quarante ans plus tard, peut revêtir plus d'un sens...

des articles de Cartan⁽³³⁾ postérieurs à sa thèse) le dit dans la conclusion du rapport qu'il écrivit lorsque Cartan fut élu professeur à la Sorbonne⁽³⁴⁾ :

On voit que les problèmes traités par M. Cartan sont parmi les plus importants, les plus abstraits et les plus généraux dont s'occupent les Mathématiques ; ainsi que nous l'avons dit, la théorie des groupes est, pour ainsi dire, la Mathématique entière, dépouillée de sa matière et réduite à une forme pure.

Georges Humbert le répéta dans le rapport qu'il écrivit pour l'Académie des sciences en 1919 (voir page 148) et, trois ans plus tard, Émile Borel mit plus subtilement en valeur ces qualités d'abstraction... qui trouvent finalement à s'appliquer, même sans l'avoir cherché (voir page 150). Chern et Chevalley le répétèrent beaucoup plus tard⁽³⁵⁾ :

Whereas for Lie, the problem of classification consisted in finding all possible transformation groups on a given number of variables—a far too difficult problem in the present stage of mathematics as soon as the number of variables is not very small—for Killing and Cartan, the problem was to find all possible abstract structures of continuous groups; and their common efforts solved the problem completely for simple groups⁽³⁶⁾.

Le plus simple pour présenter le contenu de la thèse est de reprendre les termes du rapport de Picard et de préciser ce qu'il y dit.

– Les transformations infinitésimales. Appelons $\mathfrak{g}$ l'ensemble des transformations infinitésimales. De façon anachronique⁽³⁷⁾, j'appellerai ici $\mathfrak{g}$ une algèbre de Lie. Dire que le « groupe » est « fini », c'est dire que $\mathfrak{g}$ est un espace

⁽³³⁾ Voir page 48.

⁽³⁴⁾ Ce rapport a été publié par le journal *Acta mathematica* en 1921 [334], dans un volume d'hommage à Poincaré, à la suite du rapport que Poincaré avait écrit sur ses propres travaux. Comme l'explique Mittag-Leffler dans l'introduction du volume, la plus grande partie avait été imprimée avant la guerre, mais la parution a été retardée par cette guerre. En effet, l'impression des pages du rapport sur Cartan est datée du 12 août 1914.

⁽³⁵⁾ Toujours dans le superbe article [251].

⁽³⁶⁾ Alors que, pour Lie, le problème de la classification consistait à trouver tous les groupes de transformations d'un nombre donné de variables — un problème bien trop difficile dans l'état actuel des mathématiques dès que le nombre de variables n'est plus très petit — pour Killing et Cartan, le problème était de trouver toutes les structures abstraites de groupes continus possibles ; et leurs efforts communs résolurent complètement le problème pour les groupes simples.

⁽³⁷⁾ On dit que c'est Hermann Weyl qui obtint, vers 1935, que « groupe infinitésimal » devienne « algèbre de Lie ». La terminologie était déjà bien acceptée lors du séminaire Julia en 1936–37 où trois exposés sur les algèbres de Lie (sous ce nom) et leurs représentations furent donnés. Voir [22, Exposés 4-I, J, K].

vectoriel de dimension finie (notée n , ici). Dans la thèse de Cartan, le corps de base est le corps $\mathbf{C}$ des nombres complexes.

– Un système de constantes. Elles sont définies par les crochets des éléments $X_1, \dots, X_n$ d'une base de $\mathfrak{g}$,

$$[X_i, X_j] = \sum_k a_{ij}^k X_k.$$

Les propriétés

$$[X, Y] = -[Y, X] \quad \text{et} \quad [[X, Y], Z] + [[Y, Z], X] + [[Z, X], Y] = 0$$

(anti-commutativité et identité de Jacobi) se traduisent, pour ces n^3 constantes, par les conditions

$$a_{ij}^k = -a_{ji}^k \quad \text{et} \quad \sum_m (a_{ij}^m a_{km}^h + a_{jk}^m a_{im}^h + a_{ki}^m a_{jm}^h) = 0.$$

Quelles familles a_{ij}^k satisfaisant à ces conditions sont effectivement associées à un « groupe infinitésimal », voilà une façon de poser la question de la classification.

– Les quatre grandes classes d'algèbres de Lie simples signalées par Lie. Ce sont les A_r , B_r , C_r et D_r , selon la terminologie venue de Killing (qui parlait de « système A , B , etc. ») et perfectionnée par Élie Cartan, respectivement les algèbres de Lie des groupes⁽³⁸⁾ complexes $\mathrm{SL}(r+1; \mathbf{C})$, $\mathrm{SO}(2r+1; \mathbf{C})$, $\mathrm{Sp}(2r; \mathbf{C})$, $\mathrm{SO}(2r; \mathbf{C})$. Le r qui apparaît dans ces noms de groupes, le même que celui qui est en indice dans A_r , etc., est la « rang » du groupe (voir ci-dessous).

– Les autres classes. Il s'agit de ce que l'on appelle les algèbres de Lie exceptionnelles, G_2 , F_4 , E_6 , E_7 et E_8 , de dimensions respectives 14, 52, 78, 133 et 248. Le fait qu'il devait exister d'autres algèbres de Lie simples que celles de la liste précédentes avait été découvert par Killing, mais, comme cela a déjà été dit, il y avait pas mal d'erreurs dans ses démonstrations. Qu'il ait vraiment construit les algèbres de Lie (et montré que c'étaient bien des algèbres de Lie) n'est pas complètement certain. Plus grave, il avait peut-être trouvé deux structures différentes en dimension 52, celles qu'il avait appelées IVE et IVF (les chiffres romains IV, 4, représentent le rang) dont Cartan montra qu'elles étaient isomorphes, et qu'il nota F_4 . Cartan construisit ces algèbres de Lie et donna des démonstrations complètes.

⁽³⁸⁾ Les noms de ces groupes de matrices (spécial linéaire, spécial orthogonal, symplectique), se sont imposés plus tard. En particulier, « symplectique » (pour Sp) a été inventé par Hermann Weyl en 1939, dans son livre [375].

Les méthodes. Killing avait considéré, pour tout $X \in \mathfrak{g}$, l'application linéaire

$$\begin{aligned} \mathrm{ad}(X) : \mathfrak{g} &\longrightarrow \mathfrak{g} \\ Y &\longmapsto [X, Y] \end{aligned}$$

(qu'on n'appelait pas encore la « représentation adjointe », mais le plus simple est d'utiliser cette terminologie et la notation qui va avec) et son polynôme caractéristique. Considérons les coefficients de ce polynôme.

– D'abord le déterminant est nul : puisque $[X, X] = 0$, $\mathrm{ad}(X)$ a toujours la valeur propre 0.

– Sur la sous-algèbre $[\mathfrak{g}, \mathfrak{g}]$, la trace $\psi_1(X)$ de $\mathrm{ad}(X)$ est nulle (une application du fait que $\mathrm{tr}(AB) = \mathrm{tr}(BA)$).

– Le terme suivant dans le polynôme caractéristique, coefficient de λ^{n-2} (si $n = \dim \mathfrak{g}$), est une forme quadratique en X , traditionnellement notée $\psi_2(X)$.

Ici il n'y a pas de reformulation de résultats dus à Killing. C'est Élie Cartan qui eut l'idée d'utiliser la forme ψ_2 (même si on l'appelle aujourd'hui « forme de Killing »⁽³⁹⁾). Les premiers résultats sont

- que l'algèbre de Lie est semi-simple si et seulement si cette forme quadratique est non dégénérée,
- qu'elle est résoluble si et seulement si la forme quadratique est nulle.

C'est grâce à cette forme que les résultats de classification sont obtenus.

Soit $H \in \mathfrak{g}$ un élément « régulier », c'est-à-dire tel que la multiplicité de la valeur propre 0 pour $\mathrm{ad}(H)$ soit la plus petite possible. Cartan introduit

$$\mathfrak{h} = \{a \in \mathfrak{g} \mid \mathrm{ad}(H)^m(a) = 0 \text{ pour un certain } m\}.$$

C'est une sous-algèbre de Lie, qu'on appelle aujourd'hui une sous-algèbre de Cartan. Elle est toujours nilpotente. C'est dire que tous les crochets

$$[[[a_1, a_2], a_3], \dots, a_k]$$

sont nuls pour k assez grand. Quand $\mathfrak{g}$ est semi-simple, $\mathfrak{h}$ est même abélienne. Si l'algèbre de Lie $\mathfrak{h}$ elle-même dépend de l'élément régulier H choisi pour la définir, sa dimension n'en dépend pas. On appelle cette dimension le rang de l'algèbre de Lie.

Dans l'écriture $A_r, B_r, C_r, D_r, G_2, F_4, E_6, E_7, E_8$, l'indice est le rang. Par exemple, dans le cas de A_r , c'est-à-dire lorsque $\mathfrak{g} = \mathfrak{sl}(r+1)$, si les valeurs propres de $H \in \mathfrak{g}$ sont $\lambda_1, \dots, \lambda_{r+1}$, celles de $\mathrm{ad}(H)$ sont les $\lambda_i - \lambda_j$ et dire que H est régulier est donc simplement dire qu'il a toutes ses valeurs propres distinctes. La sous-algèbre de Cartan associée à une matrice diagonale à valeurs propres distinctes H est la sous-algèbre de toutes les matrices diagonales. Sa dimension est bien r (la trace est nulle).

⁽³⁹⁾ Au cours de ce livre, nous rencontrerons d'autres exemples de ce type d'attribution.

Dans le cas semi-simple, puisque $\mathfrak{h}$ est abélienne, les $\text{ad}(a)$ sont simultanément diagonalisables. L'algèbre de Lie $\mathfrak{g}$ possède donc une base formée de vecteurs propres communs à tous les éléments de $\mathfrak{h}$. La relation

$$[a, X_i] = \alpha_i(a)X_i$$

définit les « racines » de l'algèbre de Lie $\mathfrak{g}$, des éléments du dual $\mathfrak{h}^*$, dont les positions relatives permettent la classification des algèbres de Lie semi-simples complexes.

Le terme « racine » (Wurzel) est dû à Killing : $\alpha_i(a)$ est une valeur propre de $\text{ad}(a)$, donc une racine du polynôme caractéristique de $\text{ad}(a)$.

Les nombres

$$2 \frac{\alpha_i \cdot \alpha_j}{\alpha_i \cdot \alpha_i}$$

sont des entiers que Cartan appelait les « entiers fondamentaux ». Ils constituent ce que l'on appelle aujourd'hui une « matrice de Cartan » du système de racines. Si ces nombres ont bien été utilisés par Cartan, la matrice a pris son nom beaucoup plus tard. Le « groupe de Weyl » a lui aussi été nommé plus tard, bien entendu (l'année de la thèse de Cartan, Weyl avait neuf ans), pourtant il avait été considéré par Killing et Cartan. Les transformations de $\mathfrak{h}^*$ qui préservent le système de racines peuvent être considérés comme appartenant au groupe de Galois du polynôme caractéristique. Mais c'est Weyl qui montra que ce groupe est engendré par des réflexions... Nous y reviendrons au chapitre 11.

★

Qu'il me soit permis, en terminant, d'exprimer à M. Sophus Lie toute ma reconnaissance pour l'intérêt qu'il a bien voulu porter à mes recherches

écrivit Élie Cartan à la fin de l'introduction de sa thèse⁽⁴⁰⁾. Il semble que Cartan ne rencontra jamais Lie qu'à Paris. Le 8 juillet 1930, Friedrich Engel écrivit à Cartan. Il se réjouissait d'avoir enfin pu le rencontrer personnellement : il était venu à Paris quelques semaines plus tôt (pour la Pentecôte), Cartan était allé l'attendre à la gare, et ils avaient passé au moins une après-midi ensemble⁽⁴¹⁾... Ce qui laisse entendre que Cartan n'était pas allé à Leipzig au temps de Lie.

Pour conclure ce chapitre, citons J.H.C. Whitehead⁽⁴²⁾ :

His thesis is the basis for most of the subsequent work on Lie algebras.

⁽⁴⁰⁾[46, pp. 10-11].

⁽⁴¹⁾Fonds Élie Cartan, archives de l'Académie des sciences.

⁽⁴²⁾Dans [376].

CHAPITRE 3

MAÎTRE DE CONFÉRENCES « DANS LES UNIVERSITÉS RÉGIONALES »

Après sa thèse, et le poste d'agrégé-répétiteur à l'É.N.S., Élie Cartan fut nommé maître de conférences à Montpellier. À cette époque, la carrière d'un mathématicien se déroulait ainsi :

professeur de lycée en province → à Paris → maître de conférences en province (passage par diverses universités plus ou moins cotées) → professeur d'université en province → maître de conférences à la Sorbonne → professeur à la Sorbonne

avec possibilité de sauter telle ou telle étape. Élie Cartan sauta donc les cases « professeur de lycée » (mais la plupart de ses collègues y étaient passés, Jacques Hadamard notamment). L'étape

professeur d'université en province → maître de conférences à la Sorbonne

qui serait aujourd'hui impossible, était rendue possible par le fait qu'il existait (de façon institutionnelle) deux corps d'enseignants à l'université (en province/à Paris) : avant d'arriver à Paris, on était membre de la « liste de classement des professeurs des Facultés des sciences des départements ». Bien entendu, aucune des flèches n'était réversible (même si ce n'était sans doute pas strictement impossible, je ne connais pas d'exemple de professeur à la Sorbonne devenu maître de conférences en province⁽¹⁾) et le but ultime de tout un chacun était bien la case « professeur à la Sorbonne ».

⁽¹⁾Je connais un exemple de professeur dans une université de province devenu maître de conférences dans une autre université de province, mais c'était cinquante ans plus tard et une sanction (une épuration douce).

Montpellier et Lyon

Pour Cartan, la province commença à Montpellier en 1894. C'est en 1896 qu'il fut nommé à Lyon. Je ne sais pas si c'était une promotion — mais ça le rapprochait de sa famille dauphinoise.

Dans ce chapitre, il va être surtout question de ses travaux mathématiques. Ajoutons quand même quelques mots sur sa vie.

Amis... Célibataire, Cartan a passé des vacances avec des amis, par exemple en randonnées dans les Alpes avec Léopold Leau, un de ses camarades de promotion, vers 1896. Dans une lettre du 5 juin 1924, à propos des Rousses, Leau devait se souvenir :

tu te rappelles que nous y avons passé en septembre 1896 si je ne fais erreur⁽²⁾.

Il a certainement été touché par la mort prématurée (à trente et un an, d'une mauvaise grippe !) en 1900 de Jules Beudon. Beudon était un normalien de la promotion de 1890 à l'É.N.S. Cartan avait donc pu le connaître dans cette école. Il était passé, lui aussi, par la classe de Lacour à Janson, et il avait bénéficié d'un séjour à Leipzig avec Lie. Bien que professeur de lycée, Beudon, qui avait passé sa thèse en 1896, continuait à travailler sur les équations différentielles. Sa mort et ses travaux sont signalés dans un des articles de Cartan de cette époque⁽³⁾.

Signalons aussi que, à Lyon, il retrouva Ernest Vessiot, qui avait été lui aussi un des élèves de l'É.N.S. envoyés à Leipzig pour travailler avec Lie et qui passa les années 1895 à 1910 à l'université de Lyon.

Les systèmes de nombres complexes

Dans la suite de ses travaux sur les groupes et algèbres de Lie, Cartan a consacré du temps à l'étude des algèbres associatives (qu'il appelait « systèmes

⁽²⁾... mais c'était trente ans après... et il se fit nostalgique

Mais nous retrouverons-nous jamais à nous deux, comme jadis, avec de bons camarades pour ces voyages merveilleux qui enchantaient nos yeux, notre imagination, fatiguaient le corps et reposaient l'esprit et nous faisaient vivre en amicale camaraderie ? Hélas ! Il n'a pas neigé que sur les Alpes

Fonds Élie Cartan, archives de l'Académie des sciences.

⁽³⁾Il s'agit de [56].

de nombres complexes »⁽⁴⁾, avant qu'elles portent le nom de « systèmes hypercomplexes ». Ses résultats ont fait l'objet de deux notes aux Comptes rendus et d'un article⁽⁵⁾. Les résultats les plus généraux sont aujourd'hui connus sous le nom de « théorème de Wedderburn ». Au début de son article de 1908⁽⁶⁾, J.H. Maclagan Wedderburn décrit très clairement les situations relatives de ces travaux :

The object of this paper is in the first place to set the theory of hypercomplex numbers on a rational basis. The methods usually employed in treating the parts of the subject here taken up are, as a rule, dependent on the characteristic equation, and are for this reason often valid only for a particular field or class of fields. Such, for instance, are the methods used by Cartan in his fundamental and far-reaching memoir, *Sur les groupes bilinéaires et les systèmes hypercomplexes*. It is true that the methods there used are often capable of generalisation to any field; but I do not think that this is by any means always the case⁽⁷⁾.

Et il précise, un peu plus bas :

Most of the results contained in the present paper have already been given, chiefly by Cartan and Frobenius, for algebras whose coefficients lie in the field of rational numbers; and it is probable that many of the methods used by these authors are capable of direct generalisation to any field⁽⁸⁾.

Comme l'écrivit, des années après, J.H.C. Whitehead⁽⁹⁾ :

The methods which Wedderburn (1908) used in proving his theorem are more suitable than Cartan's to the problem of linear associative

⁽⁴⁾La terminologie avait été employée par Poincaré, dans [330], avec d'autres que Cartan ne conserva pas, comme « faisceau » (pour groupe).

⁽⁵⁾Ce sont [52, 53] et [54].

⁽⁶⁾C'est-à-dire [358].

⁽⁷⁾Le but de cet article est de poser la théorie des systèmes de nombres hypercomplexes sur une base rationnelle. Les méthodes utilisées d'habitude pour traiter les parties du sujet considérées ici dépendent, en général, de l'équation caractéristique et, pour cette raison, ne sont souvent valables que pour un corps ou une famille de corps particuliers. Il en est ainsi, par exemple, des méthodes utilisées par Cartan dans son article d'une portée considérable, *Sur les groupes bilinéaires et les systèmes hypercomplexes*. Il est vrai que les méthodes utilisées sont souvent susceptibles d'être généralisées à un corps quelconque, mais je ne crois pas que ce soit, de loin, toujours le cas.

⁽⁸⁾La plupart des résultats contenus dans le présent article ont déjà été donnés, principalement par Cartan et Frobenius, pour des algèbres dont les coefficients sont dans le corps des nombres rationnels; et il est probable que beaucoup des méthodes utilisées par ces auteurs sont susceptibles de généralisation directe à un corps quelconque.

⁽⁹⁾Dans sa notice obituaire sur Élie Cartan [376].

algebra. Indeed, this paper of Wedderburn's is one of the outstanding contributions to the subject and it is reasonable to associate the theorem with his name. But the fundamental importance of Cartan's paper (13), which Wedderburn duly acknowledged, should not be forgotten⁽¹⁰⁾.

Un théorème de Wedderburn, finalement, donc, mais pourquoi Cartan s'est-il intéressé à cette question ? La motivation est-elle venue d'un article de Poincaré en 1884 comme Cartan l'a écrit beaucoup plus tard dans sa notice⁽¹¹⁾ ? La référence ne figure en tout cas ni dans les deux notes, ni dans l'article qu'il a consacré à cette question. Peut-être est-ce une justification a posteriori, parce que Poincaré a utilisé les résultats de Cartan dans un article ultérieur⁽¹²⁾. L'idée semble assez naturelle quand on a obtenu de si beaux résultats sur les groupes et algèbres de Lie en utilisant l'application linéaire $\text{ad}(a)$ et son polynôme caractéristique : il s'agit d'étudier une algèbre associative A en utilisant l'application linéaire de multiplication par a :

$$\begin{aligned} A &\longrightarrow A \\ x &\longmapsto ax \end{aligned}$$

(à gauche ou à droite).

Sur les nombres complexes, les algèbres simples sont des algèbres de matrices, toute algèbre est somme d'algèbres simples et d'une algèbre nilpotente (dont tous les éléments ont une puissance nulle), ainsi l'a montré Cartan, qui a aussi adapté ces résultats au cas des algèbres sur les nombres réels.

Comme nous l'avons déjà dit, des résultats analogues ont aussi été obtenus indépendamment par Frobenius, utilisés par Poincaré en 1903 et... dépassés par Wedderburn en 1908⁽¹³⁾. Bizarrement, si Frobenius et Poincaré sont bien cités dans la notice de Cartan, écrite en 1931, il n'y est absolument pas fait mention de Wedderburn⁽¹⁴⁾. Il semble difficile d'imaginer que Cartan ignorait

⁽¹⁰⁾Les méthodes utilisées par Wedderburn pour démontrer son théorème sont mieux adaptées que celles de Cartan au problème de l'algèbre linéaire associative. En effet, l'article de Wedderburn est une des contributions les plus remarquables au sujet et il est raisonnable que le théorème porte son nom. Mais l'importance fondamentale de l'article de Cartan, que Wedderburn a reconnue, ne doit pas être oubliée.

⁽¹¹⁾Et plus précisément dans [237, p. 36], à propos d'une note [330] de Poincaré en 1884.

⁽¹²⁾En 1903 dans [333].

⁽¹³⁾Il est difficile d'éviter de signaler ce qui suit, même si ça ne prouve pas grand chose. Dans l'exemplaire de la bibliothèque de l'I.H.P. des Œuvres complètes d'Élie Cartan, qui figure sur les rayons de cette bibliothèque depuis sa parution, les pages correspondant aux articles [52, 53, 54] n'avaient pas été coupées, soixante ans après (lorsque je consultai ce volume le 26 mars 2014).

⁽¹⁴⁾Il n'en est d'ailleurs pas question non plus dans le paragraphe correspondant [4, §2.12. Cartan's work on algebras] de la biographie soviétique.

ses travaux. Pourtant, lorsque, en décembre 1933 et janvier 1934, de Possel et Dieudonné firent, dans le séminaire Julia, des exposés sur « Grandeurs idempotentes » (11 décembre 1933) et « Algèbres de matrices » (15 janvier 1934), ils utilisèrent, citèrent Wedderburn⁽¹⁵⁾ mais pas Cartan. Celui-ci intervint dans la discussion qui suivit l'exposé de Dieudonné :

M. Cartan demande si Wedderburn considérait dans son mémoire des systèmes aussi généraux que ceux dont il a été question dans l'exposé. Il rappelle qu'en 1898 il a étudié les systèmes hypercomplexes construits à partir de l'algèbre des nombres ordinaires et a ainsi démontré le théorème de Wedderburn dans un cas particulier⁽¹⁶⁾.

Il semble donc bien qu'il n'ait découvert le contenu de l'article de Wedderburn qu'en 1933-34...

La même année que la parution de l'article de Wedderburn dans les *Proceedings* de la *London mathematical society*, Élie Cartan écrivait un chapitre de l'« Encyclopédie » sur cette question. Il s'agissait en principe de la traduction d'un article de Study, mais celui-ci avait quadruplé de volume durant l'opération, on peut donc bien parler d'un article de Cartan.

Une digression : l'Encyclopédie

Une digression sur l'*Encyclopédie des sciences mathématiques* s'impose. Il s'agit de l'édition française, « rédigée et publiée d'après l'édition allemande sous la direction de Jules Molk », de l'*Encyclopädie der Mathematischen Wissenschaften mit Einschuss ihrer Anwendungen, Herausgegeben im Auftrage* (sous les auspices) *des Akademien des Wissenschaften zu Göttingen, Leipzig, München und Wien, so wie unter Mitwirkung zahlreicher Fachgenossen*⁽¹⁷⁾, engagée sous la direction de Felix Klein.

Cette publication était conçue comme une œuvre de collaboration internationale mais l'édition française est la seule non-allemande qui soit parue. Encore s'interrompt-elle définitivement en 1916, en raison de la guerre. En anticipant légèrement sur le chapitre 5, voici un exemple de coopération internationale brutalement et surtout durablement interrompue.

⁽¹⁵⁾Présentant d'ailleurs une démonstration du « théorème de Wedderburn » due à Emil Artin [8].

⁽¹⁶⁾Weil remarqua alors « que la généralisation des systèmes hypercomplexes considérés par M. Cartan était nécessaire pour leur application à l'Arithmétique. Encore un exemple d'études dans un domaine qui ont leur répercussion dans un autre ». Archives du Séminaire Julia, bibliothèque de l'I.H.P.

⁽¹⁷⁾sous les auspices des académies des sciences, etc., avec la collaboration de nombreux savants

Le maître d'œuvre de cette édition française était Jules Molk, professeur à Nancy depuis 1890. Ce Strasbourgeois avait fait ses études à Zurich et à Berlin (suivant les cours de Weierstrass et de Kronecker, notamment⁽¹⁸⁾), il avait beaucoup de liens avec les mathématiciens allemands. Il consacra bientôt tout son temps à cette entreprise, comme il l'écrivit dès 1901 à Mittag-Leffler. Il fit paraître lui-même, dès 1904, un premier fascicule sur l'arithmétique écrit avec Jules Tannery. Il va sans dire qu'il demanda l'aide de ses collègues, et en particulier de ses collègues nancéiens. Ainsi Cartan se lança-t-il dans la « traduction » de l'article de Study.

Revenons donc à cet article. Le titre complet en est

« Nombres complexes »

Exposé, d'après l'article allemand de E. Study (Bonn) par É. Cartan (Nancy)

et c'est un article de cent quarante pages (l'original, paru en 1899, n'avait que trente-neuf pages). Il cite abondamment des auteurs allemands (Hankel, Study et surtout Frobenius), anglais (Hamilton, Cayley, Sylvester, Clifford) et même américain (Peirce⁽¹⁹⁾), mais pas Wedderburn (Écossais vivant aux États-Unis). L'article est, comme on peut s'y attendre, encyclopédique. Avant les algèbres associatives, il traite assez longuement (sur une quinzaine de pages) de l'algèbre de Grassmann, dont il n'était absolument pas question dans l'article de Study. Nous en reparlerons, au chapitre 6, à propos des formes différentielles.

Cartan écrivit un autre article pour l'Encyclopédie, sur la théorie des groupes de Lie et la géométrie, mais cet article (de cent trente-cinq pages — là encore, la « traduction » avait fait beaucoup grossir l'original, qui ne faisait « que » quatre-vingt-seize pages) ne parut jamais entièrement : en 1915, la collaboration internationale cessa et il ne fut plus question de l'Encyclopédie de Felix Klein⁽²⁰⁾. Seules vingt et une pages sortirent des presses (l'Encyclopédie paraissait en fascicules). Le texte complet ne fut publié que, quarante ans plus tard, dans les Œuvres complètes d'Élie Cartan⁽²¹⁾.

⁽¹⁸⁾ Ami de Mittag-Leffler, il lui écrivit de longues lettres, à partir de 1880-81, lui expliquant en détail les cours de Weierstrass et de Kronecker (son préféré). Archives, Institut Mittag-Leffler.

⁽¹⁹⁾ C'est peut-être Benjamin Peirce qui a le premier utilisé les termes *linear associative algebra*.

⁽²⁰⁾ Nous y reviendrons lorsque nous parlerons de la guerre de 1914–1918 au chapitre 5.

⁽²¹⁾ Les épreuves de l'imprimeur, soigneusement corrigées, étaient restées dans les tiroirs d'Élie Cartan... Fonds Élie Cartan, archives de l'Académie des sciences.

À Nancy

Élie Cartan est arrivé à Nancy en 1903. En 2003, les mathématiciens nancéiens, qui travaillent dans un laboratoire qui porte son nom (depuis 1995), organisèrent une petite fête pour célébrer ce centenaire. Il en reste quelques textes écrits, notamment un article d'André Renaud sur l'environnement scientifique qu'Élie Cartan trouva à Nancy⁽²²⁾. Cet article est une des bases de ce paragraphe.

C'est son ancien professeur de mathématiques spéciales, Lacour, qu'Élie Cartan remplaça à Nancy. Il fut chargé du cours de calcul différentiel et intégral le 1^{er} août 1903, puis nommé professeur le 1^{er} novembre 1904.

En 1903, Nancy était très proche de la frontière avec l'Allemagne, elle était devenue, depuis 1870, la capitale de l'est de la France et faisait en quelque sorte office de vitrine de la culture française, comme le montrent par exemple la fondation et l'essor de l'« Association de l'École de Nancy » (mouvement de l'« art nouveau ») en 1901. Ce rayonnement toucha aussi l'université, et en particulier les sciences. Lorsque Cartan arriva à Nancy, il y avait dix professeurs de physique et de sciences naturelles et trois (autres) professeurs de mathématiques. Ces professeurs étaient deux anciens normaliens spécialistes des équations différentielles, Gustave Floquet (qui devint doyen en 1905) et Henri Vogt, et Jules Molk, dont il a été question parce qu'il publiait la version française de l'« Encyclopédie ».

Outre les professeurs de l'université, il y avait ceux du lycée de Nancy⁽²³⁾, les deux communautés étaient moins séparées qu'aujourd'hui, ne serait-ce que parce que beaucoup de professeurs d'université avaient enseigné dans des lycées. Vogt, par exemple, avait enseigné dans ce lycée. Inversement, un des professeurs du lycée, Alphonse Hervieux, donnait des cours à l'université. Il y avait aussi les grandes écoles, l'Institut électrotechnique, l'Institut de chimie, notamment. Là encore, il n'y avait pas de séparation : les professeurs de l'université enseignaient dans ces écoles (Vogt fut même directeur de l'Institut électrotechnique) et ce fut le cas de Cartan. La correspondance conservée d'Élie Cartan contient des lettres du président de l'Association amicale des anciens élèves de l'IEN qui, aussi tardivement qu'en 1929, invitait Cartan à un déjeuner au Marguery⁽²⁴⁾.

⁽²²⁾[336].

⁽²³⁾Qui, bien sûr, ne portait pas encore le nom d'Henri Poincaré (ce serait le cas aussitôt après la mort d'Henri Poincaré, en 1913).

⁽²⁴⁾Au coin de la rue d'Hauteville et du boulevard Bonne-Nouvelle, un restaurant et un endroit assez chics, à cette époque.

À ceci il faut ajouter la vie de famille, bien sûr, puisque Cartan était maintenant chargé de famille : ses deux fils aînés, Henri et Jean, naquirent à Nancy, en 1904 et 1906. Nous y reviendrons au chapitre 8. Signalons quand même que les témoins qui accompagnèrent Élie Cartan déclarer la naissance de son fils Henri, en juillet 1904, étaient Gustave Floquet et Lucien Chanzy, un ancien normalien que Cartan avait pu connaître lorsqu'il était étudiant, et qui était professeur au lycée.

CHAPITRE 4

À PARIS... LES ARTICLES DE 1913 ET 1914

En 1910, Élie Cartan fut donc nommé à la Sorbonne.

La Société mathématique de France

Il s'intégra sans mal à la vie mathématique parisienne, comme en témoigne son activité à la Société mathématique de France. Il était membre de la Société depuis le 4 mars 1896, où sa candidature avait été présentée par Picard et Koenigs. Au fil des cahiers « Vie de la Société » que le *Bulletin* de cette société publiait, on le voit participer à la discussion après une communication, sur les surfaces réglées (le 11 mai 1910) ou sur les potentiels des accélérations (le 10 janvier 1912), donner lui-même des communications, sur les invariants différentiels des développables isotropes (le 23 novembre 1910), sur les caractéristiques de certains systèmes d'équations aux dérivées partielles (le 20 décembre 1911), sur les groupes de transformation de contact et la cinématique nouvelle (le 24 janvier 1912), sur la composition des forces (le 17 décembre 1913), sur certaines familles naturelles de courbes (le 14 janvier 1914)⁽¹⁾. Ce qui s'accompagne de prise de responsabilité administrative, puisque Élie Cartan est élu membre du Conseil de la Société dès son arrivée en 1910, qu'au début de 1911 il est un des deux secrétaires (l'autre est Paul Montel), puis au début de 1914 un des quatre vice-présidents, avant de devenir président en 1915, et de redevenir membre du conseil (le mandat présidentiel était d'un an) jusqu'en 1919.

⁽¹⁾Quatre de ces communications ont fait l'objet d'articles publiés dans les cahiers « Vie de la Société » correspondants, ce sont [76, 77, 78, 83].

Les « comités de rédaction »

L'année de sa nomination comme professeur à la Sorbonne (1912), le nom d'Élie Cartan apparaît dans la liste des membres du comité de rédaction des *Annales scientifiques de l'École normale supérieure*. D'abord « E. Cartan » (tout court), puis l'année suivante « E. Cartan, Professeur à la Sorbonne ». Je ne sais pas exactement quelles étaient les charges pesant sur ces membres : je n'ai pas vu de correspondance liée à cette activité dans les archives Cartan (alors qu'il y a des lettres recommandant (ou pas) des articles pour les *Annales de Toulouse*, par exemple). Mais la position était certainement honorifique : en 1914, par exemple, ce comité comportait onze mathématiciens, dont cinq « membres de l'Institut » (Appell, Darboux, Hadamard, Painlevé, Picard), quatre « professeurs à la Sorbonne » (Borel, Cartan, Goursat, Koenigs), plus Lebesgue et Vessiot, nommés sans titre. La situation est analogue pour les sciences physiques et pour les sciences naturelles.

Noter que les autres journaux français ne contiennent pas d'indications de « Comités de rédaction » :

- Le *Journal de mathématiques pures et appliquées*, qui a commencé comme journal « de Liouville » est le journal « de Jordan » c'est-à-dire, dit sa première page, « publié par Camille Jordan, avec la collaboration de G. Humbert et E. Picard ».

- Le *Bulletin des sciences mathématique* est
 rédigé par MM. G. Darboux et É. Picard
 avec la collaboration de
 MM. Appell, E. Cartan, J. Drach, P. Duhem, C. Guichard,
 J. Hadamard, G. Koenigs, Er. Lebon, S. Rindi, H.G. Zeuthen, etc.

(ceci en 1914, là aussi le nom de Cartan est apparu en 1912).

- Le *Bulletin de la Société mathématique de France* est « publié par les secrétaires », ce qui, outre le mettre hors de la coupe de Picard⁽²⁾, en fait un journal un peu plus démocratique : Cartan par exemple a, comme nous l'avons vu, été secrétaire de la SMF avant d'être nommé professeur.

Les articles de 1913 et 1914

J.H.C. Whitehead le dit :

XX

⁽²⁾... dont on aura remarqué la forte présence. Sur le pouvoir de ce « pontife », voir [12, p. 190].

XX voir Helgason.

XX

L'article de 1913 porte le titre « Les groupes projectifs qui ne laissent invariante aucune multiplicité plane »⁽³⁾. Ces groupes sont projectifs, c'est dire que ce sont des sous-groupes du groupe projectif. Bien que Cartan n'emploie pas ce mot, il s'agit donc de représentations linéaires. L'absence de multiplicité plane (c'est-à-dire de sous-espace) correspond à l'irréductibilité de ces représentations. Le résultat principal de cet article est qu'une telle représentation est déterminée par son poids dominant, qui est de multiplicité 1. Ce qui sous-entend que Cartan a aussi inventé poids, poids dominant, plus haut poids... Les poids de la représentation sont, comme les racines, qu'ils généralisent, ses valeurs propres, dans le sens précis que voici – et dans des notations modernisées.

Considérons une algèbre de Lie $\mathfrak{g}$ semi-simple complexe et une représentation linéaire ρ de $\mathfrak{g}$ sur un espace vectoriel E . On choisit une sous-algèbre de Cartan $\mathfrak{h}$ de $\mathfrak{g}$. Un élément μ de $\mathfrak{h}^*$ est un *poids* de ρ s'il existe un vecteur v non nul dans E tel que

$$\forall h \in \mathfrak{h}, \quad \rho(h)(v) = \mu(h)v.$$

Par exemple, les poids de la représentation adjointe sont les racines. Les vecteurs propres associés au poids μ sont dits *vecteurs de poids* de μ et forment un sous-espace vectoriel E_μ .

Choisissons maintenant une base $(\alpha_1, \dots, \alpha_r)$ de $\mathfrak{h}^*$ formée de racines et définissons la relation entre poids

$$\mu_1 \succcurlyeq \mu_2 \Leftrightarrow \mu_1 - \mu_2 = a_1\alpha_1 + \dots + a_r\alpha_r \text{ avec } a_i \geq 0 \text{ pour } 1 \leq i \leq r.$$

C'est une relation d'ordre. Un *poids dominant* est un plus grand élément pour cette relation.

Cartan démontre qu'une représentation irréductible possède un unique poids dominant. Et aussi que, si deux représentations irréductibles ρ_1 et ρ_2 dans des espaces E_1 et E_2 ont le même poids dominant, alors elles sont semblables au sens où il existe un isomorphisme $\varphi : E_1 \rightarrow E_2$ tel que

$$\forall x \in \mathfrak{g}, \quad \rho_2(x) \circ \varphi = \varphi \circ \rho_1(x).$$

Cartan considère également, pour chaque racine α , une transformation $S_\alpha : \mathfrak{h}^* \rightarrow \mathfrak{h}^*$ – et l'effet de ces transformations sur les poids. En termes complètement anachroniques, il s'agit de générateurs du groupe de Weyl. Cartan démontre que, si deux poids sont transformés l'un en l'autre par ce groupe, alors les espaces de poids qui leur sont associés ont la même dimension.

⁽³⁾Il s'agit de [79].

Au cours de son travail sur la classifications des représentations linéaires des algèbres de Lie, Cartan découvrit les représentations « spin » des algèbres de Lie orthogonales. Citons encore Jacques Hadamard⁽⁴⁾ :

En 1913, Élie Cartan, un des premiers d'entre les mathématiciens français, pensa à une remarquable classe de transformations analytiques et géométriques en relation avec la théorie des Groupes. Aucune raison n'apparaissait à cette époque pour envisager ces transformations, sauf leur caractère esthétique. Or quinze ans plus tard, des expériences révélèrent aux physiciens les phénomènes étonnants concernant l'électron ; ils ne purent les comprendre que grâce aux idées que Cartan avait eues en 1913.

Dans son souci de démonstration, Hadamard exagère un peu : l'aspect esthétique de la découverte des spinneurs est dans la complétude de la classification, ce qui lui enlève le côté gratuit que semble lui donner ce commentaire. Il n'en reste pas moins qu'il s'agit d'une découverte mathématique dont la physique aura besoin plus tard, lorsqu'elle découvrira le spin de l'électron (en 1925).

Dans l'article⁽⁵⁾ de 1914, Cartan achève de classifier les algèbres de Lie réelles.

⁽⁴⁾ Dans [282, p. 119].

⁽⁵⁾ [80].

CHAPITRE 5

LA GRANDE GUERRE

Juillet 1914. Les mathématiciens et physiciens parisiens sont requis par les oraux des examens à la Sorbonne ou ceux des concours d'entrée dans les grandes écoles. Certains d'entre eux organisent un joyeux canular : l'un après l'autre, cinq gardes républicains se présentent chez Émile Borel, le directeur scientifique, à l'É.N.S., pour demander, très officiellement, si tel ou tel professeur peut s'inviter à déjeuner. Les joyeux lurons sont Jean Perrin, Henri Lebesgue, Jules Drach, Paul Langevin et Élie Cartan. Camille Marbo⁽¹⁾, qui se souvint, longtemps après⁽²⁾, de ce déjeuner, nota qu'Élie Cartan avait été entraîné par les autres. Ce qui correspond assez bien à l'image d'un homme modeste et discret, mais aimable et sociable, qu'a laissée Élie Cartan. Ajoutons que Jean Perrin était un ami proche, tant de Camille Marbo que d'Élie Cartan.

Mais ce joyeux souvenir de juillet 1914 était aussi, pour Camille Marbo, un dernier souvenir joyeux...

La guerre de 1914–18, qui fut rapidement baptisée « la Grande Guerre », et que l'on appelle aujourd'hui « la première guerre mondiale » puisqu'il y en a eu une autre (au moins), fut un véritable cataclysme. Élie Cartan avait fait son service militaire juste après le concours de l'agrégation, il l'avait terminé avec le grade de sergent. Au déclenchement de la guerre, il avait quarante-cinq ans et était père de trois enfants. Il fut mobilisé, mais bien sûr pas envoyé au front.

⁽¹⁾C'est déjà la deuxième fois qu'elle apparaît ; il est grand temps de rappeler que « Camille Marbo » est le pseudonyme d'écrivaine utilisé par Marguerite Borel, écrivaine bien introduite dans le milieu mathématicien puisqu'elle était l'épouse d'Émile Borel, la fille de Paul Appell et une petite nièce de Joseph Bertrand — ce qui l'apparentait donc aussi à Hermite et Picard.

⁽²⁾Dans son livre [318].

L'hôpital 103. Il fut affecté à l'École normale supérieure, où il joua plusieurs rôles : il géra les comptes du *Secours national*, que présidait Paul Appell (« Venir en aide aux femmes, aux enfants, aux vieillards, sans distinction d'opinions et de croyances religieuses », tels étaient les buts affirmés par cette association) et surtout il dirigea l'hôpital 103 installé dans cette école — il dirigea, en titre, cet hôpital, mais l'infirmière (et femme du sous-directeur), la « téméraire » Camille Marbo, fut plus qu'une assistante. Parmi les infirmières se trouvait aussi Jane Weiss, née Rancès, la femme du physicien Pierre Weiss, un ami lui aussi d'Élie Cartan, et qui serait bientôt la mère de Nicole Weiss, la future femme d'Henri Cartan et belle-fille d'Élie Cartan. Voici comment Camille Marbo décrit son directeur :

Élie Cartan, mathématicien transcendant, très courageux, très fin, très doux, mais d'un caractère hésitant, disait à mon mari :

« Ta femme est *spéciale*. Elle ne sait pas faire les multiplications, en revanche elle a le sens juste de *l'ordre de grandeur* des dépenses ; ignorant l'opération mentale qui s'appelle *la réflexion* mais tranchant les problèmes de façon judicieuse. »

« Quand on doit répondre à l'autorité militaire, me racontaient les employés du secrétariat, M. Cartan s'écrie : "J'entends le pas de Mme Borel dans le hall. Nous aurons pris une décision dans cinq minutes." »

Il est certain que Mme Borel était bien la directrice, de fait. Il ne s'agit pas là d'une déformation, dans laquelle Camille Marbo aurait magnifié son propre rôle en y repensant cinquante ans après (son livre est paru en 1968) : en 1939, Gaston Julia, qui avait beaucoup fréquenté cet hôpital après les horribles blessures qu'il avait reçues au visage en 1915, en parla, s'adressant à Cartan⁽³⁾, en ces termes :

Une section d'infirmières universitaires⁽⁴⁾, que mène l'infatigable Madame Borel, que flanque en serre-file le sergent Élie Cartan, a pris possession de l'École normale et y a installé un hôpital auxiliaire, le célèbre 103.

Ce qui ne veut pas dire qu'Élie Cartan ne faisait rien⁽⁵⁾...

Un échange de lettres avec le mathématicien italien Vito Volterra donne quelques détails. Volterra avait vu dans *la Revue du Mois* une annonce pour

⁽³⁾Pendant le jubilé [217].

⁽⁴⁾De nombreuses femmes ont été infirmières pendant cette guerre. On pense bien sûr à Marie Curie et à sa fille Irène. Mais il y eut aussi beaucoup d'épouses de scientifiques, comme Marguerite Borel et Jane Weiss, dont il est question ici, mais aussi par exemple Louise Hadamard [319, p. 100].

⁽⁵⁾Sur Cartan et l'hôpital 103, voir aussi le chapitre 15, et en particulier les pages 192 et 193.

une souscription en faveur de l'hôpital 103. Il écrivit donc à Cartan, lui envoyant 75 francs (pour un lit, précisa-t-il), et Cartan lui répondit⁽⁶⁾ :

Paris, le 11 avril 1915

Cher Monsieur

Je vous remercie bien vivement de la pensée généreuse qui vous a poussé à vous associer à l'œuvre à laquelle se consacre l'École normale pendant les mois tragiques que nous vivons. Cette œuvre, comme vous le savez peut-être, ne consiste pas uniquement à soigner des blessés ; les élèves et anciens élèves de l'École normale versent aussi généreusement leur sang pour la patrie et pour la cause qui intéresse les nations civilisées : au 31 mars dernier, 83 normaliens étaient tombés tués sur le champ de bataille, sans parler des blessés et des disparus. Merci donc infiniment, cher Monsieur, de la sympathie que vous témoignez à notre École et dont nous sommes fiers.

M. Borel est toujours à Paris mais il est mobilisé dans les services de l'artillerie et très occupé, mais il est en très bonne santé ainsi que Madame Borel, qui s'occupe activement de notre hôpital.

Veillez agréer, cher Monsieur, l'expression de mes sentiments respectueux.

[signé] E. Cartan

Cartan écrivit à nouveau pour remercier le 26 juin 1918 : Gauthier-Villars venait d'apporter à l'hôpital la somme de 93,15 francs, produit de la vente du livre de Volterra⁽⁷⁾.

Au cours de ce temps de guerre, qui fut pour Élie Cartan celui de la mort au combat d'un beau-frère (il y aura davantage de détails ci-dessous), celui de la naissance d'une fille (s'ajoutant à trois jeunes garçons) et de la mort d'un père, celle de l'hôpital 103 et du déménagement de Paris au Chesnay, qui inclut l'année où il présida la Société mathématique de France « à une époque particulièrement critique »⁽⁸⁾, Élie Cartan continua, malgré tout — ou peut-être par-dessus tout — son activité de mathématicien.

⁽⁶⁾ Sur un papier à entête :

Croix Rouge Française
Union des femmes de France
Hôpital auxiliaire
de l'École normale supérieure.

Brouillon de lettre de Volterra et lettres d'Élie Cartan à Vito Volterra, Accademia dei Lincei.

⁽⁷⁾ Il s'agit du livre [354].

⁽⁸⁾ Dit Henri Vergne, alors président de la SMF, lors du jubilé de 1939, sans préciser si cette criticalité était due à la guerre ou à d'autres causes.

Si la chronologie montre une longue liste d'articles d'Élie Cartan parus pendant les années 1914–1918⁽⁹⁾, il faut signaler que certains ont pu être écrits avant ; c'est le cas par exemple de l'article des *Annales* de l'É.N.S.⁽¹⁰⁾, paru en 1914, mais qui porte la date de novembre 1912, c'est certainement le cas de l'article paru au « Journal de Crelle »⁽¹¹⁾ : même s'il ne figure aucune date de réception sur l'article imprimé, il semble peu probable qu'Élie Cartan ait envoyé un article à un journal allemand après le début de la guerre⁽¹²⁾. Si la première des notes aux *Comptes rendus*⁽¹³⁾ date du 2 février 1914, avant le début de la guerre, celles de 1918 sur les variétés de dimension 3, passées à l'Académie des sciences les 2 septembre, 16 septembre, 30 septembre et 7 octobre 1918⁽¹⁴⁾ font à coup sûr état de travaux effectués pendant la guerre.

XX

1915, l'Encyclopédie, Felix Klein, etc. L'encyclopédie allemande dont il a déjà été question au chapitre 3 avait publié en 1907 un article de Fano (plusieurs mathématiciens italiens collaboraient à cette entreprise) sur les groupes de Lie et la géométrie, qu'Élie Cartan traduisit — adapta serait plus exact — sous le titre

« La théorie des groupes continus et la géométrie »

Exposé, d'après l'article allemand de G. Fano (Turin) par É. Cartan (Nancy) et dont seulement quelques pages parurent, dans le dernier fascicule effectivement publié de cet ouvrage, en 1915. Quand exactement ce texte fut écrit par Élie Cartan, c'est difficile à déterminer. En tout cas la publication fut interrompue « à cause de la guerre » avec l'Allemagne. Interruption brutale, mais aussi durable. Et qui coïncida, après la publication du « manifeste des 93 », avec l'éviction de l'Académie des sciences du mathématicien sous le nom duquel cette entreprise était placée, Felix Klein.

Rappelons cette affaire en quelques mots. C'est le président de l'Académie des sciences, l'anatomiste Edmond Perrier, qui explique [328, p. 805] :

On a parlé de barbarie, mais la barbarie consciente change de nom : elle s'appelle le crime, et le crime ne cesse pas d'être le crime quand il est commis par des têtes couronnées, quand il devient collectif, surtout quand il est discipliné. C'est pourquoi l'Académie des sciences a rayé de ses listes, le 15 mars 1915, les signataires du triste manifeste

⁽⁹⁾Précisément, les articles [80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95].

⁽¹⁰⁾L'article [80].

⁽¹¹⁾C'est-à-dire [86].

⁽¹²⁾La raison de publier cet article dans ce journal était la référence à un article de Zervos [379] (du même titre), paru dans le même journal en 1913.

⁽¹³⁾C'est [82].

⁽¹⁴⁾respectivement [92, 93, 94, 95].

où les intellectuels allemands ont essayé de défendre les cruautés et les félonies commises par leurs compatriotes et inspirées par eux à ceux qui les servent : le chimiste von Bayer, de Munich, associé étranger, et trois correspondants : le mathématicien Felix Klein, de Berlin ; l'anatomiste Waldeyer, également de Berlin⁽¹⁵⁾.

Felix Klein est le seul mathématicien parmi les 93. La tradition veut qu'on lui ait demandé par téléphone de signer un texte qu'il n'avait pas lu (mais je n'ai pas trouvé de source directe confirmant cette information).

Pour en revenir à l'Encyclopédie et à l'article de Cartan et Fano. Peut-être l'imprimerie Gauthier-Villars avait-elle conservé ses archives — qui ont probablement été jetées depuis — de sorte que l'article, dans son intégralité, fut enfin publié, environ quarante ans plus tard, dans le troisième volume des Œuvres complètes d'Élie Cartan.

Antoine Bianconi. Dans son livre, Camille Marbo décrit avec beaucoup d'émotion les fantômes qui hantèrent l'École normale supérieure après cette guerre. Tant de normaliens avaient été tués... Quatre-vingts ans plus tard, Isabelle Broué a filmé Henri Cartan devant le monument aux morts de cette école, et il se souvenait, avec une émotion intacte⁽¹⁶⁾, avoir accompagné, à l'âge de quatorze ans, son père sur les champs de bataille de Champagne, à la recherche de restes, de traces, d'Antoine Bianconi, le beau-frère d'Élie Cartan et le « tonton Antoine » dont

Mr Henri a[vait] reçu ce matin une lettre [...] lui donnant des conseils philosophiques

moins d'une semaine après sa naissance⁽¹⁷⁾.

À la recherche, à mon tour, de renseignements sur Antoine Bianconi (1882–1915), le jeune beau-frère d'Élie Cartan⁽¹⁸⁾ tué en 1915, j'ai bien sûr lu son nom, avec ceux de ses camarades de la promotion 1903 de l'É.N.S., dans la longue liste des normaliens morts pour la France gravée dans le marbre du monument aux morts de cette école. J'ai trouvé sa fiche sur le site « Mémoire des hommes » du Ministère de la Défense — Bianconi, Antoine Jules, sous-lieutenant au 72^e régiment d'infanterie, mort pour la France le 5 mars

⁽¹⁵⁾On doit au chimiste Adolf von Baeyer (1835–1917), Prix Nobel en 1905, parmi d'autres travaux, la découverte du gaz lacrymogène. Emil Fischer (1852–1919), qui a été son assistant à Strasbourg, a eu, lui aussi, le Prix Nobel de chimie, en 1902.

⁽¹⁶⁾Henri Cartan faisait dater son engagement européen de cette époque.

⁽¹⁷⁾Lettre d'Élie Cartan à ses beaux-parents, le 14 juillet 1904. Archives de la famille Cartan.

⁽¹⁸⁾Et qui était lui-même le père d'un petit Jean.

1915 au Mesnil-les-Hurlus (Marne)⁽¹⁹⁾, tué à l'ennemi, né le 23 juillet 1882 à Digne (Basses-Alpes), acte transcrit le 14 juin 1915 à Amiens (Somme). Je l'ai aussi trouvé dans la liste de tous les élèves de l'École normale supérieure⁽²⁰⁾, où j'ai appris qu'il était professeur de philosophie au lycée d'Amiens. Je l'ai trouvé dans la liste des lauréats du concours de l'agrégation (de philosophie) en 1906. Je l'ai encore trouvé parmi les collaborateurs de la *Revue du mois* où il suppléa Camille Marbo comme secrétaire de la rédaction avant d'assumer complètement cette tâche. Mais ce n'est pas tout. Il est l'un des cinq cent soixante écrivains morts au champ d'honneur ou sous les drapeaux pendant cette guerre dont le nom figure au Panthéon. Cinq cent soixante. 560. On l'a déjà beaucoup dit et écrit (je l'ai fait aussi⁽²¹⁾), cette guerre a été une véritable hécatombe. Normaliens, donc anciens élèves d'une grande école, donc officiers⁽²²⁾. Normaliens, donc ne sachant rien faire, donc versés dans l'infanterie. Officiers d'infanterie, comme Antoine Bianconi, marchant en tête de leurs hommes, face au feu. Les lieutenants et sous-lieutenants d'infanterie ont été la catégorie la plus décimée, de loin, dans une guerre qui fut épouvantablement meurtrière pour tous.

★

Et qui se continua, pendant plusieurs années, par un dur boycott des scientifiques allemands, organisé par le Conseil international de recherche, une émanation d'organisations scientifiques de plusieurs pays (la Royal Society et l'Académie des sciences de Paris notamment) dès la fin de la guerre : une réunion interalliée se tint à Londres du 9 au 11 octobre 1918⁽²³⁾, suivie d'une autre à Bruxelles en juillet 1919. Les « puissances centrales » en étaient exclues.

⁽¹⁹⁾Il y a deux fiches sur le site ; sur l'une le lieu de la mort est illisible. Le village du Mesnil-les-Hurlus, entre Reims et Sainte-Menehould, a été anéanti et a disparu pendant cette guerre, son nom a été attaché à celui de la commune voisine pour en perpétuer le souvenir. Un siècle et plusieurs guerres plus tard, les photographies du village disparu et de ses environs restent très impressionnantes. À Minaucourt-le-Mesnil-les-Hurlus, on trouve un ossuaire contenant les restes de *milliers* de soldats inconnus.

⁽²⁰⁾Dans le supplément historique [9].

⁽²¹⁾Dans [12].

⁽²²⁾La loi avait changé depuis le temps où Élie Cartan avait fait son service militaire : sergent, il n'était que sous-officier.

⁽²³⁾S'il est incontestable qu'Émile Picard et donc à sa suite l'Académie des sciences de Paris, joua un rôle important dans ce boycott, il n'est pas vrai que, après l'élection de Picard comme Secrétaire perpétuel, l'Académie des sciences exclut la plupart de ses membres allemands, comme on peut le lire dans [308, p. 16] : plusieurs membres allemands avaient en effet été exclus, mais c'était en 1915, à la suite de la signature par ces membres du « Manifeste des 93 ».

Dès 1915, année d'ailleurs où Cartan fut le président de cette société, la SMF inscrivit, au début de sa liste de membres « au commencement de l'année 1915 » :

En raison de l'état de guerre actuel, le Conseil de la Société mathématique de France a décidé de suspendre les relations de la Société avec ceux de ses membres qui appartiennent aux nations ennemies ; en conséquence, les noms de ces membres ne figurent pas sur la liste ci-dessous.

Cette mention accompagna ensuite les listes de membres de 1916, 1917, 1917, 1918 et même 1919. Au début de 1920, la mention devint :

Dans la séance du 14 janvier 1920, l'Assemblée générale de la Société mathématique de France, considérant que les relations de la Société avec ceux de ses membres qui appartiennent aux nations ennemies ont été suspendues pendant la guerre, a décidé que ces relations ne pourraient être reprises qu'à la suite d'une demande formelle des membres susvisés, demande qui serait soumise au vote du Conseil ; en conséquence les noms de ces membres ne figurent pas sur la liste ci-dessous.

Et celle-ci resta en tête des listes d'adhérents... jusqu'en 1931. Alors même que le boycott s'était enfin arrêté, avec la participation de mathématiciens allemands au Congrès international de Bologne en 1928.

Le Congrès « international » de Strasbourg — Déformations

Au cours de la phase la plus dure de ce boycott, les mathématiciens français organisèrent un « Congrès international des mathématiciens » à Strasbourg. C'était en septembre 1920. À la fin du Congrès international de Cambridge, en 1912, on s'était quitté sur l'invitation, par Mittag-Leffler, à participer au prochain Congrès, qui devait avoir lieu à Stockholm, en 1916. Il n'y eut bien sûr pas de Congrès international en 1916.

C'est au cours de la réunion de Bruxelles, en juillet 1919, que les bases d'une « union mathématique internationale » furent posées. Et ce sont les participants qui acceptèrent, à l'unanimité, la proposition faite par Koenigs d'organiser le prochain congrès international à Strasbourg. La symbolique de ce choix, Strasbourg à peine redevenue française après presque cinquante ans de germanité, par rapport à celui de Stockholm, était limpide. La liste des activités sociales proposées aux participants le confirme abondamment⁽²⁴⁾.

⁽²⁴⁾Voir le volume des actes XX, et aussi le chapitre consacré à ce congrès dans [24].

Comme la plupart des mathématiciens français vivants, Élie Cartan participa à ce congrès. Il y vint même en famille, avec son épouse Marie-Louise et leurs enfants, et il donna un exposé sur le problème général de la déformation⁽²⁵⁾.

Dans cet exposé, il présenta une synthèse des résultats qu'il avait obtenus et publiés dans différents articles au cours des années précédentes⁽²⁶⁾. Ce qui nous fait remonter quelques mois en arrière, pour signaler le début en 1920 du séminaire de Jacques Hadamard au Collège de France, dont nous aurons à reparler. Le séminaire, dont le nom officiel était « analyse de mémoires », était le « cours » d'Hadamard.

Le cours de 1920–21 a été consacré à des Analyses de mémoires scientifiques. Celles-ci, dues à la collaboration de plusieurs auditeurs, ont porté sur le contenu de trois volumes des *Rendiconti del Circolo matematico de Palermo*. D'autre part, il a déjà été possible d'analyser un grand nombre des principales découvertes mathématiques opérées depuis 1914.

— comme le dit Hadamard dans l'annuaire du Collège de France pour 1920–21. Parmi ces articles dont il fut question au Séminaire Hadamard figurait un article de Fubini, comme le mentionna Cartan dans sa note du 20 mai 1920⁽²⁷⁾.

La question générale de la déformation est la suivante : étant donnée une variété S dans un espace (à préciser), les variétés S' qui peuvent s'appliquer (d'une manière à préciser) sur S lui sont-elles équivalentes (dans un sens à préciser) ?

Les qualificatifs à préciser font bien sûr référence à un groupe de transformations : l'espace peut être euclidien et l'application une isométrie locale, la question étant alors de savoir si les deux variétés sont isométriques (par une isométrie de l'espace ambiant). On peut remplacer les longueurs par les angles et les isométries par les transformations conformes ; on peut aussi considérer le cas du groupe projectif.

Le cas des surfaces de l'espace euclidien de dimension 3 et du groupe des isométries est un problème de Gauss qui a été résolu, au cours de la deuxième moitié du XIX^e siècle, par différents mathématiciens, dont Gaston Darboux : l'application doit préserver la courbure, ce qui donne lieu à des équations aux dérivées partielles ; il n'y a une infinité de solutions que si la surface est à courbure constante ou de révolution⁽²⁸⁾.

⁽²⁵⁾ C'est [100].

⁽²⁶⁾ Les articles [89, 90, 91, 96, 98, 99].

⁽²⁷⁾ Il s'agit de l'article [275] de Guido Fubini et de la note [98] d'Élie Cartan, présentée par Goursat le 31 mai et publiée dans la séance du 14 juin.

⁽²⁸⁾ On trouve dans ces articles quelques indications des raisons pour lesquelles les écrits d'Élie Cartan sont souvent difficiles à lire. Le fait que le cas des surfaces de l'espace euclidien

Le cas des grandes dimensions est assez différent. XX

Sur les contenus, on pourra en dire plus (voir XX). Le regard tourné vers d'autres aspects des travaux de Cartan, notons dans le texte de l'exposé de Strasbourg la phrase :

Les déformations qu'on considère dans l'*Analysis situs* sont, comme on le voit, à regarder comme des déformations d'ordre zéro.

Il y a un problème topologique sous-jacent, et Cartan en est conscient.

Signalons enfin que l'introduction de l'exposé fait référence à des travaux de Fubini⁽²⁹⁾ sur cette question de déformations, dans le cadre projectif. Ces travaux ont fait l'objet d'un (de plusieurs ?) exposé(s) de Cartan au Séminaire de Jacques Hadamard. Nous y reviendrons au chapitre 17.

est un problème de Gauss est répété, mais ce qui se passe dans ce cas n'est jamais rappelé. Les lecteurs sont supposés savoir (ici, sans doute avoir lu le livre VII dans le troisième volume [254] de Darboux). Est-ce de la modestie ? De la discrétion ? La crainte d'être trop long ?

⁽²⁹⁾ Si le nom de Guido Fubini est surtout associé aujourd'hui au théorème qui permet de calculer l'intégrale (de Lebesgue) d'une fonction sur un produit par tranches, ce mathématicien italien était un spécialiste de géométrie différentielle.

CHAPITRE 6

LEÇONS SUR LES INVARIANTS INTÉGRAUX LE PREMIER LIVRE

En 1920–21, Élie Cartan donna un cours sous ce titre à la Sorbonne. Le cours est rapidement devenu un livre : l'introduction est datée du 24 novembre 1921 (au Chesnay) et le livre est paru en 1922. Il est donc probable que le livre est un reflet assez fidèle du cours que Cartan donna devant les étudiants. André Weil, qui entra à l'É.N.S. en 1922, ne suivit pas le cours, mais il lut le livre⁽¹⁾ :

Devenu normalien, je lus de bonne heure, je crois, ses Invariants intégraux. « Ce livre n'est pas bien écrit », m'a-t-il dit bien plus tard, ajoutant en manière d'excuse : « c'était mon premier ». Peut-être jugeait-il qu'il y était resté un peu trop proche de Poincaré, mais c'est justement ce qu'il avait ajouté à Poincaré qui m'avait frappé. En fait il y jetait les bases du calcul différentiel extérieur, qui a été l'une des dominantes de son œuvre.

En effet, la notion d'« invariant intégral » est due à Poincaré. Il est assez clair que Cartan avait bien compris que c'est plutôt la notion de forme différentielle invariante qui est intéressante, mais, par grande modestie sans doute, il s'abrita derrière la notion due au grand Henri Poincaré. En effet aussi, le livre est écrit de façon un peu maladroite, surtout si l'on pense que c'était, certes, le premier de son auteur, mais que celui-ci n'était pas un débutant (il avait d'ailleurs plus de cinquante ans). L'ombre de Poincaré pesait (si, si) de tout son poids sur les mathématiciens français.

De quoi s'agit-il ? Voici un exemple simple, qui est celui que Cartan utilise pour introduire son livre. On considère un point matériel de masse m dans un espace de dimension 3 (nombre qu'on n'aura aucun mal à remplacer par n), avec des coordonnées x, y, z et des vitesses x', y', z' dépendant du temps t . On

⁽¹⁾[365].

suppose qu'il satisfait à un système différentiel

$$\frac{dx}{dt} = X(x, y, z, x', y', z', t), \quad \frac{dy}{dt} = Y(x, y, z, x', y', z', t), \text{ etc.}$$

que l'on cherche à résoudre. Poincaré, dans le troisième tome de ses *Nouvelles méthodes de la mécanique céleste*⁽²⁾, a montré que l'intégrale

$$\int_C m(x'\delta x + y'\delta y + z'\delta z)$$

ne dépend pas du temps t pour une courbe fermée C prise, à un instant donné t sur un tube de trajectoires. Dit autrement : on considère une courbe fermée C_0 , on suit les trajectoires de ses points pendant un temps t , obtenant une courbe C_t , l'intégrale sur C_t de l'intégrand en question ne dépend pas de t . Cette intégrale étant (une intégrale et) invariante, on dit que c'est un invariant intégral.

L'idée de Cartan est de considérer cet intégrand pour ce qu'il est, c'est-à-dire une forme différentielle $m(x'dx + y'dy + z'dz)$, de lui ajouter un terme en dt , posant

$$\omega = m(x'dx + y'dy + z'dz) - Edt$$

(où E est une fonction de toutes les variables considérées) et d'exprimer le fait qu'une variation infinitésimale de la courbe fermée C le long des trajectoires du système différentiel ne modifie pas (infinitésimalement) l'intégrale de ω sur C . Posons

$$I = \int_C \omega = \int_C m(x'dx + y'dy + z'dz) - Edt.$$

Alors

$$\delta I = \int_C m(\delta x' dx + \dots) - \delta E dt + \int_C m(x' d(\delta x) + \dots) - E d(\delta t)$$

(les pointillés remplacent les termes analogues en y, z). Le deuxième terme s'intègre par parties, et la courbe C est fermée, de sorte que

$$\begin{aligned} \delta I &= \int_C m(\delta x' dx + \dots) - \delta E dt - \int_C m(dx' \delta x + \dots) - \delta t dE \\ &= \int_C \left(m dx - \frac{\partial E}{\partial x'} \delta x' \right) + \dots + \int_C \left(m dx' + \frac{\partial E}{\partial x} \right) dt + \int_C \left(dE - \frac{\partial E}{\partial t} dt \right) \delta t. \end{aligned}$$

⁽²⁾C'est [332].

La nullité de cette variation infinitésimale est équivalente aux sept équations

$$\begin{cases} m dx - \frac{\partial E}{\partial x'} dt = 0, \dots \\ m dx' + \frac{\partial E}{\partial x} dt = 0, \dots \\ dE - \frac{\partial E}{\partial t} dt = 0 \end{cases}$$

Noter que ces équations définissent E , l'énergie totale, et qu'ainsi la possibilité de compléter l'intégrand « tronqué » de Poincaré est démontrée. Noter aussi que Poincaré ne faisait pas intervenir l'énergie. Les six premières sont les équations du mouvement, la dernière la constance de l'énergie.

Tout ceci entre dans le cadre de la théorie des systèmes différentiels : quelles sont les formes de Pfaff (1-formes) invariantes pour le système différentiel de départ ? Quelles sont les transformations infinitésimales qui conservent ces équations différentielles ?

La considération des formes différentielles amène Cartan, pour la première fois dans un livre, à consacrer plusieurs chapitres aux règles de calcul, règles de la multiplication extérieure de Grassmann et dérivation extérieure. Le livre contient aussi des applications « très sommaires », dit l'auteur, au calcul des variations et aux principes de l'optique. Les recenseurs du *Bulletin of the American mathematical Society* ont qualifié le traitement de Cartan d'« admirable ».

Notons, de façon peut-être anecdotique, que ce livre contient (p. 84) la célèbre « formule de Cartan », qui s'écrit aujourd'hui

$$\mathcal{L}_X = di_X + i_X d$$

sous la forme

$$A(\Omega(\delta)) = \Omega'(A, \delta) + [\Omega(A, \delta)]'.$$

Dans cette expression, Ω et δ sont des variables muettes, A est la dérivation associée au champ de vecteurs et $'$ désigne, jusqu'à l'invention du d par Kähler (nous y reviendrons), la différentielle extérieure.

C'est bien une formule d'Élie Cartan et il n'y a aucune raison de la nommer « formule des Cartan ».

CHAPITRE 7

CARTAN ET EINSTEIN, LE PARALLÉLISME ABSOLU

Élie Cartan a montré, dans les années 1920 et 1930, un intérêt constant pour la question du « parallélisme absolu », réponse à une très naturelle question de géométrie : quelle structure faut-il mettre sur une variété pour qu'un observateur placé en un point donné puisse comparer un repère en ce point avec un repère en un autre point ? Ce qui devint un vrai problème de physique lorsqu'Einstein pensa utiliser une telle structure pour sa théorie unifiée (de la gravitation et du champ électromagnétique). La mise au point de la théorie de la relativité générale avait joué un rôle important dans le développement de la géométrie (pseudo-)riemannienne : l'espace-temps avait la structure d'une variété de dimension 4 munie d'une métrique pseudo-riemannienne, dont la courbure était liée à la densité de la matière et donc à la gravitation. La question était désormais d'incorporer le champ électro-magnétique.

La correspondance assidue et suivie que les deux hommes échangèrent à ce sujet au cours des années 1929–1932, les articles que Cartan y consacra avant et pendant, voire après cette époque, sans parler de l'histoire de la visite d'Einstein à Paris au printemps de 1922, tout cela méritait mieux que quelques lignes⁽¹⁾. C'est à ceci que nous consacrons ce chapitre⁽²⁾.

Prélude

L'histoire donc, commence en 1922. Au début de l'année, Élie Cartan publia un certain nombre d'articles consacrés à la théorie de la relativité :

- Un article au *Journal de Mathématiques pures et appliquées*⁽³⁾,

⁽¹⁾Comme dans [4].

⁽²⁾Il est à noter que le livre de Hermann Weyl, dont la traduction en français [368] parvint à Cartan en juin 1922, ne joue pas de rôle dans cette discussion. Voir le chapitre 11.

⁽³⁾C'est-à-dire [101].

– cinq notes aux *Comptes rendus*, les 13, 27 février, 13 mars, 27 mars et 24 avril⁽⁴⁾.

L'article du *Journal de Mathématiques pures et appliquées* avait été envoyé plus tôt mais corrigé et paru après les premières notes. Cartan se

propose, dans les pages qui suivent, de démontrer rigoureusement que la seule solution mathématiquement possible du problème ainsi formulé est celle qui a été indiquée par Einstein.

Du point de vue du contexte et parce que cet article a été écrit juste après la guerre, je me permets d'ajouter cet extrait de la deuxième page de cet article :

Étant donnée la difficulté qu'on rencontre à avoir connaissance des Mémoires parus à l'étranger pendant la guerre et depuis la guerre, je ne suis pas absolument sûr qu'aucune démonstration de ce théorème n'ait été donnée.

La première note était consacrée à une définition géométrique du tenseur matière d'Einstein. La deuxième était complètement dans le sujet de ce chapitre : Cartan y introduisit les connexions « avec torsion ». Il est possible qu'il ait réfléchi à cette question précisément en préparation de la venue d'Einstein à Paris, toujours est-il que la note est parue plus d'un mois avant cette visite.

Dans la troisième, il intégrait les espaces de Hermann Weyl⁽⁵⁾ à sa description.

Il y eut bien d'autres articles ensuite, nous y reviendrons. Mais commençons par 1922. Au printemps, et plus précisément du 28 mars au 10 avril, Einstein vint à Paris, et ce fut un événement que l'on dirait aujourd'hui « médiatique », certes, mais aussi une rencontre scientifique fructueuse.

XX la note de Bompiani.

La visite d'Einstein

Inviter un savant allemand à Paris en 1922 n'était pas d'une absolue évidence. Mais Einstein avait refusé de signer le fameux « Manifeste des 93 »⁽⁶⁾, il avait même signé l'« Appel aux Européens ». Sa théorie servait déjà depuis

⁽⁴⁾ Respectivement les notes [102, 103, 104, 105, 106].

⁽⁵⁾ Dans son fameux livre, dont la traduction en français [368] parut cette année-là à Paris.

⁽⁶⁾ Ainsi que ne manqua pas de le préciser le *Petit Parisien*, dès les premières lignes de l'article qu'il consacra à l'arrivée d'Einstein à Paris le 1^{er} avril 1922... et que signait Paul Painlevé (alors député du cinquième arrondissement). Dans ce manifeste, déjà évoqué page 61, quatre-vingt-treize scientifiques allemands avaient réagi, au début de la guerre (le 4 octobre 1914) contre les accusations portées contre l'Allemagne après l'invasion de la Belgique (atrocités, destruction de Louvain et de son université). Einstein avait qualifié ce texte de « capitulation de l'indépendance intellectuelle allemande ».

plusieurs années au rapprochement entre les pays ennemis jusque là. Il s'était prononcé clairement contre la guerre, de sorte que lorsque Paul Langevin⁽⁷⁾ proposa au Conseil des professeurs du Collège de France de l'inviter, la majorité (et en particulier tous les mathématiciens et physiciens) se prononça pour cette invitation. On était en 1922, trois ans et demi après la fin de la terrible guerre dont il a été question dans le chapitre 5. Le boycott des savants allemands organisé par certaines organisations avait surtout été le fait du Conseil de Recherches et beaucoup l'œuvre d'Émile Picard. Ce n'est pas ici le lieu de décrire cette activité forcenée. Il n'y avait aucune raison de boycotter Einstein⁽⁸⁾. Il vint donc à Paris en mars-avril 1922, invité par le Collège de France, grâce à un financement de la Fondation Michonis, et (toujours) à l'initiative de Langevin, qui avait donné déjà plusieurs cours sur la relativité générale.

Einstein était extrêmement célèbre dans le monde entier, d'autant plus qu'il avait reçu le Prix Nobel l'année précédente (c'est-à-dire quelques mois plus tôt). Pour donner un exemple assez significatif, le mathématicien italien Tullio Levi-Civita, qui n'était pas complètement innocent dans la naissance des aspects géométriques de la relativité, avait donné des conférences de popularisation en Italie, mais aussi à Barcelone en 1921 (ces conférences furent publiées en catalan)⁽⁹⁾.

Le prix Nobel récompensait les travaux d'Einstein sur l'effet photoélectrique, mais en effet on parlait surtout de la relativité : après le succès de l'explication relativiste de l'avance du périhélie de Mercure en 1915, certaines prédictions de cette théorie avaient été confirmées par les mesures faites pendant l'éclipse solaire du 29 mars 1919, et la presse en avait largement rendu compte⁽¹⁰⁾. Le quotidien *l'Humanité* publia même, le jour de la première

⁽⁷⁾Langevin était très proche d'Einstein, scientifiquement et politiquement. Ils étaient très amis, depuis qu'ils avaient fait connaissance personnellement lors du « Congrès Solvay » à Bruxelles en 1911 — ils sont d'ailleurs l'un près de l'autre sur la célèbre photographie de ce congrès. Langevin avait proposé d'inviter Einstein au Collège de France dès 1912, mais l'assemblée des professeurs préféra Lorenz. Le 16 octobre 1913, une nouvelle réunion décida d'inviter Einstein pour 1914, une invitation qui ne put être honorée. Pour l'histoire des relations entre Einstein et le Collège de France, voir la fin de ce chapitre et les références qui y sont données.

⁽⁸⁾Il avait d'ailleurs la nationalité suisse, mais il travaillait à Berlin et il répugnait à argumenter du fait qu'il était suisse et pas allemand. S'il avait été très bien accueilli aux États-Unis et en Angleterre, le mouvement, qui serait bientôt nazi, de la *Deutsche Physik* était déjà lancé — contre lui — en Allemagne.

⁽⁹⁾Mittag-Leffler lui demanda même, en janvier 1922, d'écrire un compte rendu sur Einstein pour *Acta Mathematica*. Cela ne se fit pas. Voir [323].

⁽¹⁰⁾J'ai utilisé un échantillon de la presse quotidienne composée des quotidiens *l'Humanité*, *le Figaro* et *le Petit Parisien*, disponibles sur le site Gallica de la Bibliothèque nationale de France. Cette lecture de la presse a donné lieu à un article grand public [21].

conférence du physicien, sur deux colonnes de sa une, un article, signé Le Normand, avec un vrai contenu scientifique⁽¹¹⁾.

Le 28 mars, Paul Langevin et Charles Nordmann⁽¹²⁾, allèrent accueillir Einstein à la frontière belge (puisque'il y avait une frontière belge), et plus précisément à la gare frontière de Jeumont, où le Cologne-Paris marquait un arrêt. Les trois hommes discutèrent de physique dans un compartiment de deuxième classe pendant les quatre heures que dura le voyage jusqu'à Paris (200 km). Ils arrivèrent tard le soir à la gare du Nord, ils descendirent à contre-voie (en ce temps-là, les trains ne roulaient pas vite, mais on pouvait en ouvrir les portes) pour éviter la foule (officiels, photographes, etc.) qui les attendait sur le quai et ils prirent tranquillement le métro — comme Charles Nordmann le raconta quelques jours plus tard dans un article charmant que publia la *Revue des deux mondes*⁽¹³⁾.

L'Académie des sciences, qui, à la suite de son Secrétaire perpétuel Émile Picard, ne reçut pas Einstein fut, au mieux, ridicule et au pire elle passa simplement inaperçue⁽¹⁴⁾. On pourra trouver distrayant de feuilleter le volume 174 des *Comptes rendus*, correspondant à ce premier semestre de 1922. On y trouvera quelques articles qui défendent (encore) la théorie de l'éther. On constatera que, à défaut d'Einstein, l'Académie des sciences a accueilli quelques personnalités scientifiques étrangères (dont la notoriété n'a pas survécu), par exemple Alphonse Demoulin, un géomètre belge (qui a bien sûr profité de son passage à Paris pour aller écouter Einstein). Inversement, on

⁽¹¹⁾ *L'Humanité*, 31 mars 1922. Dans le cas du quotidien communiste, il ne s'agissait pas d'un article isolé : « Le Normand » y tenait une rubrique scientifique régulière et de très grande qualité.

⁽¹²⁾ L'astronome et physicien Charles Nordmann était l'auteur d'un petit livre intitulé « Einstein et l'univers » [325]. Il avait mis au point les premiers appareils de repérage par le son — et effectivement repéré des batteries ennemies, dès décembre 1914. La guerre terminée, tout en menant son activité d'astronome (comme le montrent les notes que l'Académie des sciences publiait à ce moment-là), il pratiquait la vulgarisation scientifique et collaborait à divers journaux, comme la *Revue des deux mondes*. C'est lui qui rendit compte de la grande conférence d'Einstein dans *Le Matin* du 1^{er} avril 1922. Je me suis même demandée si le « Le Normand » de *L'Humanité* n'était pas Nordmann lui-même...

⁽¹³⁾ Cette revue publia deux très beaux articles de Nordmann sur cette visite. Dans le premier [327], il racontait la visite d'Einstein, et dans le deuxième [326], il expliquait très clairement le contenu des conférences d'Einstein, avec les trains, les observateurs et leurs horloges.

⁽¹⁴⁾ Il n'y a bien sûr, conformément aux principes « feutrés » de cette institution, aucune trace d'une discussion à ce sujet dans les archives de l'Académie des sciences.

s'amusera de ce qu'un « petit rigolo » ait eu l'idée de mettre le nom d'Einstein sur son bulletin de vote pour le remplacement de Max Noether⁽¹⁵⁾. On ne ratera pas le début d'une note d'Émile Borel, le 10 avril⁽¹⁶⁾ :

Les conférences faites la semaine dernière par M. Albert Einstein au Collège de France ont attiré à nouveau l'attention sur le problème de l'univers fini ou infini.

Nordmann se fit un plaisir, lorsqu'il écrivit son premier article, de dresser une longue liste des académiciens des sciences (parmi lesquels Picard ne figure pas) présents aux conférences d'Einstein. Il remarqua aussi que la Société de physique en tant que telle n'avait pas reçu Einstein, mais que son président était présent lui aussi⁽¹⁷⁾.

Une des premières apparitions publiques d'Einstein eut lieu le 30 mars : il assista à une conférence de Langevin sur la relativité à la maison des étudiants. Il fut bien sûr reconnu et acclamé⁽¹⁸⁾.

Le jour de la grande conférence, c'est-à-dire le vendredi 31 mars, on ne pouvait accéder au Collège de France que sur invitation, et tout le monde n'était pas invité. L'article de Painlevé dans le *Petit Parisien* du 1^{er} avril était illustré d'une photographie le montrant (lui, Painlevé⁽¹⁹⁾) discutant avec le public devant les grilles du Collège de France. Le journaliste du *Figaro*, Fernand Rigny, trouva Einstein « franchement sympathique » et, dit-il « on l'a entendu, compris... et apprécié »⁽²⁰⁾. *L'Humanité* rendit compte de la conférence sous le titre « Un révolutionnaire au Collège de France »⁽²¹⁾. *Le Temps*, *le Matin*, la presse était unanime à adorer Einstein⁽²²⁾. Outre la conférence du 31 mars à 17^h (qui dura deux heures), il y eut trois séances de discussion, les 3, 5 et 7 avril, dans un amphithéâtre plus petit et devant un public plus spécialiste, toujours au Collège de France. Ces séances sont admirablement décrites dans le deuxième article de Nordmann dans la *Revue des deux mondes*. Einstein donna aussi, le 6 avril, une conférence à la Sorbonne, à l'invitation de la Société française de Philosophie. Il prononça toutes ces conférences en français

⁽¹⁵⁾ Comme membre correspondant de la section de géométrie. C'est René Baire qui fut élu.

⁽¹⁶⁾ La note [31]. Voir aussi son rapport sur Cartan, quelques semaines plus tard, dont des extraits sont donnés au chapitre 13.

⁽¹⁷⁾ Ce président était Henri Abraham. Il y avait à l'époque des divergences sur la théorie de la relativité au sein de cette Société, comme la mention de l'éther, ci-dessus, le laisse penser.

⁽¹⁸⁾ *Le Temps* daté du 1^{er} avril.

⁽¹⁹⁾ Paul Painlevé, mathématicien et ancien ministre, membre de l'Académie des sciences, député du 5^e arrondissement, polémique longuement avec Einstein au cours des séances de discussion de la semaine suivante.

⁽²⁰⁾ *Le Figaro*, 1^{er} avril 1922.

⁽²¹⁾ *L'Humanité*, 1^{er} avril 1922

⁽²²⁾ En cette année 1922, il faut aller jusqu'à *l'Action française* pour trouver un commentaire négatif (et même nauséabond, dans ce cas).

(il parlait français et italien, mais pas anglais). Il y eut aussi de nombreuses réceptions, à la Société astronomique de France, à la Société de chimie physique, à la « Maison des X ». Il y eut bien sûr aussi des dîners, dont un chez les Borel (comme on va le voir), et il est probable qu'Einstein trouva même un moment pour aller faire de la musique chez Jacques Hadamard. Ajoutons qu'avant de quitter la France, il se rendit dans une zone dévastée par la guerre.

Outre les articles des journaux, nous avons les souvenirs des participants. Lucienne Félix, élève à l'École de Sèvres, se souvint⁽²³⁾ que Langevin avait, au cours d'une « inoubliable conférence », révélé la théorie de la relativité aux élèves (scientifiques et littéraires) de l'École, puis que,

après un exposé de la nouvelle théorie qui révolutionnait la pensée scientifique, Langevin nous présenta à Einstein lui-même, qui nous serra la main ! Front lumineux, regard des grands yeux clairs...

Je ne pense pas qu'Einstein soit allé jusqu'à Sèvres... C'est sans doute de la conférence que fit Langevin le 30 mars à l'Association générale des étudiants (et à laquelle, nous l'avons dit, assistait Einstein) qu'elle se souvenait.

Camille Marbo décrivit à quel point cette visite fut un événement mondain⁽²⁴⁾ — Madame Verdurin n'était pas loin :

Ce fut un événement mondain. Anna de Noailles, avec laquelle nous étions en relation, souhaita le connaître. Nous organisâmes un dîner, au printemps, chez nous, rue du Bac. Paul Painlevé, Paul Langevin, Jean Perrin, Élie Cartan, Mme Curie, mes parents y prirent part. On s'entretint de tout, sauf de sciences. Mme Curie parla peu. Mme de Noailles charma Einstein par son intelligente volubilité. Il souriait sous ses cheveux en désordre.

[...]

Einstein raillait les snobs qui nous harcelaient pour être conviés à ses colloques du Collège de France :

« C'est drôle de vouloir entendre ce qui vous est incompréhensible. »

Les gens ne se décourageaient pas. On fit une adaptation nouvelle de la *Théorie* pour les gens du monde. Une dame me demanda :

« Vous devez être passionnée par les découvertes d'Einstein ? »

— Elles passent au-dessus de ma tête.

— C'est pourtant facile ! Un ami m'a expliqué : vous prenez deux trains...

⁽²³⁾Dans [273, p. 56].

⁽²⁴⁾Toujours [318].

— Einstein lui-même, mon mari et ses collègues spécialisés m'ont avertie que j'étais hors d'état d'assimiler la *Théorie* réservée à un groupe minime de savants. Je m'abstiens et me résigne.

— Vous avez tort. On peut toujours s'en faire une idée. On en parle partout. »

En effet, il suffit de regarder les quotidiens : la relativité et son temps bizarre étaient partout. La citation (déformée) « Le temps n'existe pas », notamment, inspira à la presse des dessins humoristiques variés. Et les journaux l'écrivirent : on pouvait comprendre ! Les scientifiques amateurs ne manquèrent pas de participer eux aussi à cet engouement et aux débats sur le temps⁽²⁵⁾.

L'intervention d'Élie Cartan

Bien entendu, Élie Cartan participa à cette activité — et pas seulement comme un des convives du dîner chez les Borel. Il est inimaginable qu'un spécialiste de la théorie de la relativité et un ami de Paul Langevin n'ait pas assisté aux conférences. Il ne figure pas dans la liste établie par Nordmann des participants connus des séances de discussion, mais il peut y avoir à cela au moins deux raisons

– d'abord, Nordmann, pour ses lecteurs, a nommé les gens connus⁽²⁶⁾ et le nom d'Élie Cartan n'était (déjà) pas connu du grand public et d'ailleurs pas membre de l'Académie des sciences.

– ensuite, les discussions se sont déroulées dans une ambiance survoltée, Langevin a dû limiter chaque intervention à vingt minutes (!), Painlevé criait et « engueula » même son ami Hadamard ; il y a eu un moment où Einstein lui-même a eu du mal à se faire entendre — il est difficile d'imaginer le doux, hésitant et discret Élie Cartan intervenir dans une discussion de ce type.

Plus près de ce qui nous intéresse ici, c'est-à-dire les mathématiques, voici les souvenirs d'André Weil⁽²⁷⁾, qui n'avait pas encore seize ans, en avril 1922, mais ne perdait pas son temps :

L'année suivante, alors que j'étais en taupe chez Grévy, Einstein fut invité à faire des conférences au Collège de France ; il fallut instaurer un système de cartes d'entrée ; j'eus la mienne, grâce à Hadamard je suppose. L'affluence du tout Paris scientifique, philosophique et

⁽²⁵⁾ Voir par exemple l'apparition de certains d'entre eux dans la correspondance d'Élie Cartan page 191.

⁽²⁶⁾ Le Docteur Roux, M. Bergson, Mme Curie et un grand nombre de membres de l'Académie des sciences, écrit-il dans [326] où il rapporte les interventions de Painlevé et Hadamard.

⁽²⁷⁾ Dans [365].

mondain fut telle qu'on dut faire appel à la garde républicaine pour filtrer la foule. Avec une telle ambiance, on ne pouvait s'attendre à un bien haut niveau ; s'il y eut, comme je n'en doute pas, des discussions scientifiques sérieuses à cette occasion, ce dut être en petit comité, entre Einstein, Langevin et quelques autres. La présence assidue de Painlevé, et la part qu'il croyait devoir prendre aux discussions publiques, donnait quelque pittoresque à ces séances, mais ne m'empêcha pas de me sentir un peu déçu. En revanche j'assistai, chez le philosophe Xavier Léon⁽²⁸⁾, à une conversation mémorable entre Élie Cartan et Einstein. Celui-ci avait mis à la base de sa « relativité généralisée » la géométrie riemannienne classique, qui, dans la terminologie de Cartan, est une géométrie avec courbure mais sans torsion ; sans doute Einstein ignorait-il tout à fait, à cette époque, qu'on pût envisager d'autres types de géométrie, alors que le point de vue de Cartan permettait dès lors d'aller beaucoup plus loin. Chez Xavier Léon, Cartan fit observer à Einstein qu'on pouvait considérer aussi, par exemple, des géométries à torsion et sans courbure (elles sont en fait les géométries à parallélisme absolu introduites bien plus tard par Einstein). Évidemment je ne compris pas le sens, ni encore moins la portée, des propos de Cartan ; ils me frappèrent assez néanmoins pour me revenir à l'esprit bien des années après, lorsque les idées de Cartan me furent devenues familières.

Lorsque Weil écrivit ce texte (le livre dont il est extrait est paru en 1991), la correspondance entre Cartan et Einstein avait été publiée⁽²⁹⁾ (pour le centenaire d'Einstein en 1979) et Weil avait été mêlé, de loin, à quelques-unes des péripéties de cette publication⁽³⁰⁾, ce qui lui avait sans doute rafraîchi la mémoire. Il avait d'ailleurs raconté le même épisode, de façon un peu moins détaillée, en 1984⁽³¹⁾.

Un compte rendu assez précis (et contemporain) de la discussion qui eut lieu lors de la séance de la Société française de philosophie du 6 avril fut publié

⁽²⁸⁾ Le philosophe Xavier Léon (1868–1935) avait été à l'origine de la création de la Société française de philosophie et de la *Revue de métaphysique et morale*, dans laquelle nous verrons que Cartan publia, plus tard, un article [178], justement sur le parallélisme absolu. Xavier Léon s'intéressait aux mathématiques et à la science. Il avait organisé un congrès de philosophie pendant l'exposition universelle de 1900, pour lequel il avait demandé le patronage de plusieurs scientifiques, dont Gösta Mittag-Leffler. La revue publia régulièrement des articles de mathématiques et de mathématiciens, par exemple un article de Lebesgue sur l'intégration en 1927. Voir aussi la note 33. Note de M.A.

⁽²⁹⁾ Dans le livre [242].

⁽³⁰⁾ Voir [16, Lettre du 10 mai 1978].

⁽³¹⁾ Dans [364] ou [16, Lettre du 15 juin 1984].

dans le *Bulletin* de cette société⁽³²⁾, et il est possible que cette discussion soit celle dont Weil se souvenait. Sont intervenus, après l'introduction de Xavier Léon, Langevin et Hadamard⁽³³⁾ — une courte discussion sur le fait de savoir si une théorie physique devait seulement être logique et en accord avec les faits expérimentaux s'ensuivit. Puis Élie Cartan est intervenu — le début de la séance semble avoir été assez calme.

M. Cartan.— M. Einstein a énoncé les lois de l'univers en parlant d'une certaine expression mathématique : le ds^2 , qui est une forme différentielle quadratique à quatre variables. Pour l'analyste, tout l'intérêt se porte sur les invariants différentiels qui s'attachent à ce ds^2 . Le géomètre s'attache plus spécialement à certains de ces invariants différentiels les plus simples, ceux qui définissent ce qu'il a appelé la courbure. Quant aux physiciens, ils ne s'occupent que des invariants susceptibles d'une interprétation physique ; ils les ont appelés des tenseurs. Le tenseur fondamental est le tenseur énergie-quantité-de-mouvement que fournit l'expérience. Mais la géométrie montre qu'il existe un deuxième tenseur qui, égalé à zéro, exprime que les lois de la propagation de la lumière sont les mêmes qu'en relativité restreinte ; ce tenseur est également nul dans la loi de gravitation à potentiel scalaire de Mie. Comme le tenseur matière, il est à dix composantes et est aussi simple que lui en ce sens qu'il ne contient pas de dérivées des potentiels d'un ordre supérieur au second, et que les dérivées du second ordre y entrent linéairement. Le tenseur matière présente un intérêt physique, je demande à M. Einstein si le second en présente aussi un ? Jusqu'ici il n'a pas de signification physique et il y a là une espèce de désaccord entre la géométrie et la nature.

M. Einstein.— Quel est ce tenseur ?

M. Cartan.— Les composantes sont les parties réelles et imaginaires des coefficients d'une certaine forme quadratique ternaire dont il est difficile de donner la signification en langage vulgaire⁽³⁴⁾.

Painlevé, Langevin, Paul Lévy, Jean Perrin, Becquerel et Einstein sont ensuite intervenus dans une discussion moins technique (et peut-être « pittoresque », comme dit Weil) avant que les philosophes ne prennent la parole,

⁽³²⁾ Voir [347].

⁽³³⁾ Jacques Hadamard, comme plusieurs autres mathématiciens, était membre de cette société de philosophie... de même que Xavier Léon et Léon Brunschvicg étaient membres de la SMF.

⁽³⁴⁾ C'est-à-dire sans formule. Note de M.A.

notamment Léon Brunschvicg sur la conception kantienne de la science et Henri Bergson à propos de la notion de temps universel.

Élie Cartan parla aussi, en 1929, d'une discussion avec Einstein chez Hadamard⁽³⁵⁾, dans laquelle, semble-t-il, il s'expliqua sur la question qu'il avait soulevée :

[...] je me rappelle même avoir, chez M. Hadamard, essayé de vous [vous désigne Einstein] donner l'exemple le plus simple d'un espace de Riemann avec *Fernparallelismus* en prenant une sphère et en regardant comme parallèles deux vecteurs faisant le même angle avec les méridiennes qui passent par leurs origines : les géodésiques correspondantes sont les loxodromies.

Le parallélisme absolu, 1929–1932

En effet, ce sujet, le parallélisme absolu, qui pourrait s'appeler « parallélisme à distance », comme en allemand *Fernparallelismus*⁽³⁶⁾, fut quelques années plus tard le sujet d'une correspondance intensive entre Cartan et Einstein — du 8 mai 1929 au 24 mai 1932, trente-neuf lettres⁽³⁷⁾. Il est question, comme le dit très clairement André Weil dans le texte cité page 77, de variétés munies d'une connexion sans courbure, dont la torsion n'est pas supposée nulle.

En 1928, Einstein avait re-découvert cette idée des connexions sans courbure mais avec torsion, dont Cartan lui avait parlé en 1922, et ce fut le départ de cette discussion-là. En conformité avec ce que nous savons du caractère et de la personnalité d'Élie Cartan, ajoutons que, si celui-ci se décida à écrire à Einstein, le 8 mai 1929, c'est, comme il le dit lui-même, parce que son ami Langevin le lui avait conseillé. Si Einstein croyait vraiment, dans son enthousiasme, avoir « inventé » quelque chose de nouveau, il reconnut immédiatement et très gentiment, dans sa première lettre, dès le 10 mai 1929, qu'il avait tort. Il proposa à Cartan de publier un complément historique à un de ses articles⁽³⁸⁾ et ajouta :

⁽³⁵⁾ [242, Lettre du 8 mai 1929].

⁽³⁶⁾ En anglais *distant parallelism*, mais l'histoire racontée ici se fit en allemand et en français.

⁽³⁷⁾ Publiées [242] en 1979. Sur l'importance de cette correspondance parmi celle d'Einstein avec ses autres correspondants français, voir [28].

⁽³⁸⁾ Il fut d'abord question de la revue *Zeitschrift für Physik*, mais ce fut finalement *Mathematische Annalen*, ce qui était beaucoup plus lent et donna à Einstein l'occasion de s'exprimer avec humour sur le temps différent des mathématiciens et des physiciens.

Sie würden mir einen grossen Gefallen erweisen, und wir würden damit ein gutes Beispiel geben, wie derartige Prioritätsfragen in einer würdigen und sympathischen Weise behandelt werden können⁽³⁹⁾.

Partie d'une question de priorité scientifique, la correspondance fut à la fois amicale, technique et fructueuse.

Cartan et Einstein eurent rapidement l'occasion de se rencontrer à nouveau, après l'échange de lettres commencé en mai, et cette fois de discuter vraiment, lorsque le physicien vint recevoir un doctorat *honoris causa* de l'Université de Paris — en cette année de son cinquantenaire, Einstein était au faîte de sa gloire. Outre la cérémonie à la Sorbonne le 2 novembre, Einstein donna deux conférences dans le tout nouvel Institut Henri Poincaré, les 8 et 12 novembre à 17^h30. Il y eut certainement un auditoire nombreux. Il semble que Paul Valéry ait assisté à la conférence à l'I.H.P. du 12 novembre... et, d'après ce qu'il écrivit dans ses *Cahiers*, il ait marché jusque là en parlant avec Élie Cartan. La réunion à la Société française de philosophie (conférence de de Broglie en présence d'Einstein, discussion) eut lieu à la Sorbonne le même jour. On peut imaginer les deux hommes, Cartan et Valéry, montant la rue Saint-Jacques — sauf qu'Einstein est allé ce jour-là à l'Académie des sciences, dont la séance ne se termina qu'à 15^h40. Car en effet, cette fois, Einstein avait été invité par l'Académie des sciences, ce mardi⁽⁴⁰⁾ 12 novembre, comme on peut le lire dans les *Comptes rendus*⁽⁴¹⁾.

Toujours est-il que cette visite d'Einstein à Paris fut beaucoup moins médiatisée que celle de 1922. L'engouement du public et des journalistes pour le temps relatif n'avait pas survécu au temps passé. Même *l'Humanité* ne fit rien. Les conférences furent rédigées par Alexandre Proca et publiées dans le tout nouveau journal dudit institut⁽⁴²⁾.

Au cours de cette visite, Einstein demanda à Langevin de lui organiser une rencontre avec Cartan et celle-ci eut lieu « chez Langevin »⁽⁴³⁾. Dix ans

⁽³⁹⁾Vous me feriez une grande faveur et, en même temps, nous donnerions un bon exemple de la façon digne et sympathique dont de telles questions de priorité peuvent être traitées. Dans [242, Lettre du 10 mai 1929].

⁽⁴⁰⁾Pour cause de lundi férié.

⁽⁴¹⁾Valéry raconte, dans ses *Cahiers*, que d'Ocagne lui a dit que Borel a présenté Einstein à Picard et que celui-ci n'a pas voulu lui serrer la main. C'est peut-être vrai — si ça a été noté immédiatement, ce que je ne sais pas — ce n'est que le début d'une rumeur !

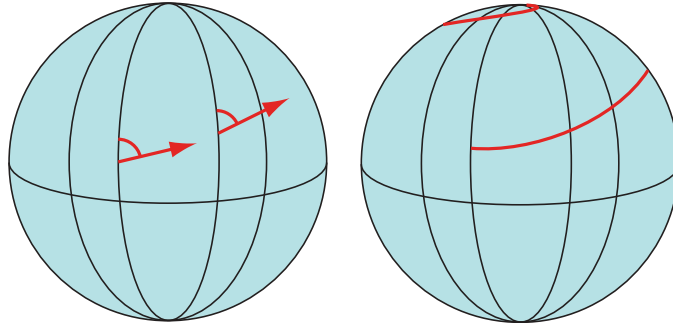
⁽⁴²⁾Comme [268]. Einstein y expliqua son besoin de physicien d'une théorie unitaire, dit que ces espaces avaient déjà été étudiés du point de vue purement mathématique, renvoya à la note que « M. Cartan [avait] eu l'amabilité de rédiger pour les *Mathematische Annalen* »... Beaucoup de formules à indices ensuite.

⁽⁴³⁾dit Cartan dans sa lettre du 3 décembre 1929. Il ne s'agit pas du domicile de Langevin rue Vauquelin, mais de son bureau de directeur à l'École de physique et chimie de Paris toute proche, comme nous l'apprend une lettre de Cartan datée de 1949 (voir le chapitre 21).

plus tard, Langevin mentionna lui aussi cette rencontre lorsqu'il dressa un tableau des contributions d'Élie Cartan à la physique dans le discours qu'il lui adressa lors de son jubilé⁽⁴⁴⁾. Cartan lui-même avait donné, aussitôt après cette discussion avec Einstein⁽⁴⁵⁾, des conférences au Collège de France sur ce sujet. Ce ne sont pas des exposés au séminaire Hadamard. D'ailleurs, dans sa lettre du 7 février, Cartan dit « des conférences aux physiciens » (mais Hadamard était présent et y est intervenu, comme nous le verrons). Il s'agit peut-être d'une série d'exposés dirigés par Langevin (lui aussi était professeur au Collège de France) dans le cadre du « Centre international de synthèse »⁽⁴⁶⁾.

Répondant à la demande d'Einstein, Cartan écrivit « un court historique de la notion d'espace riemannien à parallélisme absolu, [qu'il] avait le premier introduite en 1922, que M. Einstein a retrouvée en 1928 et sur laquelle il a cherché à fonder une théorie unitaire du champ gravitationnel-électromagnétique⁽⁴⁷⁾ ». En effet, Einstein était à la recherche d'une théorie qui englobe à la fois ces deux champs. Il déclarait que c'était son ambition principale, depuis plusieurs années, que de réaliser cette unité.

Précisons ce dont il s'agit. Dans sa première lettre (8 mai 1929), Élie Cartan commença par rappeler à Einstein l'exemple des loxodromies, qu'il lui avait donné en 1922 « chez M. Hadamard » et qui se représente sans mal par une figure.



Les géodésiques (courbes dont le vecteur tangent reste parallèle à lui-même) sont les courbes qui font un angle constant avec les méridiens — les loxodromies. Dans cet exemple, la connexion est décrite grâce à un plongement de la variété (ici la sphère) dans l'espace euclidien de dimension 3. Dans ce cas (une

⁽⁴⁴⁾Toujours [217].

⁽⁴⁵⁾ « pendant l'hiver 1930 », écrivit-il dans sa notice [237].

⁽⁴⁶⁾ Comme le dit la couverture du fascicule [179]. Le fait que le fascicule soit paru en 1932 n'est pas contradictoire avec l'hiver 1930 : le même texte était déjà paru en 1931 comme [178].

⁽⁴⁷⁾Extrait de la notice sur les travaux de Cartan [237]. Le court historique dont il est question est l'article [168].

surface, de dimension 2, dans un espace euclidien), la torsion, de même que la courbure, est susceptible d'être identifiée à un nombre, ce qui en permet des descriptions géométriques simples. Comme Élie Cartan le rappelait à Einstein dans sa lettre (du 8 mai 1929), cet exemple figurait (sans figure) dans son article « Les récentes généralisations de la notion d'espace »⁽⁴⁸⁾ en 1924.

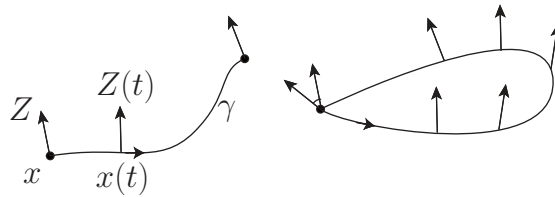
L'idée, donc, est de modéliser la théorie unitaire par un espace (une variété) muni d'une connexion. Une connexion est un objet mathématique qui permet de « transporter parallèlement » un vecteur tangent à la variété en un point en un autre vecteur tangent en un autre point, le long d'un chemin joignant ces deux points. Autrement dit⁽⁴⁹⁾, une connexion, ici sur le fibré tangent d'une variété V , est une opération qui dérive un champ de vecteurs dans la direction d'un autre champ de vecteurs, c'est-à-dire, en formules, si la dérivée du champ Y le long du champ X est notée $D_X Y$:

$$D_X(fY) = (X \cdot f)Y + fD_X Y$$

(D_X dérive Y) et

$$D_{fX} = fD_X$$

(l'opération est $\mathcal{C}^\infty$ -linéaire en le champ de vecteurs qui dérive). Voici maintenant comment ceci permet de « transporter parallèlement » un vecteur le long d'un chemin. On part de Z , tangent en x à la variété et on définit $Z(t)$ au point $\gamma(t)$ du chemin γ issu de x de façon que $Z(t)$ n'ait pas de dérivée le long du chemin, c'est-à-dire que $D_{\dot{\gamma}(t)} Z(t) = 0$. Le vecteur obtenu à l'autre extrémité du chemin dépend en principe du chemin choisi pour atteindre cette extrémité. Par exemple, avec un chemin fermé, on ne revient pas forcément au vecteur de départ : le parallélisme n'est pas « absolu ». Ici apparaît la notion de courbure (définie en formules ci-dessous). Si la courbure est nulle, le vecteur final ne dépend pas du chemin, c'est un théorème d'Élie Cartan⁽⁵⁰⁾.



⁽⁴⁸⁾ C'est-à-dire [117].

⁽⁴⁹⁾ Et anachroniquement dit : ces notations sont modernes et cette façon de présenter les choses (champ de vecteurs dérivant les sections d'un fibré vectoriel) a été inventée en 1951 par Jean-Louis Koszul (voir son livre plus tardif [299]).

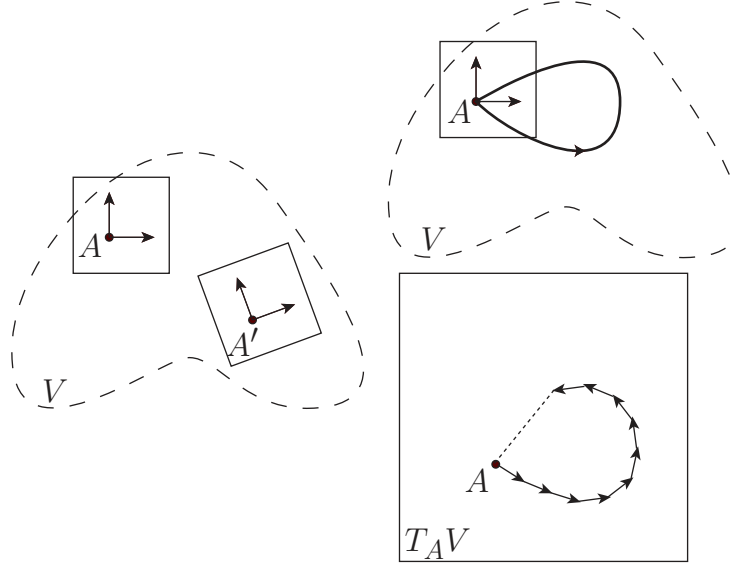
⁽⁵⁰⁾ Dans [112, p. 368].

Élie Cartan explique tout ceci très clairement⁽⁵¹⁾ (nous sommes très proches de la note du 27 février 1922) :

Un espace général à connexion euclidienne peut être conçu comme formé d'une infinité de morceaux infiniment petits d'espace euclidien, avec une loi de raccord permettant d'intégrer deux morceaux contigus dans un seul et même espace euclidien. Voici, d'une manière plus précise, la nature de cette loi de raccord. Considérons deux points A et A' , ainsi que deux systèmes de référence rectangulaires locaux (R_A) et $(R_{A'})$ attachés à ces points. Un observateur placé en A pourra imaginer être dans un espace euclidien, et il saura, la loi de raccord étant connue, localiser dans cet espace euclidien le point A' et le repère $(R_{A'})$; autrement dit, il connaîtra les coordonnées rectangulaires de A' par rapport à (R_A) , ce qui revient à connaître le ds^2 de l'espace, et les angles que font les axes de $(R_{A'})$ avec ceux de R_A , ce qui revient à connaître la loi de transport par parallélisme. Il connaîtra par suite l'angle d'un vecteur quelconque issu de A' avec un vecteur quelconque issu de A . Si l'on imagine une suite continue d'observateurs échelonnés le long d'un arc de courbe AB , l'observateur placé en A sera donc capable de localiser de proche en proche dans un même espace euclidien (espace euclidien tangent en A) les différents points de AB et les différents vecteurs issus de ces points; on pourra dire qu'il saura *développer* sur son espace euclidien la ligne AB et la portion de l'espace qui avoisine immédiatement cette ligne.

L'observateur A sera averti qu'il n'est pas dans un vrai espace euclidien s'il essaie, en suivant deux chemins différents ACB et $AC'B$ de localiser dans son espace euclidien le point B et les vecteurs issus de B . Suivant le chemin suivi il n'attribuera pas, *dans son espace euclidien*, la même position au point B , pas plus qu'il n'attribuera aux vecteurs issus de B la même orientation. La rotation que lui paraissent avoir subie les vecteurs en passant d'un chemin à l'autre constitue la *courbure* associée au cycle $BC'ACB$; la translation qui amène en coïncidence les deux positions différentes attribuées au point B constitue la *torsion* associée à ce même cycle; le vecteur qui représente cette translation est le *vecteur de torsion* du cycle. Si le cycle est infiniment petit, la courbure se traduit analytiquement par le tenseur bien connu à quatre indices, la torsion par le tenseur à trois indices Λ_{ij}^k utilisé par M. Einstein.

⁽⁵¹⁾Dans [168, pp. 699–700].



Ceci se voit très bien sur la figure : plaçons-nous donc sur une variété V . En chaque point, il y a un repère (ce sont les (R_A) de Cartan). Dessinons un lacet sur V , qui part de A et y revient. Grâce à la connexion, l'observateur en A est capable de ramener chaque vecteur tangent à ce lacet dans l'espace $T_A V$ tangent en A (c'est ce que Cartan appelle « développer » le lacet). Le chemin dessiné dans l'espace $T_A V$ par ces petits vecteurs peut ne pas se refermer. Le vecteur « manquant », en pointillés sur la figure est le vecteur de torsion (pour être tout à fait exact il faut prendre une limite, c'est-à-dire remplacer les « petits » vecteurs tangents par des vecteurs infinitésimaux).

L'exemple le plus simple dans lequel les espaces tangents en tous les points se comparent naturellement est celui où la variété est un groupe de Lie. L'application tangente à la multiplication à gauche par g ,

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_g : G &\longrightarrow G \\ h &\longmapsto gh,\end{aligned}$$

c'est-à-dire

$$T_g \mathcal{L}_g : T_e G \longrightarrow T_g G$$

fournit une telle application. On peut aussi utiliser la multiplication à droite. Cet exemple se trouve dans le texte de la conférence que donna Élie Cartan à Berne le 7 mai 1927 (pour la session de printemps de la Société mathématique suisse)⁽⁵²⁾ et il le rappela à Einstein dans sa première lettre (le 8 mai 1929).

⁽⁵²⁾On le trouve dans l'article [143].

Dans ce cas, la torsion mesure précisément la non-commutativité du groupe, le tenseur Λ_{ij}^k est constant, et il n'est autre que la liste des « constantes de structure » a_{ij}^k de l'algèbre de Lie.

Plus généralement, la non nullité de la torsion peut être considérée comme une dissymétrie de l'espace. C'est le point de vue présenté, quelques années plus tard⁽⁵³⁾, par Albert Lautman⁽⁵⁴⁾ :

L'exemple des théories unitaires du champ électromagnétique et de la gravitation, offre le cas analogue [après les spineurs] d'une théorie physique reposant sur la dissymétrie de certains êtres mathématiques découverts à nouveau [comme les spineurs] par M. E. Cartan, bien avant leur utilisation par Einstein. Dans sa théorie de 1928, Einstein associe les phénomènes de l'électromagnétisme et les phénomènes de gravitation, en considérant pour cela des espaces dotés de *torsion* et introduits dans la science par M. E. Cartan en 1922. Voici un exemple dû à M. E. Cartan et qui pourra suggérer ce qu'est la notion de torsion. Considérons sur une surface deux systèmes de courbes, comme les méridiens et les parallèles sur la sphère. Supposons qu'un navire se déplace d'une quantité d le long d'un même méridien en allant d'un point A à un point A' , puis d'une quantité δ le long d'un même parallèle en allant de A' à A'' . Supposons maintenant que le navire se déplace dans l'ordre inverse et parcoure d'abord δ sur le parallèle passant par A , ce qui l'amène en A''' et d sur le méridien passant par A'' , ce qui l'amène en un point $\bar{A}''$ distinct de A'' . Si on désigne par $d\delta$ et δd la succession des opérations dans les deux cas, on voit que $d\delta \neq \delta d$. L'existence sur la sphère d'un vecteur de torsion $A''\bar{A}''$ (ou du vecteur opposé $\bar{A}''A''$) traduit ainsi la non-commutativité des opérations d et δ .

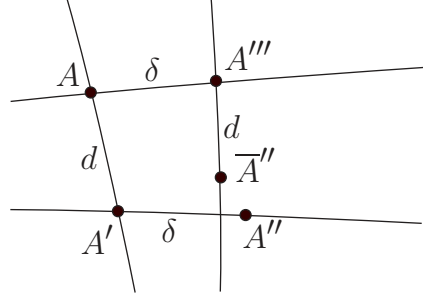
Écrivons maintenant les fameux tenseurs à trois et quatre indices dont il a été question dans la citation de Cartan⁽⁵⁵⁾. On vérifie sans mal que la formule

$$T(X, Y) = D_X Y - D_Y X - [X, Y]$$

⁽⁵³⁾ Si cette analogie avec la non-commutativité d'un groupe semble sous-jacent à l'article de Lautman, l'exemple de la torsion du groupe n'y est pas donné explicitement.

⁽⁵⁴⁾ Dans l'article [304], écrit entre 1942 et 1944 pour le livre [305]. Né en 1908 et peut-être pas tout à fait aussi précoce que Weil, Albert Lautman n'assista certainement pas aux conférences de 1922, mais il est très possible qu'il ait été présent aux exposés de Cartan au Collège de France au début de 1930.

⁽⁵⁵⁾ Les formules et les équations sont écrites ici pour satisfaire les mathématiciens et le sens esthétique des lecteurs en général. Le formalisme devient ensuite (l'apparition, ci-dessous, des indices, en témoigne), assez lourd. C'est la raison pour laquelle j'ai surtout utilisé les articles « sans formules », la notice [237] de Cartan, son article [178] de la *Revue de métaphysique et de morale*, ainsi que celui de Lautman [304] dans [305] pour expliquer ce qui se passe.



définit un *tenseur* T , c'est-à-dire que, pour $x \in V$, $(T(X, Y))_x$ ne dépend que des vecteurs X_x et Y_x . Ce tenseur est la *torsion* de la connexion D (dont on conviendra qu'il est lié à une sorte de non-commutativité, comme le disait Lautman dans la citation précédente).

Elle possède une « courbure », qui est le tenseur (car c'en est un) défini par

$$R(X, Y)Z = D_Y(D_X Z) - D_X(D_Y Z) + D_{[X, Y]}Z.$$

On aura remarqué que la torsion ne fait intervenir que les dérivées premières, alors que la courbure utilise aussi les dérivées secondes. Du point de vue représenté sur les figures, c'est le fait que la courbure compare des vecteurs tangents alors que la torsion compare des points, on conçoit donc qu'il faille davantage de dérivées pour la première que pour la seconde.

De même, la torsion avale deux vecteurs pour fabriquer un vecteur, il lui faut donc une forme linéaire pour devenir un nombre. La courbure a besoin, elle, d'une forme linéaire et de trois vecteurs pour fournir un nombre,

$$\langle \alpha, T(X, Y) \rangle \in \mathbf{R}, \quad \langle \alpha, R(X, Y)Z \rangle \in \mathbf{R}$$

de sorte que l'on peut noter

$$\left\langle dx^k, T\left(\frac{\partial}{\partial x^i}, \frac{\partial}{\partial y^j}\right) \right\rangle = \Lambda_{ij}^k, \quad \left\langle dx^\ell, R\left(\frac{\partial}{\partial x^i}, \frac{\partial}{\partial y^j}\right) \frac{\partial}{\partial x^k} \right\rangle = R_{ijk}^\ell,$$

rendant ainsi la débauche d'indices possible. La notation Λ_{ij}^k est celle qu'utilisa Einstein. Courbure et torsion définies, citons encore Élie Cartan⁽⁵⁶⁾ :

Il est intéressant de remarquer que la première théorie de la relativité de M. Einstein repose sur la notion d'espace riemannien sans torsion, alors que la théorie actuelle repose sur celle d'espace riemannien sans courbure.

L'idée que la gravitation créait de la courbure avait en effet donné naissance, aussitôt après l'apparition de la théorie de la relativité, en 1917, à la

⁽⁵⁶⁾Dans [168, p. 701].

« connexion de Levi-Civita ». Ce qu'a démontré le mathématicien italien Tullio Levi-Civita, c'est que, sur une variété riemannienne, il existe une unique connexion qui

- est compatible avec la métrique g , au sens où

$$X \cdot g(Y, Z) = g(D_X Y, Z) + g(Y, D_X Z)$$

- et est *sans torsion*, c'est-à-dire qu'on a

$$D_X Y - D_Y X = [X, Y].$$

Ses géodésiques (courbes dont le vecteur tangent reste parallèle à lui-même) sont les courbes qui minimisent localement la longueur. Dès la note du 27 février 1922, « au moment où vous faisiez vos conférences au Collège de France », comme l'écrivit Cartan en 1929, Élie Cartan était revenu sur cette propriété de torsion nulle.

XX

Voilà pour les définitions mathématiques. Sans entrer dans les détails que la débauche d'indices autoriserait (pour les lecteurs d'aujourd'hui, elle ne clarifie pas vraiment les choses, mais c'était différent pour Cartan et Einstein), laissons Cartan expliquer ce qui se passe ensuite⁽⁵⁷⁾.

Son [Einstein] idée directrice est qu'il doit exister un schéma géométrique suffisamment général pour qu'on puisse y retrouver le champ, l'électricité et la matière, mais pas trop général cependant pour qu'on y trouve autre chose que ce que contient l'Univers. L'espace riemannien à parallélisme absolu lui semble satisfaire à ces conditions, mais en l'assujettissant à certaines restrictions de nature géométrique qui constituent en quelque sorte les lois de la Physique. Comme toutes les propriétés géométriques intrinsèques de l'espace découlent de sa torsion, c'est par des équations aux dérivées partielles entre les composantes de la torsion (rapportées à des repères rectangulaires) et leurs dérivées covariantes que ces lois s'expriment. On peut admettre pour simplifier que les repères choisis sont tous parallèles entre eux. Il faudra alors que les équations soient invariantes par une même rotation arbitraire des repères autour de leurs origines ; il faudra ensuite que ces équations soient compatibles ; il faudra enfin, pour être d'accord avec le déterminisme physique, — et c'est là une condition qui a toujours été sous-entendue par M. Einstein et à laquelle on n'a pas attaché l'importance qu'elle mérite, — que la solution générale des équations considérées ne dépende essentiellement, c'est-à-dire abstraction faite du choix arbitraire des

⁽⁵⁷⁾Dans sa notice [237].

variables indépendantes, que de fonctions arbitraires de *trois* arguments.

M. Einstein a indiqué comme susceptible d'être mis à la base de la théorie unitaire, un système de 22 équations, linéaire par rapport aux dérivées premières des composantes de la torsion et quadratique par rapport à ces composantes.

Interrompons brièvement Cartan pour un exemple simple (issu de sa lettre du 3 janvier 1930). Dans le cas d'un groupe, où les composantes de la torsion sont constantes et donc leurs dérivées nulles, il s'agit de résoudre l'équation de compatibilité

$$\sum_m (\Lambda_{ij}^m \Lambda_{km}^h + \Lambda_{jk}^m \Lambda_{im}^h + \Lambda_{ki}^m \Lambda_{jm}^h) = 0,$$

qui est bien quadratique en ces composantes. Et rendons-lui la parole.

Dans une série de trois conférences faites dans l'hiver 1930 au Collège de France, j'ai démontré rigoureusement que ce système est compatible et qu'il respecte le déterminisme (au moins mathématique).

Une dernière interruption pour expliquer cette parenthèse. Au cours des conférences du début 1930, Hadamard fit deux remarques cruciales (que Cartan rapporta à Einstein dans sa lettre du 7 février 1930) :

- l'une sur l'existence de solutions du système d'équations aux dérivées partielles : pour pouvoir appliquer le théorème de Cauchy-Kovalevskaya, il faut que les coefficients soient analytiques ;
- l'autre sur la façon dont les solutions dépendent des conditions initiales, ce qui établit une différence entre le déterminisme mathématique et le déterminisme physique. Dans sa lettre, Cartan donne l'exemple de

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = 0$$

avec

$$f(x, 0) = \varepsilon \sin(mx), \quad \frac{\partial f}{\partial t}(x, 0) = 0$$

(et ε très petit, de sorte que, pour $t = 0$, f est partout (en x) très petite). La solution

$$f(x, t) = \varepsilon \sin(mx) \cosh(mt)$$

elle, peut prendre des valeurs aussi grandes qu'on veut pour des très petites valeurs de t .

Retour à la lettre de Cartan.

J'ai plus généralement déterminé par des calculs assez longs, qui font intervenir la théorie de la représentation linéaire des groupes

semi-simples et ma théorie des systèmes en involution, tous les systèmes possibles satisfaisant aux conditions admises plus ou moins explicitement par M. Einstein. J'ai trouvé ainsi :

1° Des systèmes assez généraux de 15 équations, dont la solution générale dépend de 18 fonctions arbitraires de 3 arguments ;

2° Des systèmes *possibles* de 16 équations, dont la solution générale dépend de 16 fonctions arbitraires de 3 arguments ;

3° Le système de M. Einstein et un autre système de 22 équations (contenant deux constantes arbitraires), dont la solution générale dépend de 12 fonctions arbitraires de 3 arguments. Le dernier système fournirait en général une Physique *irréversible*.

Comme Élie Cartan l'écrivit à Einstein le 17 février 1930 :

Tout le problème consiste à trouver une solution sans singularité assez générale pour qu'on puisse l'interpréter physiquement. Mais est-il bien sûr que de telles solutions existent et que la noix de coco contienne quelque chose à son intérieur ?

Et, à Levi-Civita, le 30 avril 1930 :

J'ai été très intéressé par votre dernière lettre. Je n'ai guère eu le temps de réfléchir de nouveau à toutes ces questions en ce qui concerne le point sur lequel vous faites des réserves, je voulais simplement dire que si on ne veut admettre (comme il est certain qu'Einstein le désire actuellement) que des solutions sans singularités de son nouveau système, on trouvera bien les bicaractéristiques correspondant à la propagation de la lumière mais on ne trouvera pas de bicaractéristique analogue à celles qui se présentent en hydrodynamique comme lieux des différentes positions d'un même point matériel. Il est certain aussi qu'Einstein veut trouver dans ses équations mêmes non seulement le champ, mais encore la matière et l'électricité à l'état continu. Cela du reste me semble jusqu'à nouvel ordre un pieux désir, car comment trouver de ses équations une solution sans singularités suffisamment générale⁽⁵⁸⁾.

Malheureusement, nous n'avons pas la lettre de Levi-Civita à laquelle Cartan répondait. Tullio Levi-Civita participait lui aussi au débat sur le parallélisme absolu⁽⁵⁹⁾.

⁽⁵⁸⁾ Accademia dei Lincei.

⁽⁵⁹⁾ Il avait publié début 1929 une note [310] aux *Sitzungsberichte* de Berlin, dont Cartan avait accusé réception avec le commentaire :

Votre idée de représenter le champ électromagnétique par le tenseur ξ_{ik} est très simple, mais encore fallait-il y songer ! Le problème de géométrie consistant à

Ajoutons qu'il fut question de parallélisme absolu au séminaire Hadamard, comme s'en souvint (sans beaucoup de précision) Szolem Mandelbrojt⁽⁶⁰⁾ :

Levi-Civita traitait de ses recherches sur les géométries riemanniennes et on parlait souvent au séminaire du parallélisme absolu.

Le souvenir, dans une même phrase, de Levi-Civita et du parallélisme absolu a certainement une signification !

XX

Épilogue — Einstein-Mayer

Einstein essaya ensuite, avec Mayer, un autre modèle, une autre « théorie », qui parut en 1931⁽⁶¹⁾. Élie Cartan lut cet article et rédigea une description un peu plus géométrique que l'original, de cette théorie. Ce texte écrit en 1934 est resté inédit jusqu'à la publication par le C.N.R.S. en 1984, d'une deuxième édition des Œuvres complètes d'Élie Cartan. L'espace-temps lui-même y était une hypersurface totalement géodésique d'une variété de dimension 5 munie d'une connexion euclidienne (métrique mais sans hypothèse de torsion nulle) — la connexion induite sur l'hypersurface espace-temps étant riemannienne (sans torsion). Ainsi l'espace-temps est une variété riemannienne, avec sa connexion de Levi-Civita (et le transport parallèle qu'elle définit), comme le voulait la relativité générale. Mais il y a aussi, en tout point de l'espace-temps, le vecteur de torsion de la connexion de l'espace ambiant, un vecteur perpendiculaire à l'espace-temps puisqu'il n'a pas de composante tangente. Ce vecteur définit le champ électromagnétique. Cartan explicite les axiomes géométriques et les axiomes physiques, qui mènent aux équations de Maxwell.

Il est vraiment dommage que ce texte n'ait pas été publié plus tôt : c'est un article de géométrie différentielle d'Élie Cartan très clairement écrit.

caractériser les espaces pour lequel le tenseur ξ_{ik} est nul ne me semble pas très facile à résoudre ; les espaces représentatifs des groupes avec le parallélisme absolu (ou plutôt l'un des deux parallélismes absolus) attachés infinitésimalement à la structure du groupe jouissent évidemment de cette propriété, mais ils ne constituent qu'une solution bien particulière du problème.

Accademia dei Lincei.

⁽⁶⁰⁾Dans [317].

⁽⁶¹⁾Dans les *Sitzungsberichte* de Berlin, comme [269].

Épilogue (suite) — la forme de l'espace

Pour terminer ce chapitre, ajoutons qu'Élie Cartan, qui avait dix ans de plus qu'Einstein, et donc soixante ans en 1929, avait, outre le travail attaché à cette question du parallélisme absolu, une très intense activité mathématique. Le nombre de pages qu'il a publiées ces années-là est impressionnant. La correspondance de Cartan et Einstein nous a entraînés un peu loin dans la chronologie. Comme nous le verrons au chapitre 12, Cartan s'intéressait beaucoup, ces années-là (à partir, disons, de 1925) aux problèmes topologiques. Ceci ne pouvait manquer d'apparaître dans la correspondance. À la remarque d'Einstein, en décembre 1929,

Es ist nun meine Überzeugung, dass bei ernst zu nehmenden, strengen Feldtheorien *völlig Singularitätsfreiheit des ganzes Feldes* verlangt werden muss. Dies wird wohl die freie Wahl des Lösungen in einem Gebiete in einer sehr weitgehenden Weise einschränken — über die Einschränkungen hinaus, die Ihren Determinationsgrade entsprechen. Dessenungeachtet halte ich die Theorie des letzteren für sehr wichtig und klärend. Eine ausführliche Publikation darüber aus Ihrer Feder wäre sicher für alle wertvoll, die sich für prinzipielle Fragen interessieren⁽⁶²⁾.

dans laquelle l'absence de singularité était évoquée en passant, Cartan répondit le 3 janvier 1930⁽⁶³⁾ :

En ce qui concerne les solutions *sans singularité*, la question est extrêmement difficile, me semble-t-il. En réalité, il y a deux questions en apparence indépendantes, mais en réalité intimement liées l'une à l'autre. 1° Quel est, au point de vue de l'Analysis situs, l'espace, ou le continuum, dans lequel nous voulons localiser les phénomènes ? 2° ce continuum étant choisi, quelles sont les solutions sans singularité dans ce continuum ? Il est très possible que l'existence de solution sans singularité impose des conditions purement topologiques au continuum, exige par exemple que ce continuum soit fermé, comme l'espace sphérique à 4 dimensions.

⁽⁶²⁾ Je crois maintenant que, pour une théorie des champs sérieuse et rigoureuse, il faut imposer que le champ soit nulle part singulier. Ceci devrait restreindre sévèrement le choix des solutions dans une région — davantage que les restrictions correspondant à votre degré de généralité. Cependant, je pense que la théorie de ce dernier [que Cartan lui a expliquée] est très éclairante et importante. Un article détaillé de votre plume serait certainement utile à tous ceux qui s'intéressent à ces questions essentielles. Dans [242, p. 92] (traduction M.A.).

⁽⁶³⁾ Dans [242, p. 102].

Notons la tournure « au point de vue de l'Analysis situs », notons sa cohabitation avec les « conditions purement topologiques », notons surtout que l'existence de solutions à un problème géométrique exprimé en termes d'équations aux dérivées partielles puisse imposer, par exemple, à l'espace d'être compact... et gardons ces remarques en mémoire jusqu'au chapitre 12.

Digression — en guise de fin d'épilogue, 1933

En 1933, Einstein était invité à Pasadena (Californie) lorsque Hitler arriva au pouvoir en Allemagne. Sa maison et ses biens furent confisqués. Il se réfugia en Belgique. Beaucoup d'institutions scientifiques de par le monde lui firent des propositions. Le 8 avril, le ministre français de l'éducation nationale, Anatole de Monzie, lui écrivit pour lui demander s'il était « disposé à accepter [...] une chaire de Physique mathématique au Collège de France ». Il y avait urgence et le ministre était passé par dessus l'assemblée des professeurs (qui approuva quelques semaines plus tard). Einstein répondit le 16 mai :

Ma nomination au Collège de France m'a rempli de joie et de gratitude. J'apprécie d'autant plus cette nomination qu'elle signifie l'expression d'un esprit qui, autant qu'on peut l'espérer, sauvera la culture européenne du grave péril qui la menace actuellement.

Le commentaire était un peu optimiste et d'ailleurs le désir de voir Einstein s'installer en France n'était pas universel. Par exemple, le 18 mai, le directeur d'un quotidien aussi influent que *le Figaro* avait, en personne, consacré à l'événement deux colonnes en pleine une de son journal, sous le titre « Le communisme au Collège de France », un article haineux (et à la fois antisémite et anticommuniste — mais le titre était clair). Einstein avait accepté, mais il était engagé pour deux ans à Princeton, il avait bien pensé à prendre le poste avant de partir et de le retrouver après ces deux années, mais

Mais mes soucis et mes nombreuses occupations de l'année dernière ont tellement éprouvé la santé de ma femme et la mienne que je ne serai pas en état pendant ces mois de mener à bien ma charge à Paris⁽⁶⁴⁾.

★

La conclusion du paragraphe consacré aux systèmes d'équations différentielles dans le bel article nécrologique de Chern et Chevalley⁽⁶⁵⁾ :

⁽⁶⁴⁾ Les lettres citées ici et toutes les références se trouvent dans l'article [297].

⁽⁶⁵⁾ C'est-à-dire [251].

In connection with the general theory of relativity and the unified field theory Cartan studied on several occasions the question of the possible forms of the equations of gravitation and of the unified gravitational and electromagnetic field. He made a very detailed analysis and determined all possible forms of such differential systems. He was also the first one to introduce the notion of Riemann spaces without curvature and with torsion, which later served as the basis of Einstein's unified field theory. Apparently these studies are not of the same importance as his studies on pure mathematics.

est très injuste, au moins au sens où elle néglige l'implication de Cartan dans le grand mouvement scientifique des années de la relativité, dans « la marche extraordinaire de la physique contemporaine »⁽⁶⁶⁾.

⁽⁶⁶⁾Comme dit Hadamard [282, p. 119].

CHAPITRE 8

LA VIE DE FAMILLE

« Elle fut la flamme ardente qui anime le foyer familial », dit Élie Cartan de son épouse, Marie-Louise Bianconi de son nom de naissance, au cours des cérémonies de son jubilé⁽¹⁾.

Élie Cartan et son épouse se sont rencontrés alors que Cartan était maître de conférences à l'Université de Lyon. Le père de Marie-Louise, Pierre-Louis Bianconi (1845–1929), un professeur de chimie, était alors inspecteur d'académie à Lyon, ce qui fit qu'ils fréquentèrent sans doute les mêmes milieux et qu'ainsi les deux jeunes gens se connurent. Toujours est-il qu'ils se marièrent le 15 avril 1903 dans le sixième arrondissement de Lyon.

Au foyer d'Élie et Marie-Louise Cartan, il naquit quatre enfants,

- Henri, le 8 juillet 1904 à Nancy,
- Jean, le 1^{er} décembre 1906 à Nancy,
- Louis, le 19 décembre 1909 à Paris,
- Hélène, le 12 octobre 1917 à Paris.

Élie Cartan en jeune père. Élie Cartan avait trente-cinq ans, le 8 juillet 1904, quand naquit son premier enfant, Henri. Hélène Bianconi, la mère de Marie-Louise Cartan (que, dans ce moment d'intimité, nous appellerons Malise, comme tout le monde) était venue à Nancy aider et assister sa fille, et elle écrivait à la famille pour rendre compte de la situation. Ainsi nous savons que la sage-femme s'appelait M^{elle} Bastien et que M^{me} Bianconi la trouvait très supérieure à un médecin, que Malise était nourrie de bouillon au tapioca et d'œufs à la coque bien frais qu'on lui apportait de la campagne, qu'il faisait très chaud à Nancy en ce début juillet mais que Malise se rafraîchissait avec de l'eau (bouillie) dans laquelle on mettait un peu de campagne.

⁽¹⁾Élie Cartan, dans [217].

Aussitôt accouchée la sage-femme ayant dit que du champagne remonterait Malise que la longueur du travail avait un peu lassée, Élie a couru vers 1 h du matin dans un café heureusement encore ouvert et a rapporté du champagne qu'on a fait boire à la maman à la santé de son fils. Élie et moi en avons pris aussi une goutte pour nous remettre aussi, vous voyez que nous nous traitons bien⁽²⁾.

Sur la naissance d'Henri Cartan, voir aussi page 99.

★

Mais la famille était beaucoup plus large. Il faut y ajouter le côté Dolomieu, où l'on se rendait en vacances, dans la famille d'abord, puis dans la maison qu'Élie Cartan avait fait construire en 1909. À quoi il faut ajouter le côté Bianconi.

Comme le suggère la liste des professions exercées à Dolomieu à la fin du XIX^e siècle (voir page 28), la famille Cartan était enchâssée dans un tissu social assez serré, et même au début du XX^e siècle, les vacances à Dolomieu n'étaient certainement pas, pour le frère de la couturière, le beau-frère du maire, le frère du maréchal-ferrant, des « vacances à la campagne » comme on les vit aujourd'hui.

Et en particulier, c'est à Dolomieu qu'Élie et Malise partirent, aussitôt que le médecin le permit, après la naissance du petit Henri⁽³⁾. Et c'est là que celui-ci fut baptisé le 21 août 1904 avec un parrain Cartan (Joseph, son grand-père paternel) et une marraine Bianconi (Hélène, sa grand-mère maternelle). En particulier aussi, Jeanne Bianconi épousa un Cuzin de Dolomieu, Célestin Cuzin, qu'elle avait rencontré en vacances chez sa sœur et son beau-frère — un autre des effets de cette vie sociale. Leur fils François Cuzin, cousin germain des enfants Cartan, naquit un 15 août (1914) dans la maison d'Élie et Marie-Louise. Henri Cartan se souvenait qu'on les avait envoyés, lui et son frère Jean (ils avaient dix et huit ans) acheter du citron pour mettre dans les yeux du bébé... François Cuzin fut un ami très proche de Louis Cartan. Nous y reviendrons.

À la liste des normaliens de la famille (ses deux enfants Henri et Hélène) mentionnés par Bruhat dans son discours du jubilé⁽⁴⁾, Cartan ajouta dans sa réponse son beau-frère Antoine (celui dont il avait recherché les traces sur les champs de bataille en 1918) et sa sœur Anna.

⁽²⁾Lettre d'Hélène Bianconi à son mari, 11 juillet 1904. Archives de la famille Cartan.

⁽³⁾Et pendant que s'ouvrait, à Heidelberg, le troisième Congrès international des mathématiciens — sans Élie Cartan.

⁽⁴⁾[217].

Anna. Faisons ici une petite digression sur la vie et la personnalité d'Anna Cartan. Elle était la petite dernière de la fratrie Cartan, la petite sœur, elle avait neuf ans de moins qu'Élie Cartan. Ainsi, elle a grandi pendant que son frère était au loin (Vienne, Grenoble, Paris), mais les liens familiaux étaient assez serrés et les vacances assez longues pour que l'influence d'Élie puisse s'exercer. Où exactement elle fit ses études secondaires ne nous est pas connu mais, ce qui est certain, c'est qu'elle passa et réussit le concours d'entrée à l'École de Sèvres⁽⁵⁾ en 1901.

Les élèves de cette promotion scientifique étaient quatre, Marthe Baillaud, Anna Cartan, Eugénie Feytis et Madeleine Routaboul. Ces demoiselles suivirent des cours de physique, donnés par rien moins que Marie Curie, Jean Perrin et Paul Langevin, et des cours de mathématiques, donnés notamment par Émile Picard et Jules Tannery. Comme Élie, Anna Cartan apprécia particulièrement les cours de Tannery⁽⁶⁾. Les liens de la famille Cartan avec Jules Tannery étaient assez forts pour que, en juillet 1904, pendant qu'elle passait le concours de l'agrégation, Anna « gîtait chez les Tannery » à l'École normale supérieure⁽⁷⁾.

Intercalons dans cette digression... une remarque de nature sociologique : Anna était la sœur d'Élie Cartan, qui était déjà docteur et « mathématicien professionnel » lorsqu'elle commença ces études ; Marthe était la fille de l'astronome Benjamin Baillaud (et deux de ses frères devinrent eux aussi des astronomes) et la nièce de Jules Tannery ; quant à Eugénie, elle devint célèbre sous le nom d'Eugénie Cotton (et nous en reparlerons).

... et une digression sur les Cotton. La tradition familiale (Cartan) dit que c'est grâce à Pierre et Jane Weiss qu'Eugénie Feytis et Aimé Cotton se rencontrèrent et se marièrent. Et aussi que, en retour et après la mort de Jane, c'est grâce à Eugénie et Aimé Cotton que Marthe Klein et Pierre Weiss se sont mariés. Marthe Klein était en effet une amie d'Eugénie et de Marie Curie. Tout ce petit monde était très proche. Comme je l'ai déjà dit au chapitre 1, c'est une nièce d'Élie Cartan, Denise Rivier, qui fut la nounou des enfants Cotton.

Clairement, Anna Cartan et son amie Eugénie Cotton furent un des ponts entre la famille Cartan et ce que l'on a appelé le « clan Curie ».

En attendant, ces demoiselles poursuivaient leurs études. En 1904, Eugénie et Marthe passèrent l'agrégation de physique et Anna celle de mathématiques,

⁽⁵⁾Fondée en 1881, cette école accueillait et formait des jeunes filles à devenir professeurs de lycées. L'histoire de ses cinquante premières années est racontée dans [264].

⁽⁶⁾La notice qu'elle écrivit sur lui dans le *Bulletin des anciennes élèves de Sèvres* est d'ailleurs citée dans la préface d'Émile Borel pour le livre posthume [351] de Tannery.

⁽⁷⁾Lettre d'Hélène Bianconi à son mari et à sa fille Jeanne, 9 juillet 1904. Archives famille Cartan.

où elle fut reçue première⁽⁸⁾. La carrière d'Anna se déroula⁽⁹⁾ ensuite au lycée de Poitiers (de 1904 à 1906), puis au lycée de Dijon (de 1906 à 1908). Après quoi elle a bénéficié d'une bourse Albert Kahn « autour du monde⁽¹⁰⁾ » pour l'année 1908–1909, elle en a profité pour visiter un certain nombre de pays et d'institutions, ce qui l'a menée jusqu'aux États-Unis, à Cuba, au Mexique et au Québec, ce qui n'était pas complètement évident en ce temps-là. Les archives d'Ellis Island se souviennent de son arrivée à New York le 8 mars 1909, sur le Celtic, elle venait de Londres et avait pris le bateau à Liverpool. Outre New York, elle est allée (aux États-Unis) à Saint-Louis, Chicago, Boston et aux chutes du Niagara.

Elle est ensuite revenue à Dijon où elle est restée jusqu'en 1916. Elle a été nommée au lycée Jules Ferry à Paris, puis à Sèvres (le lycée de Sèvres était une école d'application annexée à l'École de Sèvres) en 1920. Elle a écrit plusieurs livres scolaires pour les élèves de la 6^e à la 3^e. Si l'on détaille la liste de ses ouvrages, on trouve :

- Arithmétique et géométrie. Première année. Enseignement secondaire des jeunes filles. En 1912 et 1921.
- Arithmétique. Enseignement secondaire des jeunes filles. Deuxième année. En 1913 et 1918.

Mais on trouve aussi

- Arithmétique. Enseignement secondaire, garçons et jeunes filles. Classes de 4^e et de 3^e. 1928 et 1931.
- Arithmétique. Enseignement secondaire, garçons et jeunes filles. Classes de 6^e et de 5^e. 1926.

Ces deux-là sont signés par Anna Cartan et Élie Cartan. Entre temps, les programmes des classes secondaires des garçons et des filles ont été unifiés, les manuels d'Anna Cartan devaient être assez appréciés pour être réédités, mais il est probable qu'il fallait un nom d'auteur masculin pour que le livre soit utilisé dans les lycées de garçons, de plus Anna Cartan était déjà décédée et

⁽⁸⁾À Nancy, Élie et Malise reçurent la nouvelle en même temps que celle de la titularisation d'Élie, quelques jours après la naissance du petit Henri. « Nous nageons dans la joie aujourd'hui : quel dommage de n'être pas ensemble, quelles bonnes embrassades », écrit Hélène Bianconi, de chez les Cartan Nancy, à son mari le 29 juillet 1904. Archives famille Cartan.

⁽⁹⁾Pour ses condisciples : Marthe Baillaud, devenue Madame Privat, fut professeur aux lycées d'Agen, puis de Toulouse ; Madeleine Routaboul, devenue Madame Bessetaux (dont je n'ai pas trouvé trace dans les listes d'agrégés) fut professeur au Collège de Roubaix et mourut en 1906 ; Eugénie Feytis, devenue Madame Cotton, fut professeur au Collège de Poitiers pendant un an et devint ensuite « Maîtresse-adjointe » à l'école de Sèvres, avant d'en devenir la Directrice en 1936.

⁽¹⁰⁾Sur les voyages effectués grâce à ces bourses, voir l'article [265].

Élie Cartan a contribué à la rédaction de ces textes⁽¹¹⁾, comme le montrent différentes lettres qu'il reçut d'Abel Marijon, un inspecteur général⁽¹²⁾ :

Mlle Cartan, qui fut la première à enseigner que pour décomposer un nombre en facteurs premiers, on fait comme on peut, et qui tira dans ses classes, des résultats extraordinaires de la décomposition mentale [...] Excuse ce retour sur le souvenir que j'ai gardé des leçons de Mlle Cartan. Elle fut le meilleur professeur des classes du 1^{er} cycle⁽¹³⁾ que j'aie connu dans ma carrière. Ne m'en veuille pas de te demander d'enseigner aux autres ce qu'elle m'a appris.

Puis, après la parution du livre :

Je suis heureux d'avoir pu sauver de l'oubli la décomposition en facteurs premiers telle que la pratiquait Mlle Cartan.

Anna Cartan est morte d'un cancer en 1923. Élie Cartan lui avait dédié son premier livre⁽¹⁴⁾, paru en 1922 :

Affectueux hommage de son vieux « grand frère » à sa petite sœur.

Renée. Une nièce d'Élie et Anna Cartan, Renée, la deuxième fille de Léon Cartan, née en 1904 comme son cousin Henri, fit elle aussi des études scientifiques, mais un peu moins brillantes : d'après la tradition familiale, elle était très malade le jour où elle passa le concours de Sèvres, de sorte qu'elle échoua. Elle entra à Fontenay mais ne réussit pas à avoir l'agrégation. Elle a enseigné les mathématiques, la physique et la chimie au lycée Juliette Récamier à Lyon.

Chez Élie et Malise

Le compliment fait par Picard lors du jubilé en 1939⁽¹⁵⁾, disant que Marie-Louise « s'est toujours efforcée d'éloigner de vous ce qui aurait pu troubler vos travaux » comporte certainement une part de vérité, mais c'est surtout un cliché. S'il n'y a aucun doute que Madame Cartan, « Malise », prenait en charge une grande partie de l'« intendance », il est certain qu'Élie Cartan n'était pas absent. Au moment de la naissance d'Henri, par exemple, sa belle-mère, Hélène Bianconi, qui était venue à Nancy aider sa fille, écrivit :

⁽¹¹⁾Ce livre fut traduit en russe dans les années 1930, ou du moins il fut question qu'il le fût. Lettre de Finikov à Élie Cartan, 23 décembre 1932, fonds Élie Cartan, archives de l'Académie des sciences.

⁽¹²⁾2 novembre 1926 puis 8 avril 1927 pour ces deux lettres, fonds Cartan, archives de l'Académie des sciences.

⁽¹³⁾Le premier cycle désignait ce que l'on appelle aujourd'hui le collège.

⁽¹⁴⁾C'est-à-dire [110]. Cet exemplaire se trouve aujourd'hui à la bibliothèque de l'IHP.

⁽¹⁵⁾Émile Picard, dans [217].

Élie a été d'un calme et d'un sang-froid admirable, il a été d'une aide précieuse à la sage-femme qui admirait son adresse ; il fallait le voir, vêtu par-dessus son pantalon d'une grande chemise de nuit blanche et d'un tablier blanc⁽¹⁶⁾.

Puis :

Je suis ferrée maintenant sur le traitement nouveau des accouchées, bien que ce ne soit pas moi qui donne les soins, c'est le monopole d'Élie auquel M^{lle} Bastien [la sage-femme] accorde le diplôme de sage-femme. Elle nous dit, M^{lle} Bastien, que maintenant presque tous les maris se chargent des soins si délicats à donner et qu'elles sont bien plus tranquilles qu'avec les gardes qui n'en font qu'à leur tête⁽¹⁷⁾.

Et encore :

Élie se met à tout, met la table, balaie, fait le café, surveille les casseroles sur le feu, il se met en quatre pour m'épargner de la fatigue le cher enfant, il est admirable⁽¹⁸⁾.

Lui-même avait écrit :

mais avec quel bonheur on met la main à la pâte, on fait la cuisine, quelquefois d'une poésie douteuse pour quelqu'un qui ne serait pas intéressé à la question ! Ô prosaïsme du mariage, si je t'eusse connu plus tôt, que de bêtises n'eussé-je pas faites... et combien j'eusse eu tort⁽¹⁹⁾.

Bien sûr, la naissance d'un enfant est une situation exceptionnelle. Mais il est quand même certain qu'Élie Cartan n'a pas passé toutes ses soirées à travailler, enfermé dans son bureau, loin du bruit des enfants.

Des amis, des collègues, étaient invités. Adolphe Buhl, venu de Toulouse et invité à déjeuner le 13 juin 1927, écrivit pour remercier⁽²⁰⁾ :

Quelle fierté ne devez vous pas légitimement éprouver d'avoir une si grande œuvre mathématique et, avec cela, une maisonnée où les talents et la grâce abondent.

Jean Dieudonné, qui était un ami proche d'Henri Cartan et qui avait donc fréquenté la maison, en témoigna, lors du jubilé de 1939⁽²¹⁾ :

⁽¹⁶⁾ Lettre d'Hélène Bianconi à son mari, 11 juillet 1904. Archives famille Cartan.

⁽¹⁷⁾ Lettre d'Hélène Bianconi à son mari, 12 juillet 1904. Archives famille Cartan. Je dédie cette remarque à tous les pères du XXI^e siècle...

⁽¹⁸⁾ Lettre d'Hélène Bianconi à son mari, 19 juillet 1904. Archives famille Cartan.

⁽¹⁹⁾ Lettre d'Élie Cartan à son beau-père, 12 juillet 1904. Archives famille Cartan.

⁽²⁰⁾ Fonds Élie Cartan, archives de l'Académie des sciences.

⁽²¹⁾ Dans [217].

[...] grâce à une amitié qui m'est chère, j'ai eu le privilège de vous connaître autrement que d'étudiant à professeur, et de vous voir maintes fois au milieu des vôtres, dans cette admirable famille que vous avez fondée ; j'ai pu y sentir l'affection sans bornes qui en unit tous les membres, dans la vie comme dans la mort, et la communauté de pensée et de foi dans l'idéal le plus élevé, qui en fait un modèle aussi achevé, sur son plan propre, que votre œuvre mathématique l'est sur le sien. Je ne pourrais décrire le rayonnement que dégage cette vie familiale si digne et si profonde ; mais je sais qu'il m'a bien des fois réchauffé le cœur et rendu confiance dans l'humanité.

Les amis des enfants durent donc être bien accueillis, eux aussi. Pour tenter de reconstituer ce « rayonnement », je mentionnerai la musique, la lecture, la religion, la politique et les mathématiques.

Musique. La famille Cartan fut une famille de musiciens : Jean Cartan devint compositeur, Henri Cartan était un pianiste de niveau pratiquement professionnel, Hélène était aussi une excellente pianiste. Ce n'est certainement pas dans la forge de Dolomieu qu'Élie Cartan apprit à jouer du piano. Toujours est-il que, lorsqu'il rencontra la famille Bianconi, il en jouait assez bien pour accompagner sa belle-sœur Jeanne, qui chantait (paraît-il fort bien), dans des mélodies de Schubert ou de Mendelssohn. La famille de Marie-Louise Bianconi était une famille de grande culture et de grande pratique musicale. Les enfants d'Élie et Marie-Louise Cartan ont donc été élevés dans une ambiance très musicale. Trois jours après la naissance du petit Henri, sa grand-mère, Hélène Bianconi, écrivit à sa famille :

Jeanne l'aimera bien, je pense, bien que ce soit un neveu, elle en fera un bon musicien car il a une longue main effilée⁽²²⁾.

Et, quelques mois plus tard, Élie Cartan, à ses beaux-parents :

un accord de Tannhäuser a eu le don de l'intéresser particulièrement ; il riait aux éclats chaque fois que je le lui servais. Il faut voir son air d'extase toutes les fois qu'il entend Jeanne chanter. Quel musicien en herbe ! Certains airs ont la spécialité de le faire rire, d'autres le rendent grave. Il faudra bientôt lui prendre un abonnement pour les Concerts Guy Ropartz⁽²³⁾.

⁽²²⁾Lettre d'Hélène Bianconi à son mari et à sa fille Jeanne, 11 juillet 1904. Archives famille Cartan.

⁽²³⁾Lettre d'Élie Cartan à ses beaux-parents, 11 décembre 1904. Archives de la famille Cartan. Jeanne Bianconi, la jeune belle-sœur, était alors chez les Cartan à Nancy. Guy Ropartz dirigeait le Conservatoire de Nancy et avait instauré un programme de concerts symphoniques avec l'orchestre de ce Conservatoire.

Après Tannhäuser et Guy Ropartz, une autre fée musicale se pencha sur le berceau du premier-né d'Élie Cartan, le général Boum de *la Grande duchesse de Gerolstein*, incarné en la personne du grand-père Bianconi, qui chantait au bébé :

Pif paf pouf, tara papapoum !
Je suis le général Boum ! Boum !

— ce qui lui valut d'être appelé « Papou » par ses petits-enfants.

Si Tannhäuser et le général Boum le faisaient rire bébé, c'est avec un reste de terreur rétrospective que, longtemps après, Henri Cartan se souvenait de Mademoiselle Caron, qui leur avait donné, à lui et à ses frères, leurs premiers cours de piano⁽²⁴⁾. Un enseignement efficace, en tout cas... Si Jean devint un musicien professionnel, Henri et Hélène furent tous deux d'excellents pianistes. Louis fut l'exception à la musique, de même que Jean avait été l'exception aux études scientifiques.

Tous les visiteurs constatèrent cet intérêt pour la musique, certains même y participèrent. L'activité musicale de et avec la famille Cartan apparaît dans beaucoup des lettres reçues par Élie Cartan. C'est le cas avec Sergei Finikov, un mathématicien russe en visite en 1926, qui en parla longuement dans ses lettres des années qui suivirent (voir page 194 et suivantes). C'est aussi celui d'Edgar Schieldrop, un mathématicien norvégien qui, dans une lettre de 1923, raconta longuement un récital du pianiste français Robert Lortat à Trondhjem, au nord de la Norvège.

Lecture. Pour occuper les soirées familiales, outre la musique, il y avait la lecture, une activité collective, puisqu'Élie Cartan lisait, à haute voix, pour toute la famille. Et pas n'importe quoi, puisque, nous savons par exemple, par son fils Henri, qu'il lut ainsi des volumes de Proust⁽²⁵⁾. Mais il avait commencé avant d'avoir des enfants : en juillet 1904, au moment de la naissance d'Henri, il lisait *Don Quichotte* à sa femme et à sa belle-mère, il emmena même les deux derniers volumes à Dolomieu au mois d'août pour pouvoir continuer⁽²⁶⁾.

Religion. Lorsque fut préparé le dictionnaire biographique des professeurs de la faculté des sciences de Paris, dans les années 1980, Henri Cartan donna les renseignements suivants sur son père pour la rubrique « religion » :

⁽²⁴⁾ Pour la musique dans la famille Bianconi et Mademoiselle Caron, renseignements fournis pas Françoise Adam-Cartan.

⁽²⁵⁾ La mention de Madame Verdurin dans le chapitre 7 n'était donc pas fortuite. Pour cette lecture de Proust, voir le film [38] d'Isabelle Broué.

⁽²⁶⁾ Lettre d'Hélène Bianconi à son mari, juillet 1904. Archives de la famille Cartan.

Élevé dans la religion catholique, il s'en est progressivement détaché tout en restant profondément intéressé par les valeurs spirituelles et l'histoire des religions⁽²⁷⁾.

Politique. Il y eut sans doute aussi des discussions politiques. Élie Cartan n'a jamais été militant. Son nom n'est pas apparu au bas des pétitions d'« intellectuels », ni parmi les protestataires qui soutinrent Dreyfus et Zola en 1898⁽²⁸⁾, ni parmi ceux qui soutinrent la politique coloniale au Maroc, en 1925⁽²⁹⁾. Marie-Louise Cartan était « une catholique plus que convaincue »⁽³⁰⁾. Il est probable que, paisible et posé comme il l'était, il ne se fâcha avec aucun de ses amis pour des raisons politiques, même au cours des années 1930 — par exemple⁽³¹⁾, Lebesgue s'était brouillé avec Hadamard, fin 1936, parce qu'il trouvait que celui-ci, inquiet par la situation internationale, parlait trop de politique.

Une lettre d'un agrégé-préparateur de physique reçue bien plus tard, nous apprend qu'Élie Cartan était « un fidèle abonné » de la catholique (et belge) « Revue des questions scientifiques »⁽³²⁾.

Mais Louis Cartan était socialiste militant et Élie Cartan n'avait certainement pas peur de parler politique. Une manifestation de cette vie politique dans la famille apparaît même, incidemment, dans (un post-scriptum de) la correspondance avec Einstein⁽³³⁾ :

Je trouve ce matin dans *Le Populaire* une photographie, très ressemblante, vous représentant tenant votre violon à la sortie d'un concert.

Le Populaire était le quotidien socialiste (de la SFIO) et c'est sans doute par Louis qu'il arrivait chez les Cartan.

⁽²⁷⁾Dans [249].

⁽²⁸⁾Parmi lesquels se trouvaient beaucoup de ses amis présents ou à venir, Paul Painlevé, Jean Perrin, Henri Lebesgue, Jules Tanneur, notamment... (protestataires, dans *L'Aurore*, janvier 1898). Sans parler de Jacques Hadamard...

⁽²⁹⁾Comme Picard, Goursat... et même Paul Appell (*Le Figaro*, juillet 1925).

⁽³⁰⁾Me dit Françoise Cartan, qui commente : « et je ne crois pas qu'il y ait eu beaucoup de catholiques de gauche à cette époque ». Elle se souvient aussi que, après la guerre, Élie Cartan était abonné à *L'Aube* (un journal, disons, chrétien-démocrate).

⁽³¹⁾Selon [319, p. 179].

⁽³²⁾Lettre de J. Schiltz, 23 octobre 1946. Fonds Élie Cartan, archives de l'Académie des sciences.

⁽³³⁾[242, Lettre du 2 février 1930]. La photo est bien à la une du *Populaire* du 2 février 1930. Ce quotidien non plus n'avait pas rendu compte de la visite scientifique d'Einstein à Paris l'automne précédent.

Amis (suite). Élie Cartan avait un vaste réseau de relations, en France et en Europe. Sa correspondance (voir le chapitre 15) en atteste. Beaucoup des lettres reçues sont plus que courtoises. Les correspondants sont souvent des gens qui ont été invités chez les Cartan, dans la famille. Parmi ces correspondants, il semble clair par exemple que Ugo Amaldi était considéré comme un ami cher par Élie Cartan.

On peut certainement dire que Tresse et Leau (voir page 46) étaient des amis d'Élie Cartan. C'est bien entendu le cas d'Aimé et Eugénie Cotton. Sans doute les Borel aussi. Il est difficile d'être plus exhaustive. Le tutoiement est de rigueur avec les anciens condisciples de l'É.N.S. et n'indique pas des relations plus serrées qu'avec, par exemple, Paul Langevin, un ami vouvoyé. Pierre Weiss est devenu plus qu'une relation après le mariage de sa fille Nicole avec Henri Cartan.

Mathématiques. L'intérêt de Cartan pour l'enseignement élémentaire, noté par Arthur Tresse, toujours au cours du jubilé, s'il est bien sûr lié à la proximité d'Élie et Anna Cartan, n'est sans doute pas étranger à l'intérêt qu'il a montré pour les études de ses enfants, même lorsqu'ils étaient petits. Il n'y a aucun doute qu'Élie Cartan travaillait également avec ses enfants, devoirs scolaires, discussions sur les mathématiques. Une lettre d'Edgar Schieldrop⁽³⁴⁾, qui l'avait vue lorsqu'elle avait trois ou quatre ans, mentionne

la petite Ellen [Hélène] qui savait combien était zéro, même quand elle était presque zéro elle-même.

Il n'y a aucun doute qu'une question posée par Jean-Baptiste Pomey⁽³⁵⁾, le directeur de l'École professionnelle supérieure des postes et télégraphes, sur une équation différentielle du second ordre à coefficients constants (circuit RLC) avec un second membre périodique (oscillations entretenues) fut discutée en famille en septembre 1925. Elle donna lieu au premier article publié d'Henri Cartan, âgé de 21 ans, élève de l'É.N.S. et pas encore agrégé — en collaboration avec Élie Cartan et dans la revue des Postes et télégraphes certes, mais un article quand même, qu'Élie Cartan, sans doute très fier de son fils, ne manqua pas de faire figurer dans la liste de publications qui accompagnait sa notice de 1931. C'est tout naturellement que ces discussions se sont poursuivies lorsque son fils aîné est devenu mathématicien⁽³⁶⁾.

La famille était très unie et, lorsque Cartan se rendait à un congrès international à l'étranger, il emmenait toute sa tribu avec lui. Par exemple, le programme du congrès de Bologne comprenait une excursion à Ravenne. Outre

⁽³⁴⁾ 24 juillet 1924, fonds Élie Cartan, archives de l'Académie des sciences.

⁽³⁵⁾ Lettre du 28 septembre 1925, fonds Élie Cartan, archives de l'Académie des sciences.

⁽³⁶⁾ Après l'article « pour électriciens » des postes [240], un article avec un contenu plus avancé [241].

les célèbres mosaïques, cette ville abrite le tombeau de Dante, et c'est l'émotion ressentie lors de la visite de ce tombeau, à cette occasion, qui incita Jean Cartan à composer son *Hommage à Dante*⁽³⁷⁾. C'est peut-être un bon endroit où signaler que la thèse d'Henri Cartan, cette même année 1928, était dédiée « à mes parents ».

Ces conversations ne cessèrent pas lorsque Henri Cartan devint un mathématicien « professionnel ». Dans une lettre à Ugo Amaldi datée du 9 janvier 1932, Élie Cartan écrivit :

En ce moment je termine la rédaction d'un long mémoire — commencé pendant les grandes vacances sous indication de mon fils — sur la géométrie pseudo-conforme des hypersurfaces dans l'espace de ceux variables complexes⁽³⁸⁾.

Il en était très content puisque, à la fin de l'année, il écrivit à Stanisław Zaremba que la rédaction de cet article⁽³⁹⁾ avait été très influencée par des conversations avec son fils Henri⁽⁴⁰⁾.

Lieux

Les lieux dans lesquels se déroula cette vie familiale furent les suivants⁽⁴¹⁾ :

Lyon. Élie Cartan y fut maître de conférences à l'Université de 1896 à 1903. Il habita 38 cours Suchet (près de la gare de Perrache). Cette adresse est celle connue de la SMF⁽⁴²⁾ de 1897 à 1905, ce qui prouve qu'il oublia de communiquer sa nouvelle adresse lorsqu'il partit à Nancy, mais qui n'exclut pas qu'il ait déménagé, à Lyon même, au moment de son mariage.

Nancy. Élie Cartan y fut chargé de cours (de 1903 à 1909) puis brièvement professeur à l'université, XX voir ça XX l'adresse de la famille Cartan fut 78 bis rue du Faubourg Saint Jean (aujourd'hui avenue Foch). De cet appartement

⁽³⁷⁾ Arthur Tresse, dans [217].

⁽³⁸⁾ Lettre publiée dans [322, p. 228].

⁽³⁹⁾ Il s'agit de l'article [182].

⁽⁴⁰⁾ Fonds Élie Cartan, archives de l'Académie des sciences.

⁽⁴¹⁾ Je n'inclus pas les adresses d'Élie Cartan à Paris (lorsqu'il fut agrégé-répétiteur, en 1892–94) ni à Montpellier (où il fut maître de conférences à l'université les deux années suivantes), d'une part parce que je ne les connais pas, d'autre part parce qu'elles correspondent à des époques où il était célibataire.

⁽⁴²⁾ Toutes les adresses viennent des listes de membres de la SMF, publiées dans les suppléments « Vie de la Société » de son *Bulletin*, lequel est accessible en ligne grâce à Numdam <http://www.numdam.org/numdam-bin/feuilleter?j=BSMF&sl=0>. J'en profite pour souhaiter bon courage aux historiens du futur.

situé au deuxième étage, et auquel on accédait par un escalier de bois ciré à cage assez étroite, Élie Cartan avait dressé un plan très précis et détaillé⁽⁴³⁾. Lui et son épouse emménagèrent « un nid bien gai, bien clair » le 1^{er} novembre 1903. Ils utilisèrent les pièces qui donnaient, au sud, sur la rue du Faubourg Saint Jean, comme chambre à coucher et bureau. Il y avait encore une cuisine (claire, sans potager ni fourneau) et une salle à manger, donnant à l'ouest sur un petit jardin, une chambre « à donner » (chambre d'amis, dirions-nous aujourd'hui), un cabinet de toilette et un WC « avec chasse d'eau », dont Élie Cartan écrivit à ses beaux-parents, le 1^{er} novembre 1903 :

Les W.C. (shocking!) sont tellement épatants que Malise m'a fait descendre à 9 heures pour lui acheter des capsules d'huile de ricin afin que ce matin elle pût jouir de leurs commodités avantageusement. Ce qui fut fait.

Il y avait un « tout petit bout de jardin, pour étendre le linge, battre les tapis, etc. », une chambre de bonne, grenier, cave, bûcher, buanderie, etc. Le troisième étage était habité par un capitaine et le premier par un inspecteur des chemins de fer. Le loyer était de 900 francs, eau comprise, portes et fenêtres comprises (rappelons que, jusqu'en 1926, on payait en France un impôt sur les portes et les fenêtres)

Alors qu'à Lyon nous payions 938 + 36 fr d'eau et des impôts plus élevés.

Le voisin capitaine n'était pas un détail isolé : poste avancé de la culture française, Nancy en était aussi un pour l'armée. Jeanne Bianconi, qui accompagnait sa sœur et son beau-frère, écrivit à ses parents :

Ce qui est agaçant, c'est qu'on ne peut pas faire deux pas sans rencontrer un pantalon rouge. Les officiers pullulent par ici et ils ont l'air d'avoir une très bonne idée d'eux.

Comme la comparaison des prix des loyers l'indique, Nancy était une beaucoup plus petite ville que Lyon (environ cent mille habitants contre quatre cent soixante mille). Ce qui avait quelques inconvénients. Comme l'écrivit Élie Cartan lors des vacances de Noël 1904 :

Je suis en vacances depuis jeudi jusqu'au mercredi après le jour de l'an, donc près de quinze jours de repos, pas de repos absolu puisqu'il me fut toujours lever mon chapeau quand je sors dans les rues de Nancy : j'ai toujours un groupe de deux ou trois élèves à tous les coins de rue⁽⁴⁴⁾.

⁽⁴³⁾Pour tout ce paragraphe, archives de la famille Cartan.

⁽⁴⁴⁾Lettre d'Élie Cartan à sa belle-famille, 24 décembre 1904. Archives de la famille Cartan. « Jeudi » était le 22 décembre et le mercredi en question le 4 janvier 1905.

Paris. Cartan fut nommé maître de conférences⁽⁴⁵⁾ en 1909, puis professeur en 1912, l'adresse familiale fut 174 rue de Vaugirard (entre les métros Pasteur et Volontaires), jusqu'en 1917 où la famille déménagea au Chesnay, près de Versailles.

La raison du déménagement au Chesnay ne s'est pas préservée, mais les Cartan avaient désormais quatre enfants et il est vraisemblable que le désir de jardin joua son rôle. La difficulté de trouver un logement à Paris et les prix furent évoqués par un correspondant d'Élie Cartan, quelques années plus tard :

Mes préférences iraient à un local dans Paris même, dans les environs des V^e XIV^e ou XV^e arrondissements ; mais je sais qu'il ne fait pas demander l'impossible, et qu'il faut prendre là où l'on trouve. Je crains la banlieue, parce que, à moins d'un prix excessivement réduit pour le loyer, les dépenses sont très élevées pour les déplacements incessants, puis la perte de temps et la fatigue doivent être énormes à moins d'une santé miraculeuse, et enfin la vie n'est-elle pas plus chère que dans Paris ??⁽⁴⁶⁾

Le Chesnay. Les Cartan habitèrent à deux adresses différentes dans la même rue

- d'abord, 4 avenue de Montespan, jusqu'en 1924 environ⁽⁴⁷⁾
- puis 27 avenue de Montespan

les maisons correspondant à ces deux adresses devaient être des pavillons en meulière, c'est en tout cas ce que l'on y trouve aujourd'hui. La raison pour laquelle ces déménagements eurent lieu ne s'est pas préservée, récupération par le propriétaire de sa maison du 4 ? jardin plus grand au 27 ? C'est ce que pensa un des correspondants étrangers d'Élie Cartan, Edgar Schieldrop, qui lui écrivit⁽⁴⁸⁾ :

Je vois par la dernière adresse que vous avez déménagé. Avez-vous trouvé un jardin aussi magnifique que l'autre ?

Je ne crois pas à l'option « locataire au 4, propriétaire au 27 » car elle est peu compatible avec le déménagement vers un appartement en location qui suivit. Il n'est pas exclu qu'il s'agisse d'une simple renumérotation dans cette rue (la

⁽⁴⁵⁾Nous l'avons déjà dit au chapitre 3, il y avait deux corps différents d'enseignants dans les universités, un pour celles de province et un autre pour Paris. On pouvait donc être professeur en province puis maître de conférences à Paris.

⁽⁴⁶⁾Lettre d'Henri Villat, 5 novembre 1926, fonds Élie Cartan, archives de l'Académie des sciences.

⁽⁴⁷⁾Je ne suis pas plus affirmative... parce qu'il a pu ne pas signaler aussitôt le changement d'adresse à la SMF.

⁽⁴⁸⁾Le 17 mars 1925. Fonds Élie Cartan, archives de l'Académie des sciences.

mairie du Chesnay n'a pas pu me renseigner). Nous disposons de descriptions de l'aménagement du bureau d'Élie Cartan dans la maison du 27 :

[...] l'austère petit bureau qu'égayait seulement un carré de fenêtre ouvert sur des branches et, dans l'ombre, un fauteuil Morris aux bras accueillants⁽⁴⁹⁾.

Le jardin devait être bien utilisé. Adolphe Buhl écrivit, un jour de printemps⁽⁵⁰⁾ :

J'espère que Mademoiselle Hélène Cartan court gaiement dans la verdure.

L'avenue de Montespan se trouve à environ vingt minutes à pied de la gare, où un train menait à la gare Saint-Lazare,

[...] perdus dans la foule des amateurs de banlieue. Le wagon est presque toujours plein et bruyant, mais l'inconfort ne vous gêne pas, avec votre résistance physique étonnante d'homme issu de la terre. Nous y poursuivons des conversations à bâtons rompus [...]

(ainsi que se souvint Julia⁽⁵¹⁾). De Saint-Lazare, Cartan prenait sans doute l'autobus S qui le menait aux abords de la Sorbonne⁽⁵²⁾, un bien long trajet. Bien entendu, il ne le faisait pas tous les jours, comme on le déduit par exemple du fait qu'il demanda à Einstein de ne pas lui écrire à la Sorbonne mais bien à son adresse du Chesnay⁽⁵³⁾. La tradition était de travailler chez soi. Si Élie Cartan n'avait sans doute pas eu de bureau dans le bâtiment de la Sorbonne, il dut en avoir un à l'Institut Henri Poincaré lorsque celui-ci fut fondé en 1928 : c'est en tout cas à l'I.H.P. qu'il recevait, les jeudis après-midis⁽⁵⁴⁾. Ajoutons que, ce qui n'était pas une règle universelle dans les années vingt et trente, Élie Cartan avait le téléphone (et le numéro était VERSailles 19.66).

⁽⁴⁹⁾ Allocution de Julia dans [217].

⁽⁵⁰⁾ Le 11 juin 1928 (Hélène avait neuf ans). Fonds Élie Cartan, archives de l'Académie des sciences.

⁽⁵¹⁾ Toujours dans [217].

⁽⁵²⁾ S'il existe des photographies d'Élie Cartan avec un chapeau mou, voire avec un cordon remplaçant le ruban, il est certain qu'il n'a pu servir de modèle au désagréable, lâche et rouspéteur type qui rendit, par la grâce de [335], cet autobus (ancêtre du 84) célèbre.

⁽⁵³⁾ Dans [242, Lettre du 15 mai 1929]. Une remarque irrésistible sur l'efficacité de la poste : Einstein a écrit le 10 mai (un vendredi) de Berlin et Cartan n'a trouvé sa lettre « que »... le 15 mai, en se rendant à la Sorbonne, ce qui sous-entend qu'elle devait être arrivée dès le lundi...

⁽⁵⁴⁾ Ses heures de réception comme académicien se trouvent dans son dossier biographique aux archives de l'Académie des sciences.

Le cours de géométrie supérieure qu'Élie Cartan donnait à la Sorbonne avait lieu les jeudis et samedis⁽⁵⁵⁾. Un de ses correspondants lui écrivit, le 28 avril 1926 :

Pensant que vous serez comme d'habitude à la Sorbonne samedi à 10 heures, j'irai vous demander de vouloir bien me remettre mes papiers, en même temps que vous demander, si vous le permettez, quelques derniers éclaircissements⁽⁵⁶⁾.

Au moins à partir de 1931 et de son élection à l'Académie des sciences, il allait aussi à Paris tous les lundis (la lecture des listes de présence montre son assiduité, nous en reparlerons). Il y avait aussi l'École de physique et de chimie, l'É.N.S., certaines années les Beaux-Arts, Centrale ou d'autres (voir page 229)... D'où nous pouvons conclure qu'il se rendait à Paris au moins trois fois par semaine.

Paris. Paris à nouveau, 95 boulevard Jourdan, à partir du 7 juillet 1936⁽⁵⁷⁾ (le numéro de téléphone était Gobelins 93.00). Le groupe d'immeubles enserrant un jardin rectangulaire compris entre la rue Monticelli, le boulevard Jourdan, la rue Émile Faguet et l'avenue Paul Appell, près de la cité universitaire fut construit, sur la « zone » des anciennes fortifications pour y loger des professeurs d'université. La famille Cartan, Élie et Marie-Louise d'abord, puis Henri et Nicole, vécut là dans un appartement de sept pièces dont un grand bureau (avec une double porte capitonnée) jusqu'à la mort d'Henri et de Nicole Cartan en 2008 — le fauteuil Morris, venus du Chesnay soixante-dix ans auparavant, était toujours là.

Vacances. Le fait d'avoir un grand jardin au Chesnay et une maison à Dolomieu n'empêchait pas de prendre des vacances ailleurs. Plages provençales (vacances d'été de 1924⁽⁵⁸⁾). Certainement au moins une fois dans la vallée de Chamonix, où les Cartan rencontrèrent les Volterra⁽⁵⁹⁾. Les Rasses, dans le Jura (vacances de Noël 1934⁽⁶⁰⁾).

⁽⁵⁵⁾ En ce temps-là, il était normal de travailler le samedi. Hermite aussi avait donné son cours à la Sorbonne le samedi.

⁽⁵⁶⁾ Lettre de Henri Malet, fonds Élie Cartan, archives de l'Académie des sciences.

⁽⁵⁷⁾ La date de cet emménagement figure sur le signalement qu'il fit à l'Académie des sciences de son changement d'adresse, archives de l'Académie des sciences.

⁽⁵⁸⁾ Une lettre de Montel, 25 septembre 1925, demande si Cartan a « à nouveau » fréquenté les plages provençales, fonds Élie Cartan, archives de l'Académie des sciences.

⁽⁵⁹⁾ Voir page 298.

⁽⁶⁰⁾ Lettres de Finikov, 18 janvier 1935, et de Juvet, 8 octobre 1935, fonds Élie Cartan, archives de l'Académie des sciences. Lettre d'Élie Cartan à Ugo Amaldi du 1^{er} janvier 1935, [322, p. 246].

Voitures. Après les adresses, les moyens de transport. Les transports en commun du Chesnay à la Sorbonne ont déjà été évoqués. Élie et Marie-Louise Cartan possédèrent deux voitures. Une « Citroën C4 » d'abord, qu'ils utilisèrent notamment pour se rendre au sanatorium de Bligny (à Briis-sous-Forge, aujourd'hui dans l'Essonne) lorsque Jean Cartan y était soigné. C'est à cette époque que Sergei Finikov évoqua cette voiture dans une de ses lettres à Élie Cartan :

Je désire que M.Jean se remette bien vite de son indisposition pour
jouir de l'auto en compagnie de ses frères

écrivit-il en janvier 1932.

Plus tard, c'est une traction avant grise qu'ils possédèrent. Ces voitures étaient plutôt conduites par les enfants, mais peut-être aussi par Malise. La traction avant par exemple, fut utilisée par Henri Cartan pour apprendre à conduire à Nicole Weiss (elle y gagna un permis de conduire et un mari) et aussi (par les mêmes) pour partir en voyage de noces en Italie. Jacqueline Ferrand se souvenait aussi qu'Hélène s'en servait — et qu'il lui arrivait d'oublier qu'elle l'avait prise et de rentrer chez elle en autobus. La traction avant, qui passa la durée de la guerre sur des cales, fut vendue, après la guerre, et l'argent servit à acheter un piano pour Dolomieu⁽⁶¹⁾.

Maladies

À ces détails pittoresques (malgré la mention du sanatorium), il faut ajouter des informations plus sinistres. La famille Cartan ne jouissait pas d'une santé extraordinaire. Le 12 janvier 1929, dans une lettre adressée à Ugo Amaldi, Élie Cartan décrivait l'état de la famille ainsi :

Ici l'année s'est terminée d'une manière assez malencontreuse, ma femme ayant [eu] la fièvre typhoïde le surlendemain du jour où mon fils a passé sa thèse⁽⁶²⁾. Cela va bien actuellement, quoique la température ne soit pas encore redevenue normale, mais enfin tout danger [est] écarté. Mon troisième fils, qui avait commencé à suivre la classe de Mathématiques spéciales, s'y est donné avec trop d'ardeur et a été

⁽⁶¹⁾ Renseignements donnés par Françoise Adam-Cartan (juin 2013) et Jacqueline Ferrand (octobre 2008).

⁽⁶²⁾ D'après les informations sur les thèses contenues dans [309], Henri Cartan a passé sa thèse le 8 décembre 1928. Il y avait donc un mois que Malise était malade...

obligé de s'arrêter ; il n'a pas encore malheureusement repris l'équilibre qu'il avait en Italie⁽⁶³⁾. Le musicien de son côté, assez fatigué, vient de partir pour se reposer en montagne⁽⁶⁴⁾.

Même Henri Cartan, qui vécut jusqu'à l'âge de cent quatre ans, fut gravement malade, d'une fièvre typhoïde avec complications qui le tinrent à l'écart de l'université toute l'année universitaire 1933-34. Louis Cartan souffrit de rhumatisme articulaire et des complications cardiaques qui accompagnent cette maladie. Mais c'est surtout la tuberculose qui atteignit la famille Cartan, et elle fut meurtrière.

Jean Cartan. Jean Cartan, jeune, brillant et prometteur compositeur de musique, en mourut à l'âge de vingt-cinq ans. Il était un élève de Paul Dukas au Conservatoire de Paris et d'Albert Roussel. Son « catalogue » comporte des œuvres de musique de chambre⁽⁶⁵⁾,

- Quatuor à cordes numéro 1 (1927)
- Introduction pour piano, flûte, clarinette, hautbois, cor et basson (1926–1930)
- Sonatine pour flûte et clarinette (1931)
- Quatuor à cordes numéro 2 (1930)

quelques mélodies et quelques œuvres pour orchestre, dont un *Pater* et l'*Hommage à Dante* dont il a été question ci-dessus⁽⁶⁶⁾.

C'est le 2 octobre 1928 que la tuberculose s'était manifestée, par un crachement de sang.

Mon second fils qui, vous vous le rappelez, n'avait pu venir à Bologne que quelques jours après nous, vient de nous donner une grosse émotion : il a été pris mardi dernier d'un crachement de sang que l'auscultation révèle peu grave, mais qui va nécessiter un repos prolongé⁽⁶⁷⁾.

Nous avons vu qu'en janvier 1929, il se reposait à la montagne. Ce fut le cas aussi au printemps 1930, comme le montrent les lettres de Stanisław Żaremba⁽⁶⁸⁾. Jean Cartan était malade, il avait la tuberculose, il était soigné au sanatorium de Bligny par le docteur Louis Guinard, en qui la famille Cartan

⁽⁶³⁾ Amaldi avait rencontré Élie Cartan et ses trois fils à Bologne en septembre 1928.

⁽⁶⁴⁾ La lettre vient de [322, p. 190]. J'ai « corrigé » entre crochets de possiblement inexacts retranscriptions.

⁽⁶⁵⁾ Il existe un enregistrement de sa musique de chambre par l'« Ensemble Stanislas ».

⁽⁶⁶⁾ Sa biographie rappelle celle, quelques années plus tôt, de Lili Boulanger (1893–1918). Nadia Boulanger n'oublia jamais d'envoyer ses vœux à la famille Cartan.

⁽⁶⁷⁾ Lettre d'Élie Cartan à Ugo Amaldi, 6 octobre 1928, [322, p. 185].

⁽⁶⁸⁾ Fonds Élie Cartan, archives de l'Académie des sciences.

avait toute confiance : c'était un collaborateur de Calmette et aussi un cousin (son épouse était une cousine germaine d'Élie Cartan).

La famille ne s'attendait pas à une mort aussi subite, ainsi que l'écrit Henri Cartan à André Weil⁽⁶⁹⁾ :

Tu savais, je crois, qu'il était souffrant et se soignait au sanatorium de Bligny ; mais ses atteintes paraissaient bénignes, et rien ne faisait prévoir une évolution si soudaine et si rapide.

Au point que, en janvier 1932, c'est la santé de Malise qui préoccupait la famille Cartan. La correspondance d'Élie Cartan le montre abondamment. Lui-même avait écrit à Ugo Amaldi le 9 janvier :

Nous avons été aussi bien inquiets de notre côté. Ma femme, dont la santé depuis assez longtemps laissait à désirer et qui avait été obligée de se mettre au lit en rentrant des vacances, a subi au début du mois de novembre une très grave opération intéressant le foie.

Comme elle avait beaucoup maigri, ne s'alimentant pour ainsi dire plus depuis un mois, elle a passé une très mauvaise période, exigeant trois transfusions de sang, ce qui ne l'a pas empêchée, une dizaine de jours après l'opération, d'être à toute extrémité. Heureusement le chirurgien — qui est en même temps médecin — a réagi énergiquement et l'a maintenue artificiellement en vie par des procédés chimiques ; elle a pu recommencer à manger, et malgré une assez longue période d'inquiétude causée par une température très élevée, elle a pu se remettre ; maintenant elle va très bien et pense quitter la clinique vendredi prochain. Je considère que c'est par un miracle qu'elle est encore en vie⁽⁷⁰⁾.

Elle partit ensuite en convalescence à la montagne. Henri Villat écrivit à Cartan, le 28 janvier :

Je veux tout d'abord vous dire combien nous avons été heureux de savoir les bonnes nouvelles que votre lettre nous a données de Madame Cartan ; nul doute que l'air pur des montagnes ne lui permette d'achever une convalescence qui doit déjà être en très bonne voie⁽⁷¹⁾ !

Et puis, le 26 mars, c'est Jean qui mourut. Il fut enterré à Dolomieu le 30 mars. C'est ensuite que la famille a envoyé le faire-part dont voici le texte⁽⁷²⁾ :

⁽⁶⁹⁾[16, Lettre du 18 avril 1932].

⁽⁷⁰⁾Dans [322, p. 227].

⁽⁷¹⁾Fonds Élie Cartan, archives de l'Académie des sciences.

⁽⁷²⁾Archives de l'Académie des sciences.

Monsieur Élie Cartan, membre de l'Institut, Professeur à la Sorbonne, Officier de la Légion d'Honneur, et Madame Élie Cartan ;

Madame Veuve P.-L. Bianconi ;

Monsieur Henri Cartan, Chargé de Cours à la Faculté des Sciences de l'Université de Strasbourg, Monsieur Louis Cartan, Mademoiselle Hélène Cartan ;

Monsieur Joseph Rivier et ses Enfants, Monsieur et Madame Léon Cartan et leurs enfants, Monsieur et Madame Célestin Cuzin et leur Fils ;

Les familles Cartan, Guinard, Cottaz, Cuzin, Purtschet, Costantini, Paolini, Santoni, Caubit et Duprat ;

Ont la douleur de vous faire part de la perte cruelle qu'ils viennent d'éprouver en la personne de

Monsieur Jean Cartan

leur Fils, Petit-Fils, Frère, Neveu et Cousin, décédé, muni des Sacrements de l'Église, le 26 Mars 1932, à l'âge de 25 ans, à Bligny (Seine-et-Oise).

Priez pour lui !

La cérémonie religieuse et l'inhumation ont eu lieu à Dolomieu (Isère), le 30 Mars 1932.

27, avenue de Montespan, Le Chesnay (S.-et-O.)

Tous les amis et correspondants ont envoyé des messages de condoléances (Buhl, Finikov⁽⁷³⁾, Bortolotti...)

Parmi les exécutions d'œuvres de Jean Cartan, outre l'*Hommage à Dante* lors du jubilé de son père en 1939 (voir page 254), signalons celles du *Pater*, fin 1932, que mentionnent une lettre de Finikov du 23 décembre 1932 (voir page 197) et une autre de Zarembo du 8 juin 1934.

Hélène Cartan. Comme ses frères Henri et Jean, Hélène était très musicienne et une excellente pianiste. Comme son père, sa tante Anna et son frère Henri, elle fut mathématicienne. Elle entra à l'É.N.S.⁽⁷⁴⁾ en 1937. Elle passa l'agrégation en 1940, mais ce fut l'agrégation féminine : les jeunes gens étaient

⁽⁷³⁾ Voir plus précisément pour Adolphe Buhl page 186, pour Finikov page 194, et plus généralement le chapitre 15.

⁽⁷⁴⁾ Jusqu'à l'action d'Eugénie Cotton pour aligner les programmes et les études de l'École de Sèvres sur ceux de l'École normale supérieure, ces deux écoles avaient des objectifs assez différents. C'est bien de l'École normale supérieure de la rue d'Ulm qu'Hélène Cartan fut élève, comme l'avaient été son père et son frère Henri. On avait omis d'interdire aux femmes d'être candidates, et il y en eut quelques-unes (parmi les mathématiciennes, Marie-Louise Jacotin (Dubreil) (en 1926), Marie-Hélène Lévy (Schwartz) (en 1934), Jacqueline Ferrand (en 1936) et Hélène Cartan (en 1937)).

mobilisés et il n'y eut que des agrégations féminines cette année-là. Elle fut bien sûr reçue première. Elle est devenue professeur de lycée, à Besançon notamment.

Pour la suite de l'histoire d'Hélène, encore une triste histoire de tuberculose, voir le chapitre 21.

★

Une nièce d'Élie Cartan, Élia (dont le prénom indique sans doute qu'elle était une filleule d'Élie), la fille de Jeanne-Marie, était morte elle aussi de la tuberculose avant même d'avoir vingt ans. Si (jusqu'à une période récente) on a pu la croire éradiquée, la tuberculose était encore très présente dans la vie française au moins pendant la première moitié du XX^e siècle. La vaccination par le BCG, dont à la fois l'innocuité et l'efficacité ont été mises en doute, n'a été systématique en France qu'à partir de 1950. Ajoutons que le cousin François Cuzin était atteint, lui de tuberculose rénale, et avait subi l'ablation d'un rein.

Louis Cartan. Comme nous l'avons déjà signalé, de même que Jean était celui des enfants Cartan qui avait échappé aux études scientifiques, Louis fut celui qui avait échappé à la musique. Il était élève au lycée Hoche, à Versailles, et un élève brillant, mais sa santé ne lui permit pas de se mettre à la préparation de concours. Le rhumatisme articulaire l'obligea même à passer de longues périodes couché, ce fut le cas en 1927, comme en témoignent les lettres d'Adolphe Buhl à Élie Cartan cette année-là⁽⁷⁵⁾. Nous avons vu aussi qu'en 1929, il avait dû arrêter la classe de Mathématiques spéciales. Louis Cartan se dirigea vers une licence de sciences à la Sorbonne (il fit aussi une partie de la licence de droit). Il prépara ensuite, à partir de 1932 et dans le laboratoire de Maurice de Broglie (ce qui fait de lui un petit-fils scientifique de Langevin), une thèse en physique atomique, qu'il soutint en 1937, sous le titre *L'Optique des rayons positifs et ses applications à la spectrographie de masse*. Il est l'auteur de deux livres⁽⁷⁶⁾ et l'un des précurseur de l'optique électronique et ionique, qui mènera vers la conception du microscope électronique.

Il est nommé en 1938 à l'Université de Poitiers.

Mariages. En 1935, Louis, puis Henri, se marient. Le père, très heureux, annonce les mariages à ses amis :

⁽⁷⁵⁾Fonds Élie Cartan, archives de l'Académie des sciences. Adolphe Buhl, qui avait lui-même passé des années d'adolescence couché, s'inquiétait particulièrement de la santé de Louis Cartan.

⁽⁷⁶⁾Ce sont [247] et [248].

Il faut maintenant que je vous parle un peu de deux événements heureux : mes deux fils sont fiancés ; l'aîné, Henri, le mathématicien, avec la fille d'un de mes camarades de l'École Normale, Pierre Weiss, directeur de l'Institut de Physique de l'Université de Strasbourg ; le plus jeune Louis, avec une jeune parente⁽⁷⁷⁾, qui est un peu l'enfant de la maison depuis plusieurs années, et qui prépare l'agrégation d'anglais. Nous sommes très heureux de ces doubles fiançailles, qui semblent réunir pour nos deux enfants toutes les garanties de bonheur⁽⁷⁸⁾.

Les jeunes femmes se nomment Thérèse Purtschet et Nicole Weiss. Et les amis félicitent : Carathéodory (10 juillet 1935) souhaite que les Cartan fassent concurrence aux Bernoulli, la symétrie entre Élie Cartan et Pierre Weiss, tous deux membres de l'Institut, impressionne Buhl (11 octobre)...

XX

XX et plus tard les petits-enfants.

Élie Cartan avait toutes les qualités requises pour pratiquer « l'art d'être grand-père », sans parler de la proximité physique avec ses petits-enfants qui vivaient tous sur le même pallier, au 95 boulevard Jourdan.

Les revenus

Il est assez difficile de comparer les revenus du début du XX^e siècle et ceux d'aujourd'hui. Il est à peu près clair que les salaires des universitaires de l'époque étaient moindres que les nôtres. Les lettres de Lebesgue à Borel⁽⁷⁹⁾ nous donnent des détails sur les difficultés financières que pouvaient avoir les mathématiciens de cette époque. Lebesgue ne disposait d'aucune ressource autre que son salaire : son père, ouvrier typographe⁽⁸⁰⁾, était mort de la tuberculose alors que Lebesgue avait trois ans, sa mère avait fait des travaux de ménage, de couture et de lavage à domicile pour les élever, sa sœur et lui. Il n'hésitait pas à aborder dans ses lettres ces questions « triviales » (mais essentielles). On peut penser que la situation d'Élie Cartan était un peu

⁽⁷⁷⁾Le nom de Purtschet est apparu parmi les cousins sur le faire-part du décès de Jean Cartan : la grand-mère de Thérèse était une Bianconi, une sœur du père de Malise.

⁽⁷⁸⁾Lettre d'Élie Cartan à Ugo Amaldi, 15 mai 1935, dans [322, p. 250].

⁽⁷⁹⁾Borel a conservé les lettres de Lebesgue, mais l'inverse n'est pas vrai. Nous n'avons donc qu'un côté de la correspondance. Ces lettres sont publiées comme [306] et [307].

⁽⁸⁰⁾Lebesgue ne manquait pas de rappeler qu'il était fils d'ouvrier, comme s'en est souvenue Lucienne Félix dans [272, p. 10]. Il est d'autant plus étonnant que, dans l'éloge qu'il fit en 1946 à l'Académie des sciences, son successeur académicien, Arnaud Denjoy, ait affirmé que les deux parents de Lebesgue « enseignaient à l'école primaire »... et surtout que personne ne lui ait signalé l'erreur.

meilleure, au sens où il n'eut pas à soutenir financièrement ses parents ni ses frères et sœurs. Lui aussi n'avait que son salaire. En 1910, il avait une femme et trois enfants à nourrir (et il avait fait construire la maison de Dolomieu). Lebesgue a calculé XX

La guerre eut aussi un effet sur les salaires des professeurs d'université. Comme le dit Paul Montel dans une lettre adressée à Élie Cartan, le 3 mars 1929 :

La revalorisation de nos salaires sera terminée en 1931 et nous serons revenus à la situation d'avant-guerre.

XX voir les photos ds les événements 10 et 11 juillet 2013

CHAPITRE 9

LES PREMIÈRES ANNÉES 1920 ET LE SÉMINAIRE HADAMARD

Pour introduire à la vie mathématique de ces années-là, une citation, un peu à l'emporte-pièce mais efficace, d'André Weil (né en 1906 mais très vite introduit dans le milieu) :

Les jeunes gens d'aujourd'hui, saturés qu'ils sont de séminaires de toute sorte, imagineront difficilement combien, en ces temps reculés, leurs aînés furent livrés à eux-mêmes. De « séminaire », il n'y en avait qu'un ; il est vrai que c'était celui d'Hadamard, consacré à des analyses de travaux récents en tout domaine ; y prenaient part, dans une atmosphère de parfaite égalité exceptionnelle à cette époque, normaliens et mathématiciens « arrivés », rivalisant de zèle pour ces exposés où Hadamard ne manquait jamais d'intervenir avec sa vivacité incomparable. Mais, hors de là, l'inspiration faisait défaut. Lebesgue, au Collège de France, consacrait ses cours à l'« Analysis Situs », c'est-à-dire à une topologie combinatoire qui en était restée aux premiers travaux de Poincaré. Vessiot occupait la chaire de « théorie des transformations », sur laquelle Élie Cartan ne se serait donc pas permis d'empiéter, de sorte qu'il se cantonnait dans des sujets ternes, ou qui du moins paraissaient tels faute d'en saisir le contexte. L'enthousiasme de Julia aurait pu être contagieux s'il n'eût pas été par trop visible que la théorie des fonctions « de papa » était moribonde. Bref, c'est surtout au contact les uns des autres que ces jeunes gens pouvaient s'instruire, chacun faisant profiter ses camarades de ses lectures au cours d'interminables conversations⁽¹⁾.

Voici donc une liste de ces sujets « ternes » ou paraissant tels.

⁽¹⁾Voir [362] (il s'agit d'une biographie de Jean Delsarte parue dans ses Œuvres complètes).

1921–22. Il s'agit du cours qui donna lieu aux « Leçons sur les invariants intégraux », voir le chapitre 6.

1925–26. Le cours de Cartan à la Sorbonne porta sur la géométrie des espaces de Riemann. Il y développa ce qu'il avait écrit dans le « Mémorial » du même titre.

Il rédigea lui-même un livre à partir de ce cours, qui parut en 1928⁽²⁾. Ce livre fut traduit en russe en 1936.

1926–27. L'année suivante, le cours portait toujours sur la géométrie riemannienne, mais fut axé sur la méthode du repère mobile.

Ouvrons ici une parenthèse sur le « repère mobile ». Le classique repère mobile de Frenet est, pour chaque point d'une courbe (orientée) contenue dans un espace euclidien (orienté) de dimension 2 ou 3, un repère orthonormé de cet espace. C'est en ce sens qu'il est « mobile » : il se déplace le long de la courbe. Les trois vecteurs (en dimension 3) sont :

- « le » vecteur tangent t , unique puisqu'il est unitaire et que la courbe est orientée,
- « le » vecteur normal n , vecteur unitaire dirigé comme le vecteur dérivé du vecteur tangent t (si celui-ci n'est pas nul), il est perpendiculaire à t et les deux engendrent le plan osculateur à la courbe,
- le troisième vecteur b est bien déterminé par le fait que (t, n, b) est un repère orthonormé direct ($b = t \wedge n$).

Si la courbe est paramétrée par la longueur d'arc s , on a donc, par définition

$$\frac{dt}{ds} = \kappa(s)n(s) \quad \text{avec } \kappa(s) = \left\| \frac{dt}{ds} \right\|.$$

Les dérivées des vecteurs n et b sont

$$\frac{db}{ds} = -\tau(s)n(s) \quad \frac{dn}{ds} = -\kappa(s)t(s) + \tau(s)b(s)$$

(ce qui définit, après la courbure κ la torsion τ). De façon un peu plus abstraite, ces formules expriment la dérivée du repère R ,

$$\frac{dR}{ds} = SR$$

où S est une matrice antisymétrique (simplement parce que R est orthonormé). Ces formules, dites de Frenet ou de Serret-Frenet, sont connues depuis le début du XIX^e siècle. Elles ont été généralisées, notamment, par Jordan, à une courbe

⁽²⁾Ce fut [158], le deuxième volume de la série « Cahiers scientifiques », que Julia venait de créer (et dont le premier volume, à tout seigneur tout honneur, était un livre de Picard, paru l'année précédente).

dans un espace de dimension $n...$ et par Ribaucour pour étudier les surfaces minimales dans $\mathbf{R}^3$.

Darboux a utilisé les repères mobiles de façon assez systématique dans XX : on considère une surface dans l'espace euclidien de dimension 3, en chaque point de la surface on a deux directions de courbure principales (si le point n'est pas ombilical), ce qui fournit deux vecteurs tangents à la surface, le troisième vecteur du trièdre de Darboux est le vecteur normal. En dérivant ces vecteurs le long de courbes sur la surface, on obtient des formules de type Frenet.

Dans tous les cas, on a une famille R d'éléments de $\mathrm{SO}(3)$, et les matrices antisymétriques S sont des éléments de $\mathfrak{so}(3)$. Dans cette optique, la courbe qui a donné les formules n'est pas indispensable : on n'a pas besoin de la variable particulière s par rapport à laquelle dériver, puisque l'on connaît la notion de forme différentielle. Le

$$\frac{dR}{ds} = SR$$

avec S une matrice dépendant de s devient

$$dR = SR$$

où S est une matrice antisymétrique de formes différentielles. Comme l'écrit Cartan dans la préface de son livre « La théorie des groupes finis et continus et la géométrie différentielle traitées par la méthode du repère mobile »⁽³⁾, qui parut dix ans plus tard,

Les équations classiques de Darboux auquel obéit tout mouvement à plusieurs paramètres d'un trièdre trirectangle mobile, ne sont autres que les *équations de structure* du groupe des déplacements euclidiens.

La généralisation est claire : en chaque point d'un espace X , on se donne un élément d'un groupe de Lie G , autrement dit on considère une application (différentiable)

$$R : X \longrightarrow G$$

et on en déduit une forme différentielle S à valeurs dans l'algèbre de Lie $\mathfrak{g}$ du groupe G . Ce que Cartan écrit ainsi : on fixe R_0 , ainsi $R_a = S_a R_0$ pour $a \in X$ et $S_a \in G$; ensuite

$$R_{a+da} = S_{a+da} R_0 = S_{a+da} S_a^{-1} R_a$$

et bien sûr

$$S_{a+da} S_a^{-1} = \mathrm{Id} + S_\omega + o(da)$$

⁽³⁾C'est-à-dire [208]. Pour ce livre, voir aussi XX

de sorte que, avec S_ω à valeurs dans $\mathfrak{g}$,

$$dR_a = S_\omega R_a$$

(les formules de Frenet !). Fin de la parenthèse.

En particulier, ce cours comportait une introduction aux formes différentielles plus développée que celle qui figurait dans le cours de l'année précédente — dans lequel elles n'apparaissaient qu'à la page 204 et où l'on devait se contenter de la définition suivante :

On appelle formes différentielles à multiplication extérieure, ou plus brièvement, formes différentielles extérieures, les formes qui interviennent sous le signe somme dans les intégrales multiples. Elles obéissent à certaines règles de calcul que nous allons indiquer rapidement⁽⁴⁾.

Il est vrai qu'Élie Cartan renvoyait à ses leçons sur les invariants intégraux.

Les notes de Finikov. Le mathématicien russe Sergei Finikov (voir page 194) avait assisté à ces cours et pris des notes. La tradition (et en tout cas la préface d'un livre paru en anglais soixante-quinze ans plus tard⁽⁵⁾) dit que Finikov traduisit ses notes — la partie de ses notes qui portait sur les formes différentielles — en russe, pour ses étudiants. Il n'est pas impossible qu'il ait simplement commencé par faire reproduire ses notes (ses notes en français) pour ses étudiants. Le fonds Élie Cartan des archives de l'Académie des sciences contient en effet deux exemplaires d'une reproduction de notes du cours de 1926–27, qui sont clairement de la main de Finikov. Le plus probable est que les étudiants de Moscou utilisaient ces notes (en français) et que Finikov envoya (mais il n'en est pas question dans sa correspondance conservée avec Cartan) ou plutôt donna ces deux exemplaires à Cartan lors d'un de ses voyages en U.R.S.S. des années 1930.

Plus tard, Cartan revint sur ses leçons, parues en 1928, et en fit une réédition, qui est en réalité un nouveau livre⁽⁶⁾, et qui parut en 1946. Dans la préface à cette deuxième édition, il fit une liste de ce qu'il avait modifié et ajouté. Une des grandes modifications était une notation, le d de Kähler remplaça le $'$ de Cartan. Parmi les ajouts remarquables, il y avait la méthode du repère mobile.

Encore plus tard (en 1960), Finikov traduisit l'ensemble de ses notes et en fit un livre. Comme les ajouts de la deuxième édition du livre de Cartan n'étaient pas disponibles en russe, il inclut dans son livre une traduction de ces ajouts.

⁽⁴⁾Dans le chapitre VIII, « Les identités de Bianchi », de [158].

⁽⁵⁾C'est [239].

⁽⁶⁾C'est [232].

Et puis, par la vertu d'un ancien étudiant de Finikov et d'un éditeur commercial, ce livre a été traduit en anglais et est vendu sous le nom d'Élie Cartan⁽⁷⁾.

Sur les cours et les rédactions de livres auxquels ils ont donné lieu, voir aussi les chapitres 10 et 17.

Le Séminaire Hadamard

Élie Cartan a été un assidu du séminaire de Jacques Hadamard. Rappelons que ce séminaire, dont le titre officiel était « Analyse de mémoires », et qui était le « cours » que Jacques Hadamard était supposé donner au Collège de France, se tint d'abord en 1913, s'interrompit pendant la guerre et reprit en 1920⁽⁸⁾. Lorsqu'il dut en rendre compte, annuellement, Hadamard fut plus ou moins (moins, en général) précis sur les sujets qui y avaient été abordés. Nous avons déjà signalé page 64 le programme de l'année 1920–21 (à propos des déformations et de Fubini). De façon pointilliste et à la lumière des caprices de la conservation des « petits mots » envoyés par Hadamard, voici quelques informations sur la participation d'Élie Cartan à ces séances.

13 Octobre [1927]⁽⁹⁾

Mon cher Ami

Merci de votre petite série de Mémoires. Pourquoi ne parleriez-vous pas tout d'abord au Séminaire de vos recherches sur la Géométrie des groupes de transformations ? Comme cela ne vous serait pas très difficile, cela aurait l'avantage, précieux pour moi, que vous pourriez nous donner cet exposé dès les premières séances qui sont naturellement celles qu'il me préoccupe le plus d'assurer. Vous savez que cette année, j'ouvre dès le commencement de Décembre⁽¹⁰⁾.

J'ai reçu les épreuves de Géométrie anallagmatique (Nouvelles Annales)⁽¹¹⁾ ; ne seriez vous pas disposé, après l'apparition, je pense, prochaine, de ce travail, à leur donner une Note sur les propositions que vous y avez ajoutées. En tout cas, même si vous ne le

⁽⁷⁾C'est [239]. La traduction a été faite par Vladislav Goldberg, qui a passé une thèse à Moscou en 1961.

⁽⁸⁾Voir [22].

⁽⁹⁾Il est rare qu'Hadamard mette la date en entier...

⁽¹⁰⁾Après la rentrée universitaire, donc.

⁽¹¹⁾Il s'agit d'un article d'Hadamard paru d'abord en espagnol, et en cours de publication en français comme [280]. Hadamard y étudie, à la suite d'André Bloch, les propriétés « analagmatiques » des systèmes de deux cercles.

faites pas, je voudrais mentionner au moins l'une d'entre elles, l'invariance de l'angle de deux congruences de même espèce pour en donner une démonstration satisfaisant aux mêmes conditions que les autres, c'est-à-dire géométrique, allagmatique, et réelle. Dites-moi vos intentions⁽¹²⁾.

Bien cordialement à vous
J Hadamard

Une autre idée me vient, pour cette question de la Géométrie des groupes. Ne serait-il pas, au contraire, intéressant d'en faire coïncider l'exposé avec la venue de Fréchet⁽¹³⁾ ? Il me semble que la question n'est pas sans relation avec la notion de vecteur abstrait. [ajouté, à la main] Je reçois une lettre de Fréchet qui [prévoit ? illisible] sa venue pour Février, et qui me suggère d'autre part l'idée de faire venir Kerekjarto. Qu'en pensez-vous ?

– Ci-joint, d'autre part, ce qu'en Juin dernier nous avions destiné à MM. Cartan, père et fils. [manuscrit] Et de toute façon une séance dès Décembre, si elle était prête, me ferait bien plaisir.

Certes, mais les meilleurs plans doivent parfois être modifiés...

27 Octobre 1927

Mon cher Ami

J'ai vu hier Garnier qui peut parler à la 1^{ère} séance (6 décembre) sauf éventualité, d'ailleurs très peu probable, d'un conseil d'Université qui le retiendrait à Poitiers. Dans ces conditions, pourriez-vous me rendre le service de remettre en principe votre audition au vendredi 9 Décembre à 5 heures ou, si vous préférez, au mardi 13 à 3 heures, tout en acceptant la possibilité que je fasse appel à vous au dernier moment pour le 6, dans le cas où le voyage de Garnier serait impossible, ce dont il vous préviendrait 4 ou 5 jours à l'avance.

Toutes mes excuses de vous promener ainsi, je suis obligé de tenir compte des possibilités des gens éloignés. Encore merci, à vous très cordialement

J Hadamard

⁽¹²⁾Cartan avait dû faire des commentaires sur ce qu'avait écrit Hadamard, il a sans doute décliné la proposition d'écrire une note avec ses résultats, et c'est Hadamard qui a exposé cette proposition dans un nouvel article, addition au précédent [281].

⁽¹³⁾Maurice Fréchet était alors professeur à l'université de Strasbourg. Comme le montrent les dates proposées dans la lettre suivante, le séminaire avait lieu cette année-là les mardi et vendredi après-midis, ce qui ne rendait pas la fréquentation par les provinciaux très facile. Une même remarque vaut pour Garnier à Poitiers, comme on le verra aussi.

Je mets à la poste mon article espagnol sur la Géométrie anallagmatique.

La lettre suivante fait référence à une question soulevée pendant un exposé de Cartan, peut-être celui ou ceux commandés pour décembre 1927.

13 Janvier 1928

Mon cher Ami

Je ne connais, comme tentative de généralisation de mes résultats sur les géodésiques que celle à laquelle je m'étais moi-même livrée [sic] en 1898 dans le travail des Procès Verbaux Soc.Fys. et Nat. de Bordeaux auquel j'ai fait allusion l'autre jour, au cours de votre dernier exposé. C'est en effet dans ce but de généralisation que j'avais défini la courbure comme un maximum. C'est peut-être d'ailleurs de ce point de vue que vous êtes parti vous-même, puisque je vois que vous établissez des résultats relatifs à $n > 2$. J'avais vaguement essayé de trouver des systèmes (en particulier, problème de p corps s'attirant à l'inverse d'une puissance de la distance) donnant lieu à un élément linéaire de courbure *partout* négative — mais ce « partout » rend la recherche simplement diabolique : il y a trop de place dans l'espace !

À cela près, j'ai reçu récemment un travail que je vous remets avec ceci et que, je vous l'avoue, j'allais mettre au rancart, parce qu'il me semblait qu'il ne renfermait rien de très intéressant, mais cela ne prouve rien, car je suis très mauvais lecteur, et il m'arrive de laisser passer des choses énormes.

Enfin, il y a deux travaux d'un jeune géomètre américain, M. Marston Morse sur cette question : travaux extrêmement importants, ceux-là, mais si je ne me trompe dans un autre sens que celui qui vous intéresse en ce moment, car au lieu de généraliser, il complète, dans le sens des idées de Birkhof [sic] les « mouvements récurrents ». Il perfectionne donc dans le sens de la « compréhension », comme disent les philosophes et non dans celui de l'extension, puisqu'il s'agit de savoir mieux ce qui se passe dans le cas déjà traité antérieurement par moi.

— À mon tour, un renseignement. N'avez-vous pas quelque part défini des développables dans les espaces riemanniens ? Ceci toujours à propos de mon travail de 1898 ci-dessus mentionné.

Merci d'avance, à vous bien amicalement

J Hadamard

CHAPITRE 10

LES ESPACES RIEMANNIENS SYMÉTRIQUES

Commençons ce chapitre par le cours donné par Cartan à la Sorbonne en 1929-30.

1929–30. Le cours porta sur la géométrie projective complexe. Il y eut certes une introduction à ce que l'on entend naïvement par géométrie projective complexe (incluant, comme première propriété la compacité de l'espace projectif), avec la ferme volonté d'utiliser la géométrie complexe « en entier » et pas juste les éléments imaginaires comme auxiliaires des propriétés réelles. Mais il y a beaucoup plus, l'utilisation de la théorie des espaces riemanniens symétriques. Ceci permit à Cartan, dans les premiers chapitres, d'unifier et d'expliquer les phénomènes un peu miraculeux des petites dimensions, comme les relations de $PSL(2; \mathbf{R})$ (homographies réelles d'une variable) avec la géométrie non-euclidienne plane (modèles de Klein et de Poincaré), par exemple, qu'il étendit à la géométrie non-euclidienne à trois dimensions.

Il faut reconnaître que le livre est assez touffu. Par exemple, il ne contient pas une seule figure, ce qui est troublant.

Il a été écrit par Cartan d'après des notes recueillies par Frédéric Marty, qui était élève à l'É.N.S. Il est paru en 1931⁽¹⁾, dans la collection « Cahiers scientifiques » que dirigeait Julia chez Gauthier-Villars. C'était le dixième fascicule de la collection (et le deuxième de Cartan). Il a été recensé par le *Jahrbuch* (qui existait encore) et le *Zentralblatt* (qui existait déjà). Il n'est pas certain que le livre fut bien compris : les recenseurs se contentèrent de lire et de traduire, avec peu de commentaires, la table des matières.

Car, pendant ce temps, Élie Cartan avait inventé et classifié les espaces riemanniens symétriques.

XX les indications à Tzitzeica, par ex.

⁽¹⁾C'est le livre [177].

CHAPITRE 11

DISCUSSIONS AVEC HERMANN WEYL

Il ne s'agit pas dans ce chapitre de faire l'histoire des apports respectifs de Hermann Weyl et Élie Cartan aux mathématiques du vingtième siècle⁽¹⁾, mais de donner quelques éléments permettant de comprendre la façon dont, ensemble ou pas, ils ont fait avancer celles-ci.

L'histoire d'Élie Cartan et Hermann Weyl commence sans doute le 9 juin 1922, quand Gustave Juvet, qui avait suivi les cours de Cartan à la Sorbonne en 1919 et qui venait de traduire en français le *Zeit, Raum und Materie* de Weyl, en envoya un exemplaire à Élie Cartan, qu'il souhaitait échanger contre le livre d'Élie Cartan (à l'époque, il n'y en avait qu'un, les « Leçons sur les invariants intégraux »⁽²⁾).

Ainsi Élie Cartan lut-il *Temps, espace, matière*, sans doute immédiatement, puisqu'il envoya à l'Académie des sciences une note qu'Émile Borel présenta au cours de la séance du 10 juillet 1922. Il y démontrait « un théorème fondamental de M. H. Weyl dans la théorie de l'espace métrique ». Il s'agit d'un énoncé que Weyl donnait dans le chapitre II de son livre. Considérant un espace muni d'une connexion affine sans torsion, il impose deux axiomes⁽³⁾ permettant de

⁽¹⁾D'autant plus que d'autres s'y sont attachés. Je renvoie encore une fois au livre [284]. Voir aussi [263].

⁽²⁾Le livre de Cartan était [110]. Le troc proposé par Juvet s'accompagna d'un commentaire porté au crayon sur sa lettre, sans doute par Malise,

Ce Monsieur t'envoie outre le livre de Weyl une Introduction au calcul tensoriel préfacée par Hadamard. En as-tu besoin à Dolomieu ? Faut-il encore t'en charger ? Tu vois que tu pourrais mettre en vente chez Hermann une partie de tous tes mémoires qui remplissent la mansarde, il y aurait des amateurs.

⁽³⁾En anticipant à peine, ces deux axiomes furent ainsi décrits par Weyl en 1923 :

- un principe de liberté (le plus grand nombre possible de rotations en chaque point)
- et un principe de congruence (unicité d'une connexion affine parmi les connexions métriques possibles).

caractériser le groupe des « rotations » en tout point de l'espace et affirme que, en dimensions 2 et 3, ce groupe est celui des rotations euclidiennes. Le résultat n'était d'ailleurs pas démontré dans le livre, même dans ces dimensions, mais Weyl disait :

En fait, j'ai établi que la proposition est vraie pour $n = 2$ et $n = 3$; cette démonstration purement mathématique nous entraînerait trop loin⁽⁴⁾.

Dans sa note, Cartan démontrait le résultat en toute dimension. Et, bien sûr, il l'envoya à Hermann Weyl.

Weyl lui répondit le 5 octobre. Il avait lui-même démontré le théorème. Il faut dire que le livre était fondé sur un cours qu'il avait donné en 1917 et donc qu'il avait eu le temps d'y réfléchir. Sa démonstration était parue dans *Mathematische Zeitschrift*⁽⁵⁾ au début de l'année (et d'ailleurs, l'article porte une date d'arrivée, 24 avril 1921). Il envoya l'article.

En lui répondant, le 9 octobre, Cartan s'excusa, il n'avait lu que le livre, en traduction française, et il insista, comme il l'avait d'ailleurs fait dans sa note, sur le fait que l'essentiel était la portée philosophique du résultat. Il joignit son article du *Journal de mathématiques pures et appliquées*⁽⁶⁾. Et il ajouta :

Les procédés de calcul que j'y emploie ne sont pas ceux du calcul différentiel absolu ; ce sont les mêmes qui m'ont permis d'établir une théorie générale des groupes continus ; ils permettent jusqu'à un certain point de conserver les avantages des coordonnées rectangulaires, même dans l'étude des multiplicités métriques les plus générales ; ils sont tout aussi bien adaptés je crois à l'étude des multiplicités, non seulement à connexion affine (pour employer votre terminologie), mais encore à connexion projective ou conforme, etc.⁽⁷⁾

Et puis, il développe ses idées dans un article qui paraît encore dans le *Journal de mathématiques*⁽⁸⁾ dans le courant de 1923 (il n'y a pas de date, mais il paraît dans le deuxième fascicule du journal) : le 22 juin, Élie Cartan écrira à Weyl qu'il est à l'impression et qu'il va le lui envoyer et il s'excuse

⁽⁴⁾[368, p. 127].

⁽⁵⁾Il s'agit de l'article [367].

⁽⁶⁾Je suppose qu'il s'agit de l'article [101] : il est exclu qu'il s'agisse de [111], pas tant parce qu'il est paru en 1923 que parce que Cartan y cite les deux démonstrations, celle de Weyl et la sienne.

⁽⁷⁾En réalité, ce que nous avons ici est le brouillon d'une lettre, conservé par Élie Cartan. Il n'est pas absolument certain que Weyl a reçu cette lettre. Mais c'est probable. Fonds Élie Cartan, archives de l'Académie des sciences.

⁽⁸⁾Cette fois, c'est [111].

de ne pas citer le livre *Mathematische Analyse des Raumproblems*⁽⁹⁾ que Weyl vient de lui envoyer.

Du point de vue de la chronologie, rappelons que l'année 1922 est aussi celle du début de la réflexion d'Élie Cartan sur le parallélisme absolu (voir le chapitre 7).

XX l'article de 1923

Jusque là, le débat a porté sur la méthode (calcul différentiel absolu/théorie des groupes). Et c'est Cartan qui était du côté « moderne⁽¹⁰⁾ ». Cartan a explicité à nouveau sa position dans son exposé à Toronto⁽¹¹⁾.

Le théorème de complète réductibilité. Dans le deuxième épisode, Weyl s'est mis à travailler sur la théorie des groupes. Et en particulier, à la suite de Schur, à mêler le côté Cartan – classification des algèbres de Lie, théorie des groupes de Lie – et le côté Frobenius – représentation des groupes finis.

Deux ans plus tard, c'est-à-dire en 1925, Hermann Weyl, qui avait, entre autres choses, reformulé de façon géométrique les résultats de l'article de Cartan de 1913⁽¹²⁾, envoya trois notes à Cartan, et le 1^{er} mars, celui-ci écrivit pour le remercier. Ses notes ont fait faire des progrès considérables à la théorie des groupes. Lui-même avait cru, dit-il, au théorème de complète réductibilité pour les représentations des groupes semi-simples, mais il n'avait pas su le démontrer⁽¹³⁾. Il y avait reréfléchi et croyait maintenant pouvoir le présenter sous une forme qui mît en relation la complète réductibilité et la semi-simplicité — c'est-à-dire la non-dégénérescence de la forme de Killing. Il expliquait son idée de démonstration,

sans recourir pour chaque cas à la considération d'un groupe linéaire effectivement construit [...] et sans être obligé de se livrer à des études d'analysis situs toujours délicates

dans une lettre de huit pages⁽¹⁴⁾.

Le 25 mars, Weyl lui annonça la parution de ses trois articles, il se plaignit de ne pas comprendre la démonstration de Cartan (ce ne serait pas la dernière fois).

⁽⁹⁾C'est-à-dire [369].

⁽¹⁰⁾Et, précisément, il n'est ni dans le sillage de Weyl ni dans celui de Levi-Civita. C'est même à peu près l'inverse qui se produit à ce moment précis. Même si les influences des uns sur les autres ne procèdent pas simplement par filiation.

⁽¹¹⁾Et dans l'article [151].

⁽¹²⁾C'est-à-dire [79].

⁽¹³⁾Pour les groupes finis, c'est un théorème de Frobenius, Maschke et Molien datant de la fin du dix-neuvième siècle.

⁽¹⁴⁾L'original est à l'ETH de Zurich, j'ai consulté la photocopie conservée dans les fonds Élie Cartan des archives de l'Académie des sciences.

Dès le 28, Cartan se félicita de la parution des articles⁽¹⁵⁾ :

Monsieur et très honoré collègue,

Je vous remercie très vivement de votre lettre. Je suis très sensible à l'appréciation que vous voulez bien faire de mes travaux sur la théorie des groupes ; l'avis d'un géomètre tel que vous est particulièrement précieux.

Je lirai avec le plus grand intérêt les trois mémoires dont vous me parlez ; la théorie des groupes semi-simples est assez compliquée pour que toute simplification ne soit pas la bienvenue.

La possibilité de rendre la forme quadratique $\psi_2(c)$ définie négative, tout en maintenant la réalité des coefficients de structure, s'est présentée sans que je la cherche — et sans que je me doute à ce moment de son importance — comme résultat accessoire de la solution d'un problème plus général (détermination de toutes les structures réelles des structures simples) ; la démonstration directe pour chaque structure particulière serait sans doute très facile ; mais il vaut encore mieux, comme vous me l'annoncez, en donner une raison générale. Je serai donc très intéressé par toute cette partie de vos mémoires.

Je ne suis pas étonné que vous ayez mal compris la démonstration que je vous ai communiquée du théorème de réductibilité complète ; elle était assez informe. J'achevais précisément de la mettre au point et de la rédiger quand votre lettre m'est arrivée. Elle paraîtra dans le *Bulletin des sciences mathématiques*⁽¹⁶⁾ ; son intérêt sera surtout d'attirer l'attention en France sur le point de vue « intégral » ; l'idée initiale donnée, les détails de la démonstration n'offrent plus qu'un intérêt relatif. La difficulté, je n'ose dire l'impossibilité de trouver une démonstration directe ne sortant pas du domaine strictement infinitésimal montre bien en tout cas la nécessité de ne sacrifier aucun des deux points de vue, infinitésimal et intégral. Grâce à vous, la liaison est faite et sera sans doute encore très fructueuse.

Veuillez agréer, Monsieur et cher collègue, l'expression de mes sentiments les plus cordialement dévoués.

Pour changer, citons aussi ce que Cartan écrivit à Friedrich Engel le 3 août 1925 :

⁽¹⁵⁾ Il y a deux brouillons de cette lettre dans le fonds Élie Cartan des archives de l'Académie des sciences.

⁽¹⁶⁾ Il s'agit de [125]. Note de MA.

Je n'ai jeté qu'un coup d'œil superficiel sur le premier mémoire de Weyl, me proposant de le regarder plus à loisir pendant les vacances⁽¹⁷⁾. Je crois avoir à peu près compris ce qui concerne le théorème de réductibilité complète (dans le cas particulier qu'il envisage). Il me semble que dans son analyse un rôle important est joué par le théorème général dont le cas le plus simple est le suivant : si une variété à deux dimensions est développable (au point de vue de l'analysis situs) sur une sphère, et cela sans point de ramifications, aucune partie de la sphère n'est recouverte deux fois ; la propriété de la sphère d'être une variété fermée et *simplement connexe* est la raison de la validité du théorème.

Peut-on maintenant démontrer le théorème de la réductibilité complète sans quitter le domaine des transformations infinitésimales ? On ne peut évidemment l'affirmer. J'ai cherché pendant un certain temps (avant l'apparition des notes de Weyl) cette démonstration sans rien trouver, mais cela ne prouve pas que quelqu'un ne puisse être plus heureux que moi⁽¹⁸⁾.

Le théorème de complète réductibilité affirme que toute représentation linéaire d'un groupe de Lie G est somme directe de représentations irréductibles. Une étape de la démonstration consiste à établir l'énoncé analogue pour l'algèbre de Lie $\mathfrak{g}$ du groupe, c'est-à-dire que, si $\mathfrak{g}$ opère linéairement sur un espace vectoriel E avec un sous-espace invariant E_1 , alors E_1 a un sous-espace supplémentaire E_2 qui est stable par l'opération de $\mathfrak{g}$. Comme l'avait montré Issai Schur en 1924 (peu de temps auparavant), le résultat est vrai quand le groupe G est le groupe $SU(n)$.

Ce que Weyl a montré, c'est que

- le théorème est vrai pour l'algèbre de Lie $\mathfrak{sl}(n; \mathbf{C})$
- et il est vrai aussi pour le groupe $SL(n; \mathbf{C})$.

La première propriété résulte du fait que $\mathfrak{su}(n)$ est une « forme réelle » de $SL(n; \mathbf{C})$: si E_1 est invariant par $\mathfrak{sl}(n; \mathbf{C})$, il l'est par $\mathfrak{su}(n)$, il a donc un supplémentaire E_2 invariant par $\mathfrak{su}(n)$. Dans la décomposition $E = E_1 \oplus E_2$, l'algèbre de Lie $\mathfrak{sl}(n; \mathbf{C})$ opère par des matrices $\begin{pmatrix} A & B \\ 0 & C \end{pmatrix}$ où B est nulle sur $\mathfrak{su}(n)$. Comme $\mathfrak{su}(n)$ engendre $\mathfrak{sl}(n; \mathbf{C})$ sur $\mathbf{C}$, B est nulle et la décomposition est invariante par $\mathfrak{sl}(n; \mathbf{C})$.

Pour démontrer la deuxième propriété, c'est-à-dire passer de l'algèbre de Lie au groupe ou, comme dirait Cartan, quitter le domaine des transformations infinitésimales, Weyl a utilisé le fait que le revêtement universel du groupe

⁽¹⁷⁾ Les « grandes vacances », ce sont les mois d'août et septembre.

⁽¹⁸⁾ Fonds Friedrich Engel, université de Giessen.

$SU(n)$ est compact, ce pour quoi il a démontré que $SU(n)$ était simplement connexe. C'était une intervention directe de l'analysis situs dans la théorie des groupes. Cet énoncé général ($SU(n)$ est simplement connexe, donc son revêtement universel est $SU(n)$ lui-même) semble avoir été assez nouveau, à preuve la façon dont Cartan l'énonce à Engel en parlant du cas de la sphère S^2 .

La possibilité de rendre la forme quadratique ψ_2 définie négative, que Cartan évoquait dans la lettre à Weyl, était justement l'argument démontré et utilisé par Cartan, dans son article de 1914⁽¹⁹⁾, pour démontrer l'existence d'une forme réelle compacte. Mais Weyl n'avait pas lu cet article.

On aura remarqué la grande variété des techniques utilisées par Weyl. Cartan va se les approprier rapidement. Avant d'étudier cette appropriation et les merveilleux travaux de 1928, encore quelques mots sur les relations entre les deux mathématiciens.

Les connexions projectives. Après la prise de contact en 1922 et les travaux remarquables de Weyl sur les groupes en 1925, la troisième phase va voir un grand désaccord entre les deux mathématiciens, en 1930. Entre temps, les deux correspondants se sont rencontrés, notamment à Berne en 1927⁽²⁰⁾, où ils ont eu une discussion dont Élie Cartan se souvint dans une lettre quelques années plus tard, et aussi à Bologne, où tous deux ont participé au Congrès international de 1928.

Ici, l'histoire racontée bifurque, le « sans être obligé de se livrer à des études d'analysis situs toujours délicates » nous pousse vers le chapitre 12 : Cartan s'est en effet livré à de telles études, pour inventer dès 1928 de nouvelles techniques d'« analysis situs », justement.

Quant à l'histoire racontée par la correspondance entre Cartan et Weyl, elle se poursuit ici.

Le 5 janvier 1930, Élie Cartan, qui est en plein dans la discussion avec Einstein (voir le chapitre 7), prend la plume pour protester contre la façon dont Weyl parle de ses espaces à connexion projective.

Je prends connaissance de votre article récent « On the foundations of general infinitesimal geometry » paru dans le *Bulletin of the Amer. math. Society*. Je ne crois pas fondées les critiques que vous adressez à ma théorie des espaces à connexion projective, théorie qui a fait l'objet d'un mémoire distinct (*Bulletin de la société math. de France* t.52, 1924, p.205–241). L'exposition que vous faites de ma théorie ne répond pas tout à fait à mon point de vue. Ce qui peut induire en erreur, c'est l'expression d'espace projectif tangent, qui est, je

⁽¹⁹⁾C'est-à-dire XX (voir lequel des deux exactement). Voir aussi le chapitre 4.

⁽²⁰⁾La conférence de Cartan à Berne porta sur « la géométrie des groupes de transformations », comme nous l'avons déjà dit page 85.

l'avoue, assez mal choisie ; mais cet espace projectif tangent ne joue qu'en apparence dans ma théorie le rôle essentiel⁽²¹⁾.

En 1929, Weyl est allé à Princeton où il a beaucoup discuté avec Veblen et Tomas, notamment, qui étudiaient la géométrie différentielle du point de vue des chemins. Dans l'article dont parle Cartan⁽²²⁾, il cherchait à réunir le point de vue de « l'espace projectif tangent » de Cartan et celui du groupe de Princeton.

Cartan écrivit donc une lettre de dix pages, qui se termine, avant les formules de politesse, par :

Vous voudrez bien excuser la longueur de cette lettre. Vous êtes un des mathématiciens à l'opinion desquels j'attache le plus haut prix et c'est pour cela que j'ai cru de mon devoir de répondre directement à vos critiques, dans le cas où elles ne me semblent pas fondées.

Cette partie de la correspondance a été étudiée assez en détail par Armand Borel dans un article⁽²³⁾ que j'ai beaucoup utilisé pour ce chapitre.

Il est certain que, comme Weyl lui-même le dit, la lecture de Cartan n'était pas très facile, ce qui explique sans doute que la correspondance ait été si peu abondante, chacun des deux campant sur ses positions. Ou presque... parce que, au fur et à mesure de son essai d'explications à Weyl, Cartan a pris conscience que son « espace projectif tangent » n'était pas vraiment important, mais que l'essentiel était la donnée de ce que nous appelons aujourd'hui une forme différentielle à valeurs dans l'algèbre de Lie $\mathfrak{h}$ du sous-groupe du groupe projectif $\mathrm{PGL}(n+1; \mathbf{R})$ laissant invariant un point de $\mathbf{P}_n(\mathbf{R})$.

XX

XX commentaires sur la discussion à Berne.

XX Ce chapitre devrait faire un pont entre les connexions du chapitre 7 et le chapitre sur la cohomologie.

XX Le 21 novembre 1928, Borel a demandé à Élie Cartan une page ou deux pour l'aider à écrire un rapport sur Hermann Weyl (considéré comme membre correspondant à l'Académie des sciences)⁽²⁴⁾. Il fut élu le 7 juillet 1947.

⁽²¹⁾ L'original de cette lettre se trouve dans les papiers d'Hermann Weyl à l'ETH de Zurich, mais c'est la photocopie conservée dans le fonds Élie Cartan des archives de l'Académie des sciences que j'ai consultée. Pour l'histoire de cette photocopie, voir ci-dessous.

⁽²²⁾ C'est-à-dire [374].

⁽²³⁾ [30].

⁽²⁴⁾ Fonds Élie Cartan, archives de l'Académie des sciences.

CHAPITRE 12

ÉLIE CARTAN ET L'« ANALYSIS SITUS » – DES ALGÈBRES DE LIE AUX THÉORÈMES DE DE RHAM

Dans son « apologie »⁽¹⁾, le mathématicien britannique (ô combien !) Godfrey Harold Hardy écrit : « Je ne connais pas d'exemple d'un progrès majeur en mathématiques dû à un homme de plus de cinquante ans ». Ce texte est paru en 1940. Hardy avait pourtant été membre, en 1939 (sans doute au moment où il écrivait ce livre), du comité d'organisation du jubilé d'Élie Cartan. Il semble donc qu'il ignorait l'œuvre d'Élie Cartan. Dans ce chapitre, il va être question d'un progrès majeur en mathématiques, dû à Élie Cartan, en 1928, à l'âge de cinquante-neuf ans⁽²⁾.

La topologie, c'est, d'abord, de la géométrie « globale ». Le passage, par Cartan, de la géométrie différentielle locale à la topologie est bien, dans les termes d'aujourd'hui un passage du local au global. Il est bien possible que cette distinction local/global apparaisse au cours du passage, justement⁽³⁾. Celui-ci semble se faire au cours des années 1920. En voici deux exemples. Après avoir étudié l'holonomie d'un « espace de Riemann » dans son article pour le *Mémorial des sciences mathématiques*⁽⁴⁾, il ajoute (et ce paragraphe conclut tout le fascicule) :

Le groupe d'holonomie est continu, sauf s'il existe dans l'espace de Riemann des cycles ne pouvant pas, par déformation continue, se réduire à un point. Un espace de Riemann localement euclidien,

⁽¹⁾Le livre [283].

⁽²⁾Si le contre-exemple « Cartan » au « fait » énoncé par Hardy a déjà été noté par de Rham en 1975 dans [338, p. 11] (un article que je vais beaucoup utiliser pour ce chapitre)...

Eh bien, je ne connais pas d'exception plus éclatante à cette règle que les travaux d'Élie Cartan dont je dois parler maintenant.

... c'est Sigurdur Helgason qui a attiré mon attention sur le fait que Hardy aurait dû connaître les travaux de Cartan.

⁽³⁾Je renvoie les lecteurs et lectrices intéressés à l'article [252] de Renaud Chorlay.

⁽⁴⁾C'est-à-dire [127].

mais n'ayant pas, au point de vue de l'*Analysis situs*, la même connexion que l'espace euclidien, admet un groupe d'holonomie discontinu (proprement ou improprement).

Ce fascicule est paru en 1925. Les « Leçons sur la géométrie des espaces de Riemann », parues en 1928, sont issues d'un cours donné aussitôt après le *Mémorial*, au premier semestre 1925–26, à la Sorbonne. Dans ce livre, on trouve un théorème global :

Tout espace de Riemann normal, simplement connexe, à courbure riemannienne négative ou nulle, est homéomorphe à l'espace euclidien⁽⁵⁾.

XX Cartan-Hadamard ici

En toute modestie et en toute tranquillité, Cartan s'était mis à étudier l'analysis situs. Il l'avait dit à Weil au cours des années 1920⁽⁶⁾. Cette expression (on dirait aujourd'hui topologie, à l'époque on disait déjà aussi topologie combinatoire, voire topologie algébrique) renvoie bien sûr à un célèbre et ancien article de Poincaré⁽⁷⁾. Dans les deux cas, comme le remarque de Rham, le seul invariant topologique global qui intervient est les groupe fondamental. Évidemment, on connaissait le groupe fondamental à cette époque, mais de façon moins intime qu'aujourd'hui. Par exemple, dans la citation de Cartan, la phrase contournée « n'ayant pas, du point de vue de la connexion, la même connexité que l'espace euclidien » doit se lire « n'ayant pas le même groupe fondamental que l'espace euclidien » ou « n'étant pas simplement connexe ».

Mais Cartan apprenait, il se documentait. Il en parla avec Lebesgue vers 1923 — Lebesgue donnait un cours sur l'analysis situs au Collège de France :

Vous m'avez parlé, il y a quelque deux ans, du plan projectif complexe et vous m'avez demandé ce que c'est au point de vue de l'Analysis situs.

lui écrivit Lebesgue le 19 octobre 1925 (employant cet « au point de vue de l'Analysis situs » que nous avons noté page 93) dans une lettre où il lui donna une décrivit une décomposition un peu compliquée du plan projectif complexe à partir de laquelle il lui indiqua ses nombres de Betti⁽⁸⁾.

En 1925, les nombres de Betti de l'espace projectif complexe ne se trouvaient ni dans tous les livres, ni *a fortiori* dans les biberons que buvaient les étudiants. Sauf erreur de notre part, le premier à publier un article où ces nombres de

⁽⁵⁾Dans [158, p. 261]. « Normal » serait aujourd'hui « complet ».

⁽⁶⁾À une date pas vraiment précisée, voir ici page 230 et [364] ou [16, Lettre du 15 juin 1984].

⁽⁷⁾Paru en 1895, alors que Cartan était déjà un mathématicien, jeune mais confirmé, c'est [331].

⁽⁸⁾Voir l'article [18].

Betti étaient calculés fut Bartel Leendert van der Waerden en 1929⁽⁹⁾. Pour Élie Cartan, $\mathbf{P}^2(\mathbf{C})$, $\mathbf{P}^n(\mathbf{C})$ étaient aussi, et peut-être surtout, des espaces symétriques. Moins de dix ans après sa question à Lebesgue, au Congrès de Zurich, il devait faire un point brillant sur la question.

En réalité, comme souvent dans le cas d'Élie Cartan, c'est par les groupes que les choses avancèrent. Ce qui aida à déclencher le passage aux questions globales fut des travaux de Hermann Weyl sur les représentations des groupes de Lie en 1924⁽¹⁰⁾. Hermann Weyl lui-même avait été mené là en cherchant à comprendre et à compléter les travaux d'Élie Cartan sur les représentations linéaires des groupes simples et semi-simples.

Retour aux groupes

La forme « de Killing » et sa non dégénérescence avaient joué un rôle essentiel dans les théorèmes de classification de la thèse d'Élie Cartan (voir le chapitre 2). La possibilité, pour un groupe réel, de pouvoir supposer cette forme réelle et définie (voir XX) avait été très utile dans les travaux réels qui l'avaient suivie. Cette forme quadratique est, par définition, invariante par la représentation adjointe.

Si une représentation linéaire laisse invariante une forme définie positive (hermitienne dans le cas complexe), dès qu'elle a un sous-espace invariant, son orthogonal est aussi invariant et la représentation se décompose. Hermann Weyl a démontré que toute représentation linéaire d'un groupe compact laisse une telle forme définie positive invariante (c'est un désormais classique procédé de moyenne, qui remontait d'ailleurs à Hurwitz : on choisit une forme définie positive arbitraire et on fait la moyenne, sur le groupe, des formes transformées par les éléments du groupe).

Considérons donc un groupe semi-simple. Par Cartan, on sait qu'il admet une forme réelle dont la représentation adjointe laisse une forme définie positive invariante. On en déduit que le groupe adjoint⁽¹¹⁾ est compact. Weyl montre que le groupe lui-même, qui est un revêtement de ce groupe adjoint, a un groupe fondamental fini. Donc il est compact lui aussi, et donc on peut

⁽⁹⁾Dans l'article [355]. Les non spécialistes ont peut-être entendu parler de van der Waerden comme de l'auteur de la *Moderne Algebra* [356, 357], fondée sur les cours d'Emmy Noether et d'Emil Artin. Il était surtout un géomètre algébriste, et les géomètres algébristes ne pouvaient plus se passer de savoir comment était fait l'espace dans lequel vivaient les objets de leurs études.

⁽¹⁰⁾L'article [370], qui serait suivi les années suivantes de [371] et [372].

⁽¹¹⁾C'est le groupe des automorphismes intérieurs du groupe considéré.

appliquer la méthode de Weyl (et Hurwitz) et en déduire que toutes ses représentations linéaires sont irréductibles.

Dès qu'il avait eu connaissance des travaux de Weyl, Cartan s'était mis au travail sur ces questions, ce qui donna une série d'articles⁽¹²⁾, contenant en particulier une nouvelle démonstration du théorème de Hermann Weyl. Mais il devait faire beaucoup mieux.

Un résumé, une synthèse, de tous ses résultats se trouve dans le deuxième fascicule du *Mémorial*⁽¹³⁾. Celui-là fut publié en 1930 mais, d'après Georges de Rham, il était écrit au moins deux ans auparavant⁽¹⁴⁾. Élie Cartan y démontre un certain nombre de théorèmes de nature globale, ou, pour utiliser sa propre terminologie, « intégrale ». Il dit en effet, dès l'introduction :

Dans tous ces travaux qui, à part ceux relativement récents de H. Weyl et O. Schreier, sont restés isolés, les groupes finis et continus sont étudiés dans leur domaine entier d'existence et non pas seulement, avec S. Lie, au voisinage de la transformation identique : ce sont des études « intégrales » et non « locales ». Le but de ce fascicule est de passer en revue, en se plaçant au point de vue « intégral », un certain nombre de problèmes fondamentaux que pose la théorie des groupes [...]

Le mot « intégral » (entre guillemets) opposé au mot « local » fait référence à l'adjectif « entier » dans « domaine entier d'existence », il est donc aussi bon que et strictement équivalent au mot « global » que nous utilisons aujourd'hui⁽¹⁵⁾.

Détaillons rapidement ces résultats globaux.

- la structure des groupes de Lie de dimension 1 et de dimension 2
- l'existence, pour des constantes de structure satisfaisant aux conditions de compatibilité, d'un (unique) groupe de Lie (simplement connexe) dont ces constantes sont celles de l'algèbre de Lie (ce qu'on appelle « réciproque au troisième théorème de Lie »)

⁽¹²⁾[125] XX

⁽¹³⁾C'est [172], dont le titre « La théorie des groupes finis et continus et l'analysis situs » est particulièrement explicite.

⁽¹⁴⁾Il est un peu étonnant qu'un historien ayant étudié les apports respectifs de Weyl, Cartan, Frobenius et Hurwitz puisse croire que ce « Mémorial », pourtant publié avec sa date dans les Œuvres complètes de Cartan, date du début des années 1950 [263]. Oui, ce texte a été republié après la mort d'Élie Cartan. Mais il est bien paru en 1930.

⁽¹⁵⁾La notion a émergé, comme disent les historiens.

- un sous-groupe fermé d'un groupe de Lie est un groupe de Lie (en particulier un groupe topologique qui admet une représentation linéaire est un groupe de Lie⁽¹⁶⁾)
- un groupe de Lie simplement connexe est homéomorphe au produit d'un sous-groupe compact (maximal) et d'un espace euclidien.

Mais ce n'est pas tout. Ce fascicule contient les définitions précises d'une variété, d'un groupe abstrait et d'un espace homogène (non, la définition d'un groupe abstrait n'est pas apparue pour la première fois dans la *Moderne Algebra* de van der Waerden). Et ce n'est pas encore tout. Après la simple connexité et le groupe fondamental, il faut bien passer à la connexité d'ordre supérieur. Le π_1 est fini (Weyl), certes, mais... le π_2 est toujours nul, démontre Cartan, donc les deux premiers nombres de Betti sont nuls. Mais jamais le troisième, démontre-t-il encore. En réalité, ces deux derniers résultats se trouvaient déjà dans la note qu'il avait passée, en 1928 et qui va nous occuper encore dans ce chapitre.

Des formes différentielles en 1920...

Revenons encore une fois un peu en arrière, aux « Leçons sur les invariants intégraux », un cours donné par Élie Cartan en 1920–21 et publié en 1922⁽¹⁷⁾. Ce livre contient deux chapitres (les chapitres VI et VII) consacrés à ce que Cartan décide (dans la préface, page ix), d'appeler des formes différentielles extérieures (et que nous appelons toujours des « formes différentielles »). Outre le produit extérieur (de Grassmann), Cartan définit la différentielle extérieure, qu'il appelle dérivée extérieure (il note ω' la dérivée de ω). Il démontre « un théorème important » :

La dérivée de la dérivée Ω' d'une forme différentielle extérieure quelconque Ω est identiquement nulle.

La démonstration qu'il en donne est surprenante⁽¹⁸⁾ et montre que la façon dont les formes se transformaient par changement de variables lui était bien familière : soit $a dx_1 \wedge \cdots \wedge dx_p$ un des termes de Ω . Si a ne dépend que de $x_1, \dots, x_p$, alors le terme correspondant est déjà nul dans Ω' , n'en parlons

⁽¹⁶⁾Ce cas particulier (un sous-groupe fermé du groupe linéaire est un groupe de Lie) venait d'être démontré par von Neumann [324].

⁽¹⁷⁾Comme [110].

⁽¹⁸⁾On s'attend plutôt à le voir utiliser

$$\frac{\partial^2 a}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 a}{\partial y \partial x}.$$

plus. Sinon, a est indépendant de $x_1, \dots, x_p$ et on peut supposer que $a = x_{p+1}$. Ensuite $(dx_{p+1} \wedge dx_1 \wedge \dots \wedge dx_p)' = 0$.

Voici la suite :

Ce théorème admet une réciproque, à savoir :

Si la dérivée d'une forme différentielle Ω est nulle, la forme Ω peut être regardée comme la dérivée d'une forme Π dont le degré est inférieur d'une unité à celui de Ω .

Il y a n variables et la démonstration se fait par récurrence sur n , en utilisant la restriction à l'hyperplan $x_n = 0$. Ce n'est pas dit explicitement, mais on est donc dans $\mathbf{R}^n$. J'ajouterai qu'on est là assez loin de la question local/global. C'est un théorème dans $\mathbf{R}^n$ (et pas, par exemple, dans un ouvert étoilé de $\mathbf{R}^n$). Pourtant, et ceci est toujours cité⁽¹⁹⁾, ce le sera donc à nouveau, Élie Cartan conclut son chapitre, après cette démonstration, par une remarque, que voici :

Remarque.— Si les coefficients de la forme Ω sont uniformes dans un certain domaine, la condition $\Omega' = 0$ n'est pas toujours suffisante pour assurer l'existence d'une forme Π *uniforme dans ce domaine* et dont Ω soit la dérivée extérieure. Considérons par exemple le domaine (fermé et sans frontières) à deux dimensions formé par les points d'une sphère Σ , et soit Ω une forme de degré 2 uniforme dans ce domaine (et à coefficients admettant des dérivées partielles du premier ordre continues). La dérivée Ω' est manifestement nulle. Néanmoins s'il existait une forme ω linéaire [c'est-à-dire de degré 1] dont la dérivée ω' fût égale à Ω , on aurait en intégrant deux fois $\int \omega$ le long d'un même grand cercle de la sphère dans deux sens différents,

$$\iint_{\Sigma} \Omega = 0,$$

l'intégrale étant étendue à toute la surface de la sphère. *L'équation précédente⁽²⁰⁾ donne une condition supplémentaire pour que Ω puisse être regardée comme dérivée exacte d'une forme ω uniforme sur toute la sphère.*

Ceci me semble appeler davantage de commentaires que ceux que l'on lit d'ordinaire à la suite de cette citation. Passons sur le fait que le théorème que l'on vient de démontrer (sans en préciser les hypothèses) n'est pas toujours vrai. Mais ne passons pas sur le fait qu'une contrainte topologique en est la cause. Mais pourquoi donc Cartan prend-il la sphère de dimension 2 comme

⁽¹⁹⁾Par de Rham [338] en 1975, par Chorlay [252] en 2009.

⁽²⁰⁾Les conditions pour qu'une 2-forme Ω sur $\mathbf{R}^3$ soit « exacte » ($\Omega' = 0$) ou dérivée d'une 1-forme sont écrites juste avant.

exemple ? Le premier exemple de forme fermée non exacte est dz/z , non ? Sous l'un des noms

$$\frac{1}{i} \frac{dz}{z}, \quad d\theta, \quad \frac{x dy - y dx}{x^2 + y^2},$$

sur le complémentaire de 0 dans $\mathbf{C}$, le cercle S^1 , le complémentaire de 0 dans $\mathbf{R}^2$, et parce que

$$\int_{S^1} \frac{dz}{z} = 2i\pi, \quad \text{ou} \quad \int_0^{2\pi} d\theta = 2\pi,$$

une application bien élémentaire de la « formule de Stokes » (entre parenthèses, celle de la remarque de Cartan est bien contournée⁽²¹⁾)... et surtout une illustration du fait que l'espace sur lequel la forme est définie n'est pas simplement connexe : l'intégrale de dz/z n'est pas nulle, donc la forme n'est pas exacte *et* le complémentaire de 0 dans $\mathbf{C}$ n'est pas simplement connexe *et* le logarithme n'est pas une fonction uniforme⁽²²⁾ sur $\mathbf{C} - \{0\}$.

Le fait que Cartan ait choisi — ou n'ait pensé qu'à — l'exemple d'une 2-forme sur la sphère semble indiquer que à cette époque et pour Élie Cartan le rapport entre formes différentielles et topologie était loin d'être clair. Même le rapport avec le groupe fondamental. Pourtant, de Rham nous l'a rappelé : en fait d'analysis situs on ne connaissait à peu près que le groupe fondamental, et on était moins familier avec lui qu'aujourd'hui.

C'était en 1922.

... à la note de 1928...

En 1928, les choses avaient changé⁽²³⁾.

Comme la liste π_1, π_2, π_3 ci-dessus le laisse entendre, Cartan donc, a lu et parfaitement assimilé les travaux de Hermann Weyl. La nullité du deuxième nombre de Betti repose sur le fait que

⁽²¹⁾À quoi bon utiliser l'équateur ? L'intégrale de Ω sur la sphère serait celle de ω sur le bord et la sphère n'a pas de bord. Est-ce l'intégration sur l'ensemble vide qui a fait hésiter Cartan ?

⁽²²⁾Le fait qu'aucun avatar de dz/z n'apparaisse dans le livre est d'autant plus bizarre que le mot « uniforme » y est.

⁽²³⁾En 1945, dans [230, p. 43], c'est encore la sphère unité de $\mathbf{R}^3$ qu'Élie Cartan utilisa, ainsi qu'une forme différentielle de degré 2, comme exemple de cas où $\int \omega \neq 0$. Mais la rédaction est plus subtile... Voir XX

Toute variété fermée qui ne rencontre pas les variétés à $r - 3$ dimensions [r est la dimension du groupe] lieux des transformations singulières du groupe est réductible à un point par déformation continue⁽²⁴⁾.

Ce que Cartan avait démontré dans un gros article paru en 1927⁽²⁵⁾, utilisant les travaux de Weyl (le groupe de Weyl, les chambres de Weyl XX). Même si c'était nouveau et difficile, une démonstration de ce type n'était pas vraiment étonnante. C'est le troisième nombre de Betti qui réservait une surprise.

Élie Cartan n'avait peut-être pas pensé au cercle S^1 lorsqu'il a choisi l'exemple de forme fermée non exacte qui a fait l'objet de la remarque reproduite ci-dessus, mais il avait pensé à la sphère S^2 . Et il pensa à S^3 . Il a dit à de Rham qu'il avait « voulu montrer que la sphère est simplement connexe en partant du groupe »⁽²⁶⁾. Ce que nous pouvons interpréter ainsi : la sphère S^n est un espace homogène du groupe $\mathrm{SO}(n+1)$ (on a $S^n \cong \mathrm{SO}(n+1)/\mathrm{SO}(n)$), Étudier sa topologie à partir de celle⁽²⁷⁾ du groupe $\mathrm{SO}(n+1)$.

Il a pensé à la sphère S^3 , c'est-à-dire au groupe $\mathrm{SU}(2)$, avec son algèbre de Lie $\mathfrak{su}(2)$ et sa base XX et... sa forme différentielle de degré 3 définie par...

Maurer-Cartan XX

Et voilà, cette forme n'est pas exacte (grâce, toujours, à la formule de Stokes). Donc le troisième nombre de Betti de la sphère S^3 n'est pas nul... et d'ailleurs, celui d'aucun groupe de Lie semi-simple, puisqu'ils ont tous un sous groupe $\mathrm{SU}(2)$ sur lequel l'intégrale de la forme XX n'est pas nulle.

XX Il voulut bien accepter d'examiner mon travail et fut ensuite à la fois rapporteur et président du jury de ma thèse⁽²⁸⁾. Après qu'elle ait été publiée dans le Journal de mathématiques pures et appliquées⁽²⁹⁾, la soutenance eut lieu en juin 1931. [339, p. 25]

XX les lettres et les notes de Brauer.

⁽²⁴⁾ [155].

⁽²⁵⁾ [145].

⁽²⁶⁾ [338].

⁽²⁷⁾ Penser à la suite exacte d'homotopie de la fibration

$$\mathrm{SO}(n) \longrightarrow \mathrm{SO}(n+1) \longrightarrow S^n$$

serait anachronique, bien sûr... mais ce fut fait une douzaine d'années plus tard, par ces descendants mathématicques d'Élie Cartan que furent Ehresmann et Feldbau (voir page 271).

⁽²⁸⁾ Le jury de la thèse de Georges de Rham était constitué de Gaston Julia, Paul Montel et Élie Cartan. Deux lettres de de Rham à Cartan, datées des 22 et 23 septembre 1930, sont consacrées à la formation de ce jury. Lebesgue, qui n'était pas professeur à la Sorbonne mais au Collège de France, ne pouvait pas en faire partie. C'est à lui que de Rham dédia sa thèse.

⁽²⁹⁾ C'est l'article [337].

CHAPITRE 13

LA CARRIÈRE ET LA RECONNAISSANCE, L'ACADÉMIE DES SCIENCES

La carrière d'Élie Cartan s'est déroulée avec lenteur. Ceci fut souligné, par exemple, par Charles Maurain lors du jubilé de 1939⁽¹⁾ :

Mis très jeune en évidence par d'importants travaux, tu as gravi lentement les échelons universitaires, te donnant tout entier, avec simplicité, avec sérénité, en même temps qu'à tes travaux, aux devoirs qui se présentaient à toi, restant dix ans maître de conférences, puis six ans professeur, dans les Universités régionales, nommé seulement après la quarantaine à Paris, où bientôt enfin une chaire te fut attribuée.

En effet, Élie Cartan a été agrégé-répétiteur à l'École normale supérieure de 1892 à 1894, puis maître de conférences « dans les Universités régionales » (Montpellier, Lyon, Nancy), n'a été nommé professeur à Nancy qu'en 1909, juste avant d'être nommé maître de conférences à Paris, à l'âge de quarante ans. À la Sorbonne, il a été recruté sur le poste qu'occupait Jacques Hadamard, devenu professeur au Collège de France à la mort de Maurice Lévy (qu'il suppléait déjà depuis plusieurs années). C'est en 1912 qu'il obtint un poste de professeur et la chaire de calcul différentiel et intégral. Il occupa ensuite la chaire de mécanique rationnelle (de 1920 à 1924) et enfin, en 1924 (après la mort de Claude Guichard), celle de géométrie supérieure.

Nous l'avons dit au chapitre 4, sa nomination comme professeur à la Sorbonne s'est accompagnée d'autres signes de reconnaissance scientifique, comme sa présence dans les comités de rédaction. Il n'en reste pas moins que les travaux « importants » de sa jeunesse, que nous avons déjà évoqués dans les chapitres XX, n'ont guère été récompensés. C'est seulement à partir de 1920 que la reconnaissance scientifique commença à se montrer en France.

⁽¹⁾[217].

Par exemple, trois prix de l'Académie des sciences ont récompensé ses travaux, mais très, très tard. Le premier lui a été décerné en 1920, le deuxième en 1923 et le troisième en 1930. À ce moment-là, il était déjà membre associé des Académies des sciences polonaise et norvégienne et de l'Académie nationale des Lincei à Rome⁽²⁾.

Les années 1900

Il est assez clair que l'importance des travaux d'Élie Cartan n'a pas été comprise par ses contemporains français du début du XX^e siècle. Un exemple frappant est donné par Henri Lebesgue. Lebesgue avait six ans de moins que Cartan, il a passé sa thèse en 1902, à l'âge de 27 ans (contre 25 pour Cartan) et, dans les années 1900, il cherchait à obtenir un poste à Paris. Dans sa correspondance avec Borel, que nous avons déjà mentionnée au chapitre 8, il commentait les mouvements, spéculait sur le jeu de chaises musicales auquel se livraient les mathématiciens. Très franc et direct, assez emporté aussi, Lebesgue disait crûment ce qu'il pensait. Il était déjà fâché avec Baire, le serait bientôt avec Borel... Voici quelques extraits de ces lettres⁽³⁾, au moment où Élie Cartan est recruté comme maître de conférences à la Sorbonne (Lebesgue est à Rennes) :

[11 décembre 1908] Je connais peu, moi aussi, les travaux de Cartan, mais ils me semblent de bons travaux sans originalité et c'est pourquoi si, au lieu d'être candidat, j'avais à choisir, je choiserais Drach.

[février 1909] J'ai appris que Cartan avait ou aurait l'unanimité, Painlevé m'a dit qu'il avait hésité entre Cartan et moi et qu'il était décidé pour Cartan à cause de l'utilité incontestable des travaux qu'il a publiés.

[vers le 27 avril 1909] Je ne crois en vouloir à personne du choix fait, à Cartan moins qu'à tout autre. J'ai, bien qu'incompétent, beaucoup d'estime pour les travaux de Cartan que j'estime solides, bien faits, difficiles et utiles, tout au plus je lui reproche de ne pas avoir donné à leur auteur occasion de faire preuve de qualité d'invention, ce qui ne prouve pas qu'il soit incapable de création véritable. Je dois dire qu'une note de Cartan sur les aires et surtout la justification incomplète et un tant soit peu jésuitique qui l'a suivie m'a fâcheusement

⁽²⁾ Depuis le 24 février 1927, mais Ugo Amaldi avait informé Cartan dès le 4 juin 1926 qu'il serait nommé membre associé étranger des *Lincei*. Voir [322, p. 147].

⁽³⁾ Voir [306, 307].

impressionné, mais il s'agit là d'une peccadille vénielle⁽⁴⁾. Je ferais volontiers un parallèle Cartan-Goursat et j'estime que Goursat n'est pas déplacé où il est.

En somme je ne connais rien que du sympathique sur Cartan ; il ne doit son avancement qu'à son mérite et même sa titularisation fut injustement tardive et retardée encore par un transfert de Lacour à Rennes.

Certes j'estime mes travaux plus que les siens, mais je me rends compte que des juges vraiment compétents aient pu hésiter et surtout ayant à tenir compte de l'âge et de l'ancienneté.

[11 janvier 1910] j'avoue cependant avoir été assez épaté hier de constater que l'estime qu'on pouvait avoir pour moi devait être bien médiocre puisqu'on m'avait unanimement préféré Cartan et que cependant on avait préféré laisser le prix Petit d'Ormoy non attribué plutôt que de le donner à Cartan⁽⁵⁾.

Tous les mathématiciens professionnels auront reconnu une de leurs habituelles « flèches du Parthe ». Pour les autres, je la signale : « lui, Cartan, passe à l'ancienneté »⁽⁶⁾. Il est probable que le parallèle avec Goursat devait sembler aussi péjoratif qu'aujourd'hui, mais pour des raisons légèrement différentes : Goursat avait fait sa réputation scientifique en démontrant un théorème de Schwarz, le théorème de Cauchy, etc. C'est le reproche de manque d'originalité qu'on pouvait lui faire. Ceux qui étendaient ce reproche à Cartan étaient ceux qui ne connaissaient vraiment pas ses travaux. L'intérêt de Lebesgue pour l'analysis situs dans les années 1920 et les travaux extrêmement originaux de Cartan l'avaient certainement fait changer d'avis. Après tout, de Rham était « son » élève. Voir [18].

Ajoutons que, comme nous l'avons déjà signalé, malgré le tempérament un peu difficile de Lebesgue, il ne se brouilla jamais avec Cartan — ceci est à mettre au crédit de la douceur de ce dernier.

⁽⁴⁾Il est question d'une note [66] de Cartan, dans laquelle il montrait que la définition de l'aire d'une portion de surface courbe comme limite de l'aire d'une surface polyédrale à faces triangulaires inscrite dans cette surface courbe soulevait quelques difficultés, et d'un très bref complément [67] dans lequel Cartan signalait que ceci avait déjà été indiqué par Schwarz à Hermite en 1882. C'était en effet une peccadille. Sauf que... non seulement Lebesgue n'était pas cité dans [66] mais, pire, Baire, qui ne citait pas non plus Lebesgue, l'était.

⁽⁵⁾Pour rassurer les lecteurs : Lebesgue obtint un poste de maître de conférences à Paris en 1910, il y fut professeur de 1919 à 1921, avant d'être nommé au Collège de France. Et il deviendra académicien des sciences neuf ans avant Cartan.

⁽⁶⁾Nous verrons que, plus tard, plus âgé, mieux reconnu, Lebesgue envisagera la question de l'ancienneté avec moins de rigidité.

La reconnaissance internationale

Élie Cartan l'écrivit à plusieurs reprises à Ugo Amaldi, celui-ci fut le premier à reconnaître l'importance de son travail, c'était en 1912 :

Je n'ai jamais oublié le réconfort que m'a valu la première lettre que vous m'avez écrite : c'était si je ne me trompe en 1912 ; je partais en vacances et c'est dans le train que je l'ai lue : elle m'a révélé que mon travail n'était pas passé complètement inaperçu ; s'il a eu plus tard des prolongements qui ont attiré l'attention des mathématiciens, vous êtes bien le premier à les avoir signalés à l'avance ; comment ne vous en serais-je reconnaissant ?

Le rôle de Cartan dans les travaux de Hermann Weyl (voir le chapitre 11) et la diffusion par Weyl des idées de Cartan ont joué leur rôle.

XX la lettre de Hawkins à vdW

Préliminaires : l'Académie des sciences en 1930

Avant de continuer à avancer dans ce chapitre, qui verra Élie Cartan recevoir des prix de et se faire élire à l'Académie des sciences, je ferai quelques remarques sur cette l'importance de cette institution, qui pourra surprendre certains lecteurs d'aujourd'hui. Il y a deux raisons principales à cette importance. Commençons par la plus contingente. L'Académie des sciences conserve ses archives avec soin et systématisme⁽⁷⁾. Les sources d'information s'y trouvant et la concernant sont donc nombreuses. Et chacun sait que les sources fiables sont utiles.

Une raison plus avouable est l'importance du rôle scientifique que jouait encore, à l'époque qui nous intéresse, cette institution. Ce rôle s'exerçait de plusieurs façons :

- Les *Comptes rendus* (une publication très rapide, une diffusion efficace) étaient, à la fois une source d'information (on apprend ce que les autres font) et un moyen de validation des résultats scientifiques très utilisé.
- Les prix décernés par cette académie jouaient aussi leur rôle dans la validation des travaux et la carrière des récipiendaires (sans parler des aspects financiers).
- Il est même arrivé que l'intitulé d'un prix fasse redémarrer les recherches sur tel ou tel sujet⁽⁸⁾.

⁽⁷⁾Sur l'histoire de ces archives et notamment le rôle de Pierre Gauja, voir [37].

⁽⁸⁾Ce fut le cas pour l'itération des fractions rationnelles en 1918. Voir [12].

– Ici, il faut souligner le fait que les scientifiques étaient proches des académiciens, parce qu'ils transmettaient leurs notes, bien sûr, mais aussi parce que la proportion d'académiciens parmi les chercheurs était assez importante⁽⁹⁾.

Les prix décernés à Élie Cartan

– En 1920, âgé de cinquante et un ans, Élie Cartan a été lauréat du prix Poncelet « pour l'ensemble de ses travaux ».

– Trois ans plus tard, en 1923, il a reçu le prix Petit d'Ormoy, « pour l'ensemble de son œuvre mathématique ».

– En 1930, c'est le prix Le Conte qui lui fut attribué. Cette fois, l'Académie des sciences se fendit d'un texte un peu plus détaillé (le rapporteur était Émile Picard) :

On doit à M. Élie Cartan un bel ensemble de travaux sur les groupes infinis, la géométrie différentielle et ses invariants intégraux, avec de nombreuses applications de la notion d'espace, à la Mécanique et à la Physique mathématique. Dans toute son œuvre M. Cartan a fait preuve d'un remarquable talent d'analyste, en même temps que d'un sens géométrique d'une grande finesse et d'une rare pénétration⁽¹⁰⁾, qui lui a permis en particulier de voir sous un jour nouveau les points fondamentaux de la théorie de la Relativité.

⁽⁹⁾ À cet égard, la comparaison de la liste des membres de la Société mathématique de France au 15 janvier 1930 avec la liste des membres de l'Académie des sciences est assez instructive. La Société compte environ 400 membres. Parmi ceux-ci, environ 80 sont des mathématiciens français professionnels (enseignant dans des universités françaises). Les membres de l'Académie des sciences qui sont membres de la SMF sont Paul Appell, Émile Borel, Marcel Brillouin, Maurice de Broglie, Jules Drach, Ernest Esclangon, Édouard Goursat, Jacques Hadamard, Gabriel Koenigs, Henri Lebesgue, Augustin Mesnager, Maurice d'Ocagne, Paul Painlevé, Georges Perrier, Émile Picard, soit 15/80. Il ne s'agissait certes pas d'une petite élite se cooptant dans une confrérie sans pouvoir...

⁽¹⁰⁾ Cette appréciation vient en droite ligne d'un rapport de Borel cité page 149. La conservation de ses archives par l'Académie des sciences permettait aussi de trouver un rapport déjà prononcé et de s'en inspirer. Voir aussi la note 12.

Les candidatures

Ces prix et leurs dates correspondent à peu près aux moments où ses candidatures à la section de géométrie ont rappelé aux académiciens l'existence d'Élie Cartan.

Prendre date, 1919. L'histoire de ces candidatures commence en 1919. Il fallait remplacer, dans la section de géométrie, Émile Picard, qui avait été élu Secrétaire perpétuel. Le 12 mai, la section présenta au Comité secret sa liste de candidats :

En première ligne, Émile Borel

En deuxième ligne, Édouard Goursat

En troisième ligne, ex aequo, par ordre alphabétique, Élie Cartan, Jules Drach, Henri Lebesgue, Ernest Vessiot.

Les titres de ces candidats furent discutés, ce qui veut dire que l'on prononça des rapports. C'est Georges Humbert qui rapporta sur les travaux de Cartan. L'Académie ajouta Claude Guichard (qui était membre correspondant) à la liste. La semaine suivante eut lieu l'élection. Il y avait 52 votants, dont seulement 23 votèrent pour Borel, ce qui fait que Goursat fut élu. Ainsi l'Académie renversait le classement proposé par la section.

Goursat et Borel avaient déjà été candidats lors d'élections précédentes. Dans le cas de Cartan, il s'agissait simplement de prendre date. Le long (douze pages manuscrites) rapport que Georges Humbert consacra à cette candidature se terminait d'ailleurs par :

En résumé, les travaux de M. Cartan concernent les parties les plus abstraites et les plus générales de la Science mathématique. Ils portent la marque d'un esprit vigoureux, original et profond : grâce à M. Cartan, la théorie des Groupes finis a été rigoureusement établie sur bien des points où l'on ne possédait que des énoncés sans démonstration, sur d'autres, non moins importants, elle a réalisé des progrès remarquables, grâce encore à M. Cartan, la théorie des groupes infinis a été, on peut le dire, fondée, et, dans ce domaine, son œuvre correspond à ce qu'a été, dans le domaine fini, l'œuvre de Lie, de Killing, et de Cartan lui-même. Les recherches sur les systèmes de nombres complexes et sur les équations aux dérivées partielles ont également une importance considérable. C'est pourquoi la section de géométrie a inscrit M. Cartan sur sa liste de présentation, le classant ex-aequo, en troisième ligne, avec les candidats qui n'y avaient pas encore figuré.

Élection de Borel, 1921. La deuxième élection eut lieu le 11 avril 1921, on remplaçait Georges Humbert, qui était mort entre temps. On proposa, le 4 avril :

En première ligne, Émile Borel,
 En deuxième ligne, Henri Lebesgue,
 En troisième ligne, ex aequo, par ordre alphabétique, Élie Cartan, Jules Drach, Claude Guichard, Ernest Vessiot.

Il semble assez clair, compte tenu de ce qui s'était passé lors de l'élection précédente, que l'Académie voulait élire Borel, et ce fut ce qui se passa. Il n'y eut pas de rapport complémentaire sur les œuvres d'Élie Cartan.

Élection de Lebesgue, 1922. Le 29 mai 1922, c'est Camille Jordan, mort le 22 janvier, qu'il fallait remplacer. La réunion de la semaine précédente avait proposé :

En première ligne, Henri Lebesgue⁽¹¹⁾,
 En deuxième ligne, ex aequo, par ordre alphabétique, Élie Cartan, Jules Drach,
 En troisième ligne, ex aequo, par ordre alphabétique, Claude Guichard, Ernest Vessiot.

Les candidatures ne se renouvelaient pas beaucoup. La liste d'attente était bien établie. C'est Borel qui prit le rapport de Humbert et l'actualisa pour l'élection du 29 mai 1922. En mai 1922, les lecteurs du chapitre 7 comprendront que l'importance des travaux de Cartan liés à la théorie de la relativité ne pouvait manquer d'être soulignée. C'est à ce thème que Borel consacra les quatre pages de son « rapport complémentaire ».

Mais il me paraît nécessaire de dire quelques mots de travaux récents dans lesquels les qualités profondes d'analyste de M. Cartan et surtout son sens géométrique fin⁽¹²⁾ et pénétrant se sont manifestés plus brillamment encore que dans ses travaux antérieurs.

Il présenta ensuite ce que nous avons vu dans le chapitre 7, du moins ce que Cartan en avait fait avant mai 1922. Citons notamment :

M. Cartan a appliqué les méthodes géométriques de M. Darboux à des problèmes qui n'avaient été abordés que par des méthodes analytiques formelles, il a ainsi étudié le système complet des invariants

⁽¹¹⁾ On trouvera des commentaires de Lebesgue sur cette élection et la précédente dans la lettre page 162.

⁽¹²⁾ Ainsi que l'ont certainement remarqué la plupart des lectrices mathématiciennes ayant participé à des commissions d'évaluation, dans le jargon des rapports, l'analyse est toujours « profonde » et la géométrie « fine ». Il est touchant de constater que c'était déjà le cas en 1919. Un bel exemple de tradition orale un peu inconsciente.

d'une forme différentielle quadratique⁽¹³⁾ à quatre variables. Cette étude ne l'a pas seulement conduit à une interprétation géométrique élégante du tenseur fondamental à quatre dimensions de la théorie d'Einstein, interprétation qui éclaire bien des côtés de cette théorie difficile ; la méthode géométrique suivie par M. Cartan l'a mis sur la voie d'une généralisation qui avait échappé aux nombreux mathématiciens qui s'étaient occupés de ces questions d'un point de vue purement analytique. Il arrive ainsi à attacher à un même ds^2 une courbure nouvelle à laquelle il donne le nom de courbure de translation, ou de *torsion* par opposition à la courbure ordinaire des espaces de Riemann.

Il parla d'« invariants intégraux », puis il dissocia Cartan d'Einstein :

Il n'est pas inutile d'observer que tous ces travaux de M. Cartan, bien qu'en liaison étroite avec la théorie d'Einstein, conserveraient toute leur valeur mathématique, même dans le cas où les bases expérimentales de cette théorie viendraient à faire défaut ; la précision et l'élégance géométrique des résultats assureront à ces recherches une place importante dans toute exposition des théories classiques des formes quadratiques et différentielles et des invariants intégraux. Je m'en tiendrai à cette conclusion, ne voulant pas anticiper sur les espoirs que donnent à ceux qui les ont suivis de près les derniers travaux de M. Cartan, encore en voie de publication et d'évaluation ; le moins qu'on puisse dire est qu'il a trouvé un magnifique domaine d'applications pour des méthodes géométrico-analytiques qu'il possédait à fond et où son apport personnel avait été important. Ses grandes qualités d'analyste et de géomètre sont ainsi mises en lumière aux yeux de tous, alors que, dans les travaux antérieurs, elles n'apparaissaient qu'aux lecteurs disposés à les suivre dans des régions que certains étaient tentés de trouver bien éloignées des chemins habituels. Une fois de plus, on constate que c'est en suivant le développement logique de sa pensée, sans se soucier des applications, que le mathématicien se prépare le mieux à toutes ces applications lorsqu'elles se présentent.

Mais c'était le tour de Lebesgue, alors Borel proposa de placer Cartan en seconde ligne. La semaine suivante eut lieu le vote. Il y avait 54 votants, Lebesgue obtint 44 voix, Vessiot 5, Drach 3 et Cartan 2.

Parenthèse : élection de Jules Drach à la section de mécanique, le 10 juin 1929. Avant de poser sa candidature au fauteuil laissé libre dans la

⁽¹³⁾ C'est la métrique, le « ds^2 ». Note de M.A.

section de mécanique par la mort de Joseph Boussinesq, Jules Drach écrivit à Élie Cartan pour lui demander s'il allait continuer à être candidat dans la section de géométrie ou s'il souhaitait envoyer sa candidature sur la place libre en mécanique. Il commenta :

éviter les compétitions trop vives entre mathématiciens me paraît souhaitable⁽¹⁴⁾.

Cartan lui laissa la place et il fut élu sans trop de difficulté le 10 juin 1929.

Ceci évoque un commentaire que fit un des correspondants de Cartan, Zarembo,

Il y a longtemps que vous auriez dû être nommé membre de l'Académie et c'est certainement à cause de votre attitude pleine de dignité et de réserve que votre élection n'aura lieu que maintenant⁽¹⁵⁾.

9 mars 1931 : élection d'Élie Cartan. Élie Cartan fut élu lors de l'élection suivante, le 9 mars 1931. On remplaçait Paul Appell. Élie Cartan s'était plié à la coutume des visites, comme il l'écrivit à Ugo Amaldi le 5 janvier 1931 :

Pour moi je me prépare à faire des visites en vue de l'élection à l'Académie des Sciences en remplacement de Paul Appell [1855-1930] : je n'ai pas eu besoin de cela pour être nommé aux Lincei ! J'ai fait une nouvelle notice, dont je vous enverrai un exemplaire quand elle sera imprimée⁽¹⁶⁾.

Le comité secret se réunit le 2 mars et proposa :

En première ligne, Élie Cartan

En deuxième ligne, ex aequo, par ordre alphabétique, Arnaud Denjoy, Gaston Julia, Paul Montel, Ernest Vessiot.

La deuxième ligne s'était renouvelée : Claude Guichard était mort en 1924, nous avons vu qu'Élie Cartan avait été nommé sur la chaire de géométrie supérieure qu'il avait occupée.

C'était encore Borel qui rapportait sur Cartan. Le 9 mars, Élie Cartan fut donc élu par 51 voix sur 54 votants, ce que l'on appelle une élection de sénateur. Les deux fils Jean et Louis Cartan assistaient à la séance et téléphonèrent le résultat à leurs parents :

Quand mes deux fils Jean et Louis qui étaient allés à la séance où se faisait l'élection, m'ont téléphoné le résultat, nous avons naturellement ma femme et moi été bien heureux. Ma pensée s'est portée vers ceux qui ne sont plus là et qui auraient été si fiers, et aussi

⁽¹⁴⁾Fonds Élie Cartan, archives de l'Académie des sciences.

⁽¹⁵⁾Lettre du 4 janvier 1931, fonds Élie Cartan, archives de l'Académie des sciences.

⁽¹⁶⁾[322, p. 217].

vers ceux qui, simplement éloignés par la distance, se réjouiraient sûrement avec nous de cette élection. Je sais très bien que personne plus que vous, mon cher ami ne s'associerait avec plus de cœur à cette joie. Je ne sais pas si les Académies servent à quelque chose, mais enfin pour la deuxième fois elles m'ont fourni l'occasion de me sentir en communion plus intime avec un ami lointain⁽¹⁷⁾ !

Goursat avait 61 ans lors de son élection, Borel 50, Lebesgue 47, Élie Cartan en avait 62. Les suivants, Gaston Julia et Paul Montel avaient respectivement 41 et 61 ans lors de leurs élections en 1934 et 1937. Il n'est donc pas faux de dire que Cartan était un « vieil académicien ».

Dans la presse parisienne...

Les journaux du lendemain annoncèrent que la journée du 9 mars 1931 avait été, à Paris, la journée la plus froide de l'hiver et que, si le temps sec se maintenait, la Seine vraiment très haute cesserait de monter. Le *Figaro*, qui rendait compte tous les mardis des séances de l'Académie des sciences, consacra deux paragraphes à l'élection d'Élie Cartan :

C'est un successeur digne de lui que l'Académie des sciences a donné hier au grand mathématicien Paul Appell en élisant à son fauteuil M. Élie Cartan au premier tour du scrutin et par 51 voix sur 54.

Ancien élève de l'École normale supérieure, [...] la chaire de géométrie supérieure, où il traite des propriétés différentielles des surfaces réglées.

En 1920, l'Académie des sciences lui avait décerné le prix Poncelet, « destiné à récompenser l'auteur, français ou étranger, du travail le plus utile pour le progrès des mathématiques pures ou appliquées ». L'année suivante, l'Académie polonaise des sciences de Cracovie l'éli-sait membre ordinaire.

M. Élie Cartan a écrit de nombreux et importants ouvrages sur les mathématiques, notamment ses *Leçons sur les invariants généraux* [sic], etc., puis, dès 1922, un livre [sic] intitulé *Sur les équations de la gravitation d'Eisntein*⁽¹⁸⁾ et, en 1925, *La géométrie des espaces de Riemann*.

Le *Petit Parisien* fut moins loquace mais annonça l'élection en première page, avec une photographie et le très court texte :

⁽¹⁷⁾ Lettre d'Élie Cartan à Ugo Amaldi, 31 mars 1931, [322, p. 219].

⁽¹⁸⁾ C'est l'article [101].

M. ÉLIE CARTAN ÉLU À L'ACADÉMIE DES SCIENCES

L'Académie des sciences a élu membre titulaire de sa section de géométrie M. Élie Cartan, professeur à la Faculté des sciences de Paris. Il succède à M. Paul Appell.

... dans la *Dépêche* de Toulouse (Adolphe Buhl)...

Le mercredi 11 mars, la *Dépêche* de Toulouse publia, elle, un authentique article, accompagné d'une photographie et bien documenté... à vrai dire pas écrit par n'importe qui⁽¹⁹⁾ :

DANS LES HYPERESPACES

Le fauteuil laissé vacant, à l'Insitut, par la disparition de Paul Appell, est occupé maintenant par M. Élie Cartan, élu, le 9 mars, par 51 voix sur 54. Pouvons-nous parler ici des immenses mérites du nouvel académicien qui, d'ailleurs, depuis de nombreuses années, professe, à la Sorbonne, dans la chaire de géométrie supérieure occupée jadis par Gaston Darboux. Il s'agit de mathématiques. Comment faire admirer celles-ci en dehors d'un petit cercle d'initiés ?

Nous allons cependant essayer. Nous sommes à une époque scientifique où tous les vrais penseurs peuvent s'unir à condition de voir les choses de haut. Tous les savants, tous les chercheurs, travaillent sur un même problème, celui de la Connaissance, et la Science s'accorde si bien avec les prédictions de la Philosophie qu'il n'y a pas de domaine scientifique, même mathématique, qui soit interdit au langage philosophique. Nous emploierons ce dernier.

M. Élie Cartan est universellement réputé pour ses travaux sur la théorie des groupes. Qu'est-ce qu'un groupe ? Les images simples abondent. Qu'un objet soit changé de position deux fois de suite. Ces deux mouvements peuvent être remplacés par un seul amenant directement l'objet de la position initiale à la position finale. Les géomètres expriment ce fait en disant que les déplacements forment un groupe. Cet exemple est évident et même fort banal. Mais sur toutes choses, nous pensons en groupes. Si la combinaison de deux pensées humaines, de quelque nature qu'elles soient, ne peut jamais nous donner qu'une pensée humains. Henri Poincaré disait, de ce

⁽¹⁹⁾ Si j'ai cherché les articles dans la presse parisienne (via le site Gallica de la Bibliothèque nationale de France) et trouvé ceux du *Figaro* et du *Petit Parisien*, j'ai trouvé cet article de la *Dépêche* conservé dans le dossier biographique d'Élie Cartan aux archives de l'Académie des sciences.

fait, que les groupes sont le fondement même de notre entendement. De toutes façons, ils jouent un rôle immense dans la constitution des géométries, notamment des diverses géométries générales dont la Physique moderne impose la considération. De ce côté, quelle évolution ! La géométrie classique d'Euclide conserve, bien entendu, sa beauté et ses harmonies ; mais, employée à l'étude de la Nature, elle ne peut donner qu'une Physique de première approximation.

Ainsi, au rayon lumineux, considéré longtemps comme une fidèle image de la droite euclidienne, on attribue maintenant une structure granulaire, donc discontinue. La gravitation de Newton, bien que déclarée universelle, n'agit jamais sur la longueur des mètres, des étalons de mesure, quels qu'ils soient. Dans l'Univers d'Einstein, les choses sont plus délicates. Tout mètre, tout étalon d'espace, tout étalon de temps (tel la durée d'une vibration lumineuse) obéissent si parfaitement au champ qui les contient que la connaissance de la géométrie de mesure, de la géométrie *métrique* du champ équivaut, en celui-ci, à la connaissance des phénomènes physiques et notamment des phénomènes gravitationnels. L'idée d'un mécanisme unigénéral, suffisamment perfectionné pour pouvoir supporter toute une Physique, est dû à Riemann et date de 1853. La Physique ne s'y superposa vraiment qu'en 1916, avec Einstein. Que de travaux ont engendré ces « espaces de Riemann ». Ici le nom de M. Élie Cartan brille encore d'un éclat incomparable. Le grand savant donna les « espaces de Cartan », beaucoup plus complets que les précédents.

Ces découvertes n'ont pas rencontré, dès le début, toutes les compréhensions nécessaires. On me demanda un jour, sur le ton de la plaisanterie, si, dans un espace de Riemann, les kilomètres comprenaient bien 1.000 mètres. La boutade avait son utilité. Elle montre nettement ce qu'il convient de préciser.

Dans l'espace dont il s'agit, les questions de dénombrement ne sont nullement modifiées. Le kilomètre comprend bien 1.000 mètres, mais — voilà la nuance — il ne peut être conçu comme résultant d'un *même* mètre multiplié par mille. Le mètre placé au bout d'un autre s'en déduit par une opération exactement définie mais plus générale que celle appelée « déplacement sans déformation » dans l'espace d'Euclide. Que de lumières, sur de tels points, nous devons à M. Élie Cartan.

D'ailleurs les incompréhensions cessent. Les récentes théories de M. Louis de Broglie, qui nous font passer de l'Univers astronomique

au microcosme intra-atomique, sont d'une mathématique par endroits plus étourdissante que celle de Riemann et d'Einstein. Cependant, elle ne soulèvent point d'oppositions notables. Revenons à la multiplication habituelle. Elle engendre des produits indépendants de l'ordre des facteurs. Cinq fois trois font trois fois cinq. C'est la propriété de commutativité. Quelle en est l'origine ?

À cet égard, il n'y a rien de plus probant que d'opérer avec des cailloux et de constater qu'avec cinq tas de trois cailloux on peut faire trois tas de cinq cailloux. Toute notre arithmétique courante en est là. Calcul signifie caillou. Mais est-ce seulement avec de tels concepts que nous pénétrerons les mystères des espaces célestes, où le corps solide analogue au caillou ne joue qu'un rôle infime, et les mystères, plus troublants encore, des profondeurs de l'atome, des corpuscules microcosmiques plus différents des cailloux que les astres ? Certainement non. Il ne faut pas s'étonner si la Science introduit, dans ces domaines, des opérations qui leur sont adéquates, des mesures à la Riemann et jusqu'à des multiplications non commutatives.

Où nous arrêterons-nous ainsi ? Nul ne peut le dire. Mais, ce qu'on peut affirmer, c'est que, jusqu'ici, la Théorie des groupes englobe toute cette analyse, qu'elle en a précédé les applications physiques comme l'œuvre abstraite de Riemann a précédé le génie réalisateur d'Einstein. M. Élie Cartan est le grand enchanteur français qui domine ces prodigieuses créations. En accueillant l'homme est l'œuvre, l'Institut de France vient de s'honorer de façon grandiose.

A. BUHL,

Professeur à la Faculté des Sciences de Toulouse

Cet article n'a évidemment pas été écrit du jour au lendemain. Adolphe Buhl, qui avait une immense gratitude envers Paul Appell⁽²⁰⁾ et qui entretenait une correspondance amicale et suivie avec Élie Cartan⁽²¹⁾, attendait cette élection avec impatience. En juin 1927, envoyant à Élie Cartan une note pour qu'il la transmette aux *Comptes rendus* via Picard, il commentait déjà :

et puis, « moralement », elle doit être présentée par vous.

Le 28 octobre 1930, parlant des funérailles de son mentor Paul Appell, il ajouta que ce serait pour lui « une consolation immense » de savoir que Cartan allait remplacer Appell à l'Institut. Il semble que la cause était, en effet, entendue, et Buhl se prépara à écrire un article pour la *Dépêche*, l'élection n'étant « qu'une formalité », comme il l'écrivit le 30 janvier 1931, demandant quand même

⁽²⁰⁾ Celui-ci l'avait soutenu et aidé dans les débuts de sa vie scientifique : Buhl avait commencé à apprendre les mathématiques tout seul sur le lit où la maladie le retenait.

⁽²¹⁾ Pour ce paragraphe, fonds Élie Cartan, archives de l'Académie des sciences.

qu'un des fils Cartan « ou Mademoiselle Hélène » lui télégraphie la nouvelle dès l'élection terminée. Le 26 février, l'article était prêt et, écrivit Buhl, le directeur de la *Dépêche* très heureux de le publier.

... et dans le monde

L'élection d'Élie Cartan à l'Académie des sciences fut annoncée dans le *Bulletin* de l'American mathematical society en mai 1931, un moyen grâce auquel beaucoup de savants étrangers l'apprirent. Ainsi par exemple Kerékjártó, qui mentionna la nouvelle dans une lettre du 11 juillet⁽²²⁾.

Comment la reconnaissance vint-elle à Cartan ?

La remarque de Lebesgue sur le prix Petit d'Ormoy de 1909, qui n'avait pas été attribué, alors qu'on venait de trouver Cartan assez bon pour le nommer maître de conférences à la Sorbonne, semble assez justifiée. En 1909, on recrutait Cartan sans que, par exemple, les membres de l'Académie des sciences soient très enthousiastes sur son travail. Nous l'avons dit, il y eut ensuite un rapport de Poincaré pour la promotion de Cartan comme professeur. Il faut maintenant l'ajouter, ce rapport, que Mittag-Leffler s'appropriait à publier dans *Acta mathematica* a été utilisé et même imité (des phrases entières de la conclusion y ont été littéralement copiées) par Georges Humbert lors de la candidature de Cartan à l'Académie des sciences en 1919. Clairement, en 1919, la section de géométrie était davantage convaincue de la valeur de l'œuvre d'Élie Cartan qu'elle ne l'était dix ans auparavant. On peut lire les dates qui précèdent dans l'ordre :

- 1919, rapport d'Humbert pour la candidature (copié en grande partie de Poincaré)
- 1920, prix Poncelet
- 1921, publication par *Acta math* du rapport de Poincaré
- 1922, rapport de Borel pour la candidature
- 1923, prix Petit d'Ormoy
- 1930, prix Le Conte
- 1931, élection après un nouveau rapport de Borel

⁽²²⁾Fonds Élie Cartan, archives de l'Académie des sciences.

Académicien. Dans leur paragraphe portant ce titre et le numéro 1.6, les auteurs de la biographie russe⁽²³⁾ écrivent : « Arès avoir été élu membre de l'Académie des sciences de Paris, Cartan resta un homme modeste. Il poursuivit ses recherches intensives. »

Bien sûr. Cartan continua à travailler, et il ne se vanta pas d'avoir été élu académicien. Par exemple, il avait, au printemps 1931, une correspondance suivie avec Enea Bortolotti, qu'il avait notamment parrainé à la Société mathématique de France en février et aidé ensuite à publier un article dans le *Bulletin* de cette société... et c'est le 15 juillet seulement que Bortolotti apprit (par ailleurs) que Cartan avait été élu à l'Académie des sciences. À l'inverse, citons une lettre qu'il écrivit à Vranceanu le 7 mars 1931⁽²⁴⁾ :

J'ai bien reçu votre lettre, je pense pouvoir présenter moi-même votre note, sinon après-demain, du moins le lundi 16.

Cartan recevait de nombreuses notes qu'il faisait présenter par Hadamard, Borel ou d'autres. Celle-là, il la présenterait lui-même, dit-il, pas après-demain, c'est-à-dire le 9, qui était le jour de l'élection... mais il la présenta en effet dès le 16 mars (et elle parut dans le fascicule du 23).

★

C'est le 29 mai 1931, peu de temps après son élection mais surtout peu de temps après son passage à Bucarest (voir page 209) que Cartan fut élu membre de l'Académie roumaine. Il fut choisi en 1932⁽²⁵⁾ comme membre du comité qui décerna les premières médailles Fields. Il fut ensuite élu à l'Académie royale des sciences d'Amsterdam en avril 1937, associé à l'Académie royale de Belgique en juin 1937, en 1949 membre associé étranger de la *National Academy of Sciences*.

Un épisode bien documenté : Lebesgue « attrape » Cartan

La vie académique, l'ambiance à l'Académie des sciences, les personnalités des protagonistes et en particulier celle d'Élie Cartan qui, avec sa « bienveillance infinie », est « la conscience même », tout cela est éclairé et démontré, de façon très vivante, par la lettre de Lebesgue qui occupe l'essentiel de cette partie. Le contexte est, fin 1933 début 1934, celui du remplacement de Paul Painlevé (mort le 29 octobre 1933) à l'Académie des sciences. C'était

⁽²³⁾ [4, p. 17].

⁽²⁴⁾ Elle est dans le livre [2].

⁽²⁵⁾ Lettre de Fueter du 27 septembre 1932, fonds Élie Cartan, archives de l'Académie des sciences.

la première élection dans la section de géométrie depuis que Cartan en était membre.

Les candidats proposés en deuxième ligne lors de l'élection précédente, celle de Cartan, donc, à savoir Arnaud Denjoy, Gaston Julia, Paul Montel et Ernest Vessiot, étaient toujours en course. Trois nouveaux candidats se déclarèrent, pour prendre date, Maurice Fréchet, René Garnier et Paul Lévy. Il semble que Vessiot⁽²⁶⁾ décida de tenter plutôt la section de mécanique, toujours est-il que son nom n'apparut pas lors de cette élection. Arnaud Denjoy, Gaston Julia et Paul Montel furent en effet les trois élus suivants à la section de géométrie. Pas dans cet ordre, qui est l'ordre alphabétique, ni dans l'ordre Montel, Denjoy Julia, qui aurait été l'ordre à l'ancienneté (ils étaient nés respectivement en 1876, 1884, 1893). Rapidement, il fut clair que le choix serait entre Montel et Julia, Denjoy s'étant mis en retrait.

Tous deux avaient travaillé sur les fonctions d'une variable complexe. Montel avait inventé et étudié les « familles normales », que Fatou et Julia avaient très largement utilisées pour leurs travaux sur l'itération des fractions rationnelles en 1917-1918. Le rôle des familles normales avait été reconnu par tous à l'époque, les trois mathématiciens avaient d'ailleurs été récompensés par des prix⁽²⁷⁾ en 1918. Pierre Fatou était mort en 1929, Julia avait quarante ans et pouvait attendre un peu... il semblait aller de soi que Montel serait élu. Sauf que Julia était, très visiblement, un grand blessé de la première guerre mondiale, une « gueule cassée », et que des arguments qui n'avaient rien de scientifique furent utilisés dans la discussion.

Julia habitait Versailles, ce qui fait que Cartan et lui prenaient souvent le train ensemble. Julia l'a raconté⁽²⁸⁾ avec beaucoup de verve — et le moment qu'il évoqua, celui où Cartan le fit venir chez lui, date exactement de cette époque⁽²⁹⁾, qui est celle aussi où tous deux organisaient, pour la première année, le Séminaire « Julia »⁽³⁰⁾ :

[...] votre ancien élève devenu votre collègue, a dû comme vous émigrer vers la « cité des eaux ». Désormais, c'est presque chaque semaine que le train nous réunit pour nous ramener à Versailles, perdus dans la foule des amateurs de banlieue. Le wagon est presque toujours plein et bruyant, mais l'inconfort ne vous gêne pas, avec

⁽²⁶⁾ Il y eut une élection le 12 novembre 1934, au cours de laquelle Vessiot fut battu par Caquot au deuxième tour. Il échoua encore le 15 juin 1942, où c'est Pérès qui fut élu. Sa neuvième tentative, en 1943, fut la bonne.

⁽²⁷⁾ Tout ceci est exposé et raconté en détail dans le livre [12].

⁽²⁸⁾ Toujours au cours du jubilé de Cartan en 1959 [217].

⁽²⁹⁾ D'après le texte : après la mort de Jean Cartan, avant que Julia ne soit membre de l'Académie des sciences.

⁽³⁰⁾ Voir le chapitre 17.

votre résistance physique étonnante d'homme issu de la terre. Nous y poursuivons des conversations à bâtons rompus, où les propos universitaires, professionnels ou mathématiques se mêlent aux controverses de tout genre. [...]

C'est vers cette époque que vous m'avez appelé dans votre maison du Chesnay et dans l'austère petit bureau qu'égayait seulement un carré de fenêtre ouvert sur des branches, et, dans l'ombre, un fauteuil Morris aux bras accueillants. Au cours de fréquents visites, on pouvait là, mieux que dans la salle E⁽³¹⁾, mieux que dans les trains de banlieue, mieux que dans les avenues de Versailles, égrener ces propos, coupés de silences, où se révèle l'homme intérieur. [...]

Carathéodory. Cartan, qui était la conscience même, voulait savoir exactement ce que Julia avait fait, pour pouvoir choisir entre lui et Montel. Il se renseigna autour de lui, écrivant par exemple à Constantin Carathéodory⁽³²⁾, qui était professeur à Munich, pour lui demander son avis. Carathéodory penchait nettement pour Julia. Voici un extrait de la lettre qu'il écrivit à Cartan le 24 novembre 1933⁽³³⁾ :

Quant à votre question concernant Julia et Montel il n'est pas très facile d'y répondre. Ce n'est un secret pour personne qu'à l'Etranger et aussi peut-être en France c'est Julia qu'on considère comme le meilleur mathématicien. Pour quelqu'un au contraire qui comparera sans préjudice [préjugé] leur œuvre comme elle se présente aujourd'hui la différence entr'eux paraît bien moins sensible. Je crois cependant que le jugement instinctif du public est fondé jusqu'à un certain point et qu'une analyse plus approfondie de leurs travaux fait pencher la balance du côté de Julia.

Le nom de Montel restera à jamais attaché à la théorie des familles normales. Mais il a trouvé le terrain déjà préparé par Stieltjes et Vitali et surtout par Hilbert et Lebesgue ; ces derniers lui ont fourni l'instrument nécessaire à ses recherches. Mais si l'enfant était déjà né quand Montel a commencé à s'en occuper, c'est bien lui qui l'a nourri, baptisé, présenté au monde et conduit à sa majorité.

Les premiers travaux de Montel sur ce sujet sont rédigés avec trop peu de soin. On y trouve des erreurs qui ne sont pas, comme celles qu'on rencontre parfois chez Poincaré contenues seulement dans le

⁽³¹⁾ À l'É.N.S., où Julia avait suivi des cours d'agrégation donnés par Élie Cartan en 1914, comme il l'évoque au début du même texte.

⁽³²⁾ XX dire d'où il le connaît

⁽³³⁾ Fonds Élie Cartan, archives de l'Académie des sciences.

remplissage du tableau, mais qui invalident le fond même du raisonnement. Moi-même je me suis beaucoup servi dès 1910 des méthodes de Montel mais j'ai dû à l'occasion reprendre à nouveau toute la démonstration. Dans un mémoire que Landau a écrit avec moi en 1911 nous avons essayé de mettre ces choses au point. Ce travail est bien vieilli aujourd'hui, je vous l'envoie quand même, parce que les notes sous la page pourront peut-être vous intéresser.

Le mémoire le plus original de Montel est celui de 1916 dans le T.33 des Annales de l'Ecole Normale. On y trouve entr'autres une idée tout à fait neuve pour la démonstration du théorème de Picard, quoiqu'à cette époque le sujet semblait déjà épuisé. Montel nous a donné depuis plusieurs livres excellents. Son dernier ouvrage sur les fonctions univalentes est particulièrement bien fait mais il ne contient en somme qu'un exposé de résultats dus à divers auteurs.

Quant à Julia il a écrit son mémoire sur l'itération qui est de tout premier ordre, il a découvert ce qu'on appelle communément aujourd'hui les droites de Julia, il a donné un complément au lemme de Schwarz dont l'importance et l'utilité se font de plus en plus sentir. Ce sont là des services positifs et même dans ses travaux de moindre importance on trouve toujours quelque chose à apprendre de lui. Je crois donc qu'il y a bien une distance entre les deux géomètres et en tous cas Julia n'est pas aussi spécialisé que son collègue, ce qui est un avantage.

Lebesgue. Élie Cartan en parla aussi à Lebesgue. Et voici la lettre que lui envoya ce dernier :

Mercredi matin⁽³⁴⁾

Mon cher Cartan

C'est du lit que je vous réponds ; je me suis couché Lundi à ma rentrée de l'Institut brûlant de fièvre, rechute de cette grippe que je traîne depuis le début de novembre sans avoir pu m'en libérer. Le mardi ma femme est venue me retrouver et nous voici cote à cote toussant, éternuant, crachant, ce qui est infiniment touchant.

Ceci m'a empêché de convoquer Julia. Votre bienveillance à vous est infinie et après qu'il vient de vous faire passer 15 jours à éplucher mot par mot les travaux de Montel pour prouver que ses travaux à lui ne doivent rien, ou si peu, à ceux de Montel — à éplucher comme jamais vous n'avez épluché aucun écrit, à éplucher d'une façon telle que si l'on faisait le même travail sur Poincaré il n'y aurait rien,

⁽³⁴⁾ Sans doute le 6 ou le 13 décembre 1933, voir la note 40.

absolument rien de démontré par Poincaré — vous vous satisfaites, précisément dans ce mémoire qu'il s'agit de montrer indépendant de Montel, d'une citation où il est dit, je crois, que Montel a généralisé le Lindelöf et quand après cela le théorème cité est celui de Lindelöf inopérant et non celui de Montel utilisé. Après cela aussi Montel devient de l'Ecole scandinave et la première méthode, étant scandinave, est indépendante de Montel !!!!

Et pourtant, vous m'avez concédé que Julia a « *amenuisé*⁽³⁵⁾ » le rôle de Montel dans sa fameuse communication de Zurich⁽³⁶⁾ !

Non, en vérité ! Cartan, vous exagérez en ne voulant pas voir ce qui est éclatant. Que vous en excusiez Julia, cela c'est tout autre chose ; il est à part et même si on reconnaît en lui un travers ou même une tare on peut très légitimement prétendre que c'est une déformation mentale due à l'état lamentable dans lequel la guerre l'a laissé et que vous ne l'en plaigniez que davantage je n'aurais rien à y objecter car c'est à cette mansuétude que je voudrais arriver. Vous ne m'y aidez pas ; en contestant l'évidence vous me faites [? ranimer, raviver] davantage les reproches qu'on lui peut faire. Et j'aurais pourtant bien besoin d'être aidé car rien n'est plus difficile que de pardonner à ceux qui sont tellement personnels qu'ils sont injustes envers les autres car rien n'est plus contraire à mon tempérament. Et je n'ai jamais vu personne d'aussi âprement personnel que Julia.

Permettez-moi de vous rappeler ma façon d'agir, elle est tellement différente de celle de Julia qu'elle vous expliquera la difficulté que j'ai à encaisser ses façons de faire. Quand certains ont cherché à me pousser dans les jambes de Borel, je me suis dit, qu'aurais-tu fait si

⁽³⁵⁾ Selon une tradition établie, les italiques rendent ici les soulignements du texte manuscrit. Toutes les notes sont de M.A.

⁽³⁶⁾ Il s'agit de la conférence plénière prononcée par Julia pensant le congrès international de Zurich en 1932. Julia était très fier de ce texte [291], qu'il a fait publier par Gauthier-Villars en volume séparé. En 1917, alors qu'il était en rivalité avec Fatou, Julia avait écrit, dans la note même [289] par laquelle il réclamait la priorité :

À cette époque, j'ignorais les travaux de M. Montel. Mon attention sur eux fut attirée par sa Note du 4 juin 1917. Je les étudiâi à ce moment dans un tirage à part que M. Montel voulut bien m'envoyer.

Et Humbert, dans son rapport pour le Grand Prix des Sciences mathématiques, décerné à Julia en 1918 :

[...] la démonstration de M. Julia repose ici, comme souvent dans le reste du Mémoire, sur la belle théorie des *suites normales* de M. Montel [...]

Il est certain que l'article de Zurich et la notice que Julia rédigea en vue de cette élection constituent un amenuisement considérable de l'apport de Montel.

Borel n'avait pas existé ? Ma vanité me dictait pas mal de réponses « avantageuses » je ne l'ai pas écoutée et je me suis dit : tu ne peux répondre avec certitude, tu dois laisser passer Borel mais même exprimer, ce qui est la vérité, c'est qu'il est logiquement, tout aussi bien que chronologiquement, avant toi. Et je l'ai fait sans aucune réticence. J'y avais peut-être quelque mérite, car Borel ne m'avait pas toujours traité avec justice ; mais ce que j'avais eu à lui reprocher, je n'avais pas été le dire à l'oreille, je le lui ai dit crûment et publiquement, sans aucune diplomatie, sans ménagement, mais aussi en toute sincérité⁽³⁷⁾. Je défie qu'on trouve dans mon âcre revendication un mot injuste pour l'œuvre de Borel, un essai tendancieux de me pousser à son détriment. Et ma philippique avait assez porté pour qu'elle m'ait puissamment aidé dans une campagne contre Borel si j'avais voulu en faire une ; j'avais pour moi Goursat et dans la section, Picard Koenigs en dehors d'elle⁽³⁸⁾ et qui ne demandaient qu'à faire campagne, j'ai dit non. Et à moi je me suis dit : une place à l'Académie ne vaut pas qu'on se diminue à ses propres yeux, tu attendras.

Et quand Jordan est mort je n'ai fait aucune démarche ; je n'ai été voir personne, ni dans la Section, ni en dehors d'elle. C'est seulement quand la Section m'a dit : nous vous présentons à l'unanimité, que j'ai commencé à rédiger ma Notice ; si bien qu'il a fallu reculer l'élection. Cette élection a été ce que vous savez ; tout le monde y a eu des voix, sauf vous⁽³⁹⁾. Et cela ne m'a pas étonné car j'avais pu constater au cours des visites que deux personnes seulement ne demandaient pas à ceux qu'ils visitaient de leur donner leur voix : moi, qui n'y avais guère de mérite, et vous.

J'avais [aurais ?] cru que, dans la circonstance actuelle, vous condamneriez comme moi tout acte révélant une ambition poussée au point de ne pas s'arrêter devant l'injustice puisque vous aviez su attendre, plus encore que moi, que le jugement des autres vous soit favorable, quelque jugement personnel que vous puissiez légitimement avoir. Et je répète que condamner les procédés, ce n'est pas nécessairement condamner l'homme quand il s'agit d'un grand mutilé.

⁽³⁷⁾ Il y a peu de doute sur la sincérité qu'a dû employer Lebesgue... Hélas, Lebesgue et Borel étaient fâchés... ce qui nous a privés d'une suite à la correspondance [306].

⁽³⁸⁾ Il s'agit de la Section de géométrie. Koenigs était membre de la Section de mécanique. Rappelons qu'il y avait des mathématiciens dans les sections de géométrie, de mécanique et d'astronomie. Voir ci-dessus page XX.

⁽³⁹⁾ Il n'est pas tout à fait vrai que Cartan n'y a eu aucune voix. Voir page 150.

Comme nous voici loin de la sérénité et du genre de préoccupations purement scientifiques qui seules devraient nous importer dans une élection scientifique. De qui est-ce la faute ? De Montel ?

De quoi s'agit-il ? Denjoy s'étant retiré devant Montel, ce qui tout de même est un hommage de poids envers celui-ci, il faut savoir si Julia et Montel sont dignes de l'Académie et dans quel ordre ils doivent y être appelés. Si nous jugeons qu'ils en sont tous deux dignes, quel que soit l'ordre dans lequel nous les plaçons scientifiquement — et je me hâte de répéter que je place Montel en premier — une différence de 17 ans d'âge compte et est péremptoire humainement mais ce qui pour moi compte bien autrement c'est que nul ne pourrait dire ce que Julia aurait fait si Montel n'avait pas existé car ses deux travaux les plus importants relèvent de Montel.

Je suis scientifiquement pour Montel parce que là où tout le monde marchait au hasard et sans bien comprendre ce qu'il faisait il a fait voir à tous le fait fondamental duquel tout découlait et sur lequel devait porter l'effort. Des assortiments de théorèmes sont devenus des cas particuliers d'un même fait bien simple. Là où la veille il fallait de l'invention, de l'ingéniosité et du bonheur, il n'a plus fallu le lendemain que l'application d'une méthode. Cela, c'est une très grande chose. Puisque l'un des mérites de cette chose est de faire comprendre ce qui l'a précédée, il faut qu'il y ait des prédécesseurs. On a pu prétendre que la géométrie analytique de Descartes et Fermat ne faisait que répéter ce qui était d'usage courant chez les mathématiciens depuis Apollonius ; que la dérivation de Newton était de Barrow, de Fermat, etc. Tout cela ne me trouble pas.

Aussi parce qu'à côté de cette preuve d'intelligence qui permet de voir les faits de haut il a tout de même fait bien d'autres choses — on a dans l'examen des pointes d'aiguilles soulevées par Julia trop tendance à l'oublier — et par les familles normales et autrement. En particulier je dirai que j'apprécie fort les difficultés vaincues par Montel pour arriver, enfin, à montrer que les conditions de Cauchy

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial Q}{\partial y}, \quad \frac{\partial P}{\partial y} = -\frac{\partial Q}{\partial x}$$

sont suffisantes, sans rien de plus. Ses recherches sur l'existence des dérivées des fonctions d'une ou de plusieurs variables sont aussi de ma compétence et ce dernier cas n'était pas bien abordé avant lui.

Je ne veux pas faire une énumération, inutile avec vous qui êtes la conscience même ; il n'était sans doute même pas nécessaire de vous rappeler que Montel n'est pas seulement les familles normales.

Julia a à son actif quantité de beaux travaux mais je crois qu'il restera moins de ses travaux que de ceux de Montel, qu'ils seront moins utiles aux progrès de la science que ceux de Montel ne l'ont déjà été. Pourquoi ? parce que, hors les droites de Julia qui sont de beaucoup son principal titre, il n'a jamais été un initiateur, que dans ses travaux, le foisonnement, l'érudition, la technique savante, parfois inutilement, nous impressionnent et que tout cela est en réalité extérieur à la vraie valeur. Cette valeur est réelle et je ne pense nullement ni à la contester, ni à l'« amenuiser » mais il fallait que je vous dise ce qui influe sur mon jugement.

Reste à savoir si, oui ou non, les deux principaux travaux de Julia utilisent comme outils essentiels les outils créés par Montel ? Pour l'itération, Julia, Fatou et le rapporteur Humbert l'ont reconnu formellement mais cet aveu pèse peut-être à Julia. Moi, qui manque de votre bienveillance infinie, j'imagine qu'il vous a dit : j'étais mal renseigné, j'aurais pu et dû citer Landau et Carathéodory et non Montel — car, tout de même vous n'avez pas trouvé seul Landau et Carathéodory⁽⁴⁰⁾. C'est bien assez de lire Montel et Julia s'il fallait encore lire tous ceux qu'ils citent, où irions nous ?

Donc, alerté, vous avez lu Landau et Carathéodory et y avez trouvé ce que vous m'avez dit. Imaginons que Landau et Carathéodory aient non seulement construit incidemment une démonstration voisine de celle du critère de Montel ou cette démonstration même mais qu'ils en aient eu conscience et qu'ils l'aient énoncé ; eh bien ? Ça empêchera-t-il que ce qu'utilise Julia ne provienne des idées de Montel puisque, m'avez-vous dit, Landau et Carathéodory se réfèrent expressément aux idées et résultats de Montel. Donc sur ce premier point (et quoiqu'il arrive de la question *différente* priorité Montel-Landau) j'ai une opinion ferme.

(Quant à la question de priorité, demandez à Montel. Je ne suis pas très impressionné par la question ; un mémoire paru dans un périodique *daté* 1911 et un résultat annoncé dans une note de 1911 ne peuvent pas avoir beaucoup d'influence l'un sur l'autre. Le mémoire se réfère à Montel voilà le critère et Montel connaissait le mémoire

⁽⁴⁰⁾ Ici il est probable que Lebesgue fait erreur : c'est sans doute de Carathéodory lui-même et de la lettre citée ci-dessus que Cartan tenait l'information « Carathéodory-Landau ». De même, il est donc probable que la lettre de Lebesgue est postérieure à l'arrivée de celle de Carathéodory. Ce qui ferait : lettre expédiée le 24 à Munich (un vendredi), reçue le 25 ou le 27 au Chesnay, plus le temps que Cartan lise l'article Carathéodory-Landau, il en parle à Lebesgue à l'Académie des sciences le lundi suivant qui est le 4 décembre et mercredi est au plus tôt le 6 décembre.

lors de son article développé de 1912 ; mais ce peuvent être deux connaissances assez différentes)

Pour les droites de Julia. Triple offensive de Julia :

a Points J . Liquidée n'est-ce pas ? voir le 1^{er} paragraphe du mémoire Montel 1912, reproduit presque textuellement (avec bien d'autres choses du même mémoire) dans le livre de Julia. — Ce qui, entre parenthèses, est tellement énorme que ça montre le caractère maladif des réclamations de Julia.

b Ma démonstration, dit Julia, est entièrement différente de celle de Montel. Montel dit $f(2^n z)$ serait normale or elle ne l'est pas. Je procède en [?] inverse et c'est tout différent car Montel utilise les valeurs exceptionnelles pour prouver que la suite n'est pas normale et moi pas.

Qu'il ait dit qu'il y avait là une différence qu'il tenait à souligner car de là venaient les avantages qu'il tire de sa présentation, rien que de naturel ; mais c'est tout autre chose : nous devons juger que ça n'a aucun rapport avec le Montel. Or ça dépend de Montel de deux façons essentielles : les suites normales et puis de la construction de la suite sur laquelle la fonction se reflète, ce qui est la *seule* construction, invention qu'il y ait dans toute [sic] ces questions.

Là encore je fais beau jeu à Julia, je ne m'occupe pas de savoir si Montel aurait introduit $f(2^n z)$ si elle n'avait pas été anormale, s'il ne savait pas qu'elle était anormale dans tous les cas, il l'a encore démontré dans la suite du mémoire, s'il ne l'a pas démontré seulement parce qu'il n'en avait pas besoin, si la démonstration d'anormalité est de celles qui comptent ou qui vont de soi, si ce n'est pas de l'ordre de ce qu'on appelle parfois une lacune sans importance, etc. Je donne raison à Julia sur tout cela. Et puis ? Sa démonstration reste tributaire des deux faits majeurs : théorie des fonctions normales, construction de la suite $f(2^n z)$.

c « Mais j'ai une autre méthode indépendante des familles normales et de la construction de Montel celle qui utilise les résultats de l'Ecole scandinave. » Le seul scandinave en l'occurrence est Montel qui démontre un théorème que Lindelöf déclare n'avoir pu ni prouver ni mettre en défaut par un exemple (ce qui n'est tout de même pas une raison pour que ce théorème de Montel ne compte pas à Montel). Et ce théorème n'a pu être prouvé que par les familles normales et les deux méthodes de J. se ressemblent alors comme deux sœurs.

Tout long discours demande une conclusion ; celui-ci s'en passera ou plutôt, revenant à votre lettre, je conclurai : peut-être que Julia ne dénigre pas l'Œuvre de Montel mais il ne recule devant rien pour essayer de s'en affranchir. Le résultat ressemble alors si fort à un dénigrement que vous excuserez un myope comme moi s'il s'y est trompé. Pour moi j'aimerais mieux grandir ceux que je voudrais vaincre que de les diminuer.

Voilà, avec les intermédiaires de Rigollot, de ventouses et gargarismes, la journée s'est passée à vous répondre. Mon inoccupation est l'excuse de ma longueur ; j'en suis un peu confus mais content de vous avoir dit exactement ma pensée. Je terminerai par un souhait, que votre indécision ne dure plus et que nous puissions dire nettement aux candidats pour qui chacun de nous est.

Sur quoi je m'allonge ; je vais certainement bien mieux mais suis faible.

à vous

[signé] H. Lebesgue

Montel. Et puis⁽⁴¹⁾ Cartan a écrit à Montel pour lui demander de préciser les questions de priorité. Et Montel lui a répondu :

Paris, le 24 déc. 1933

Cher Monsieur Cartan,

J'ai trouvé votre lettre hier soir, en rentrant chez moi⁽⁴²⁾.

La démonstration de Julia du théorème de Picard est bien identique à celle de la page 299 de mon mémoire de 1916, comme vous me l'avez fait remarquer.

Elle diffère de celle de la page 252 du même mémoire qui s'appuie sur le fait que la fonction est dépourvue de zéro. Mais à cette page 252, je renvoie en Note à une première démonstration du th. de Picard qui se trouve à la page 514 de mon mémoire de 1912. Cette dernière s'applique immédiatement au cas envisagé par Julia.

Pour moi, la question principale / réside dans le fait de substituer au critère des valeurs exceptionnelles un critère quelconque de famille normale et de mentionner que le théorème de Picard s'en déduit.

⁽⁴¹⁾ Ici la chronologie que sous-entend peut-être ce « puis » n'est pas certaine : la lettre de Montel est datée mais pas celle de Lebesgue.

⁽⁴²⁾ Le 24 décembre 1933 était un dimanche, Montel a trouvé la lettre à laquelle il répond le samedi. Cartan a dû l'écrire le jeudi soir ou le vendredi, après avoir discuté avec Montel le jeudi 21 décembre.

Je dis que mon théorème de la page 296 va plus loin et comprend le précédent comme cas particulier. Je démontre à cet endroit que tout critère entraîne un nouveau théorème type Landau, ou type Schottky, ou type Picard.

Le raisonnement que je vous ai indiqué jeudi montre que $f(2^n z)$ n peut être normale pour $|z| < 1$. Pourrait-elle avoir un seul point irrégulier comme dans le cas où $f(z) = z$ par exemple ? On voit, comme dans ma démonstration de la page 514 (1912), ou autrement, que cela est en contradiction avec le théorème de Weierstrass. *

Il s'agit dans tout ce qui précède de la démonstration du th. de Picard proprement dit. Il va de soi que je n'ai / jamais songé à revendiquer la notion de droite de Julia. Les indications de mes mémoires ultérieurs sont parfaitement explicites sur ce point et mon opinion est formulée au dernier alinéa de la page 20 de ma Notice.

Bien cordialement à vous

[signé] Paul Montel

*Mon raisonnement montre en effet qu'aucune suite partielle extraite de $f(2^n z)$ ne peut être normale pour $|z| < 1$. Donc $f(2^n z)$ tend uniformément vers l'infini pour $\frac{1}{2^2} < |z| < \frac{1}{2}$, puisque toute suite partielle tend uniformément vers l'infini.

Il est probable que Julia se contenta des rencontres dans le train et des visites chez les Cartan : la seule lettre conservée de Gaston Julia à Élie Cartan est datée du 23 octobre 1928, Julia y demande à Cartan un livre pour sa série « Cahiers scientifiques » chez Gauthier-Villars.

Le Prix Lobatchevski

En 1938, la revue *l'Enseignement mathématique* publia, dans sa rubrique « Chronique », qui donnait les nouvelles de la communauté mathématique internationale, l'information suivante (sous le titre « Prix Lobatchewsky ») et sous la plume d'un rédacteur anonyme et enthousiaste (en lequel nous n'avons aucun mal à reconnaître Adolphe Buhl) :

L'Institut physico-mathématique de Kazan a décerné le prix Lobatchewsky à M. Elie CARTAN. L'éloge de cet illustre géomètre n'est plus à faire. *L'Enseignement mathématique* a inséré de nombreux écrits qui lui étaient dus et a toujours analysé avec soin ses ouvrages didactiques. Notre présent volume signale (p. 87) l'ouvrage consacré aux Groupes et à la Géométrie différentielle ainsi (p. 236) que celui

consacré aux spineurs. Dans de telles productions, quel magnifique éclat !

Dans une lettre adressée à Levi-Civita en octobre 1938 (et citée ici page 251), Cartan disait avoir été informé de cette distinction par l'Institut de Kazan et affirmait que Levi-Civita y était pour quelque chose. En effet, dans le fascicule suivant de *l'Enseignement mathématique*, la « Chronique » était beaucoup plus détaillée (une page et demie consacrée au prix) et commençait (sous le titre « Huitième Concours International du Prix N.J. Lobatschefski » (avec l'orthographe venue de Kazan)) ainsi :

Dans notre dernier fascicule, nous avons annoncé l'attribution du Prix Lobatschefski à M. Elie Cartan. Voici maintenant des renseignements complémentaires du plus grand intérêt que nous devons à M. Nicolas PARFENTIEFF, Président de la société physico-mathématique de Kazan. [...]

Le Concours international pour le Prix Lobatschefski a été clos le 12 septembre 1937. Dans sa séance solennelle, tenue à l'Université Lénine de Kazan, la Société physico-mathématique, après avoir entendu les rapports sur les travaux présentés au concours et les observations du jury, a pris les décisions suivantes :

1.— Vu le rapport de M. le professeur Levi-Civita (Rome), la Société physico-mathématique décerne, à l'unanimité, le *Prix Lobatschefski* à l'éminent géomètre, M. Elie Cartan, professeur à la Sorbonne, pour ses brillants travaux sur la Théorie des groupes et leur remarquable application à la Géométrie et à la Physique théorique mathématique moderne.

[...]

La société décernait en outre une série de mentions honorables, de titres de membres honoraires, et annonçait un huitième concours⁽⁴³⁾. Ce rapport était daté du 26 janvier 1939. Ces dates (septembre 1937 pour la clôture du prix, janvier 1939 pour le rapport) ou cette absence de date (pour la réunion qui a pris la décision) sont peu compréhensibles⁽⁴⁴⁾. Si l'on en croit le brouillon de réponse de Levi-Civita à la lettre de Cartan (voir ici page 252), l'affaire était restée en suspens « presque trois ans », ce qui ne correspond pas à 1937, mais qui indique peut-être qu'il prononça son rapport lors de son voyage en

⁽⁴³⁾ Le prix avait été créé en 1896, décerné pour la première fois à Lie en 1897, puis à Killing en 1900. Entre la Révolution d'octobre et la fin de la deuxième guerre mondiale, il ne fut décerné que deux fois, à Hermann Weyl en 1927 et à Élie Cartan, officiellement en 1937.

⁽⁴⁴⁾ Le titre est un peu inadéquat, lui aussi, puisque ce n'est pas du huitième prix qu'il s'agit et qu'aucune information n'est donnée sur celui-ci. Le huitième prix ne fut attribué qu'en 1951, et cette fois par l'Académie soviétique des sciences.

U.R.S.S. de 1935... Le moins qu'on puisse dire est que les nouvelles qui arrivaient d'U.R.S.S. ne le faisaient pas dans la plus grande clarté ni transparence.

XX

En 1937, Élie Cartan a été « admis » à la classe exceptionnelle. « Exceptionnelle » est, on l'a compris, un qualificatif pour le classe, pas pour ses membres, ainsi que le montre le fait que Cartan n'en fut pas membre avant d'avoir soixante-huit ans.

CHAPITRE 14

LES COURS ET LES TRAVAUX DES ANNÉES 1930

1931–32. Au cours du semestre d’hiver, Cartan donna à la Sorbonne un cours sur la théorie des groupes finis et continus et la géométrie différentielle traitées par la méthode du repère mobile. Le livre⁽¹⁾ ne parut qu’en 1937.

Leray écrit un livre de Cartan

Le cas de ce livre est particulièrement intéressant, puisque le rédacteur en fut le jeune et déjà fort brillant Jean Leray — qui assumait la responsabilité de la rédaction, comme le dit Élie Cartan lui-même.

La rédaction est due presque entièrement à M. Jean Leray, dont on connaît les travaux dans d’autres domaines des Mathématiques. Mais je dois souligner que M. Leray ne s’est pas borné à une simple rédaction des notes prises au cours, la matière a été par lui élaborée à nouveau, améliorée sur certains points importants, présentée dans un ordre plus rationnel. J’exprime ici à M. Leray tous mes remerciements pour sa précieuse collaboration qui contribuera, j’en suis persuadé, à rendre plus accessibles les théories exposées dans ce livre.

Le long temps écoulé entre le cours donné et le livre paru est dû à la fois au fait que Leray avait autre chose à faire et au fait qu’il a pris son travail très au sérieux. Cet épisode est assez bien documenté : le fonds Élie Cartan des archives de l’Académie des sciences contient trois lettres de Leray consacrées à cette rédaction. Elles précisent ce que Cartan écrivit dans la préface du livre. La première, datée du 19 septembre 1933 et écrite à Dinard (le mois de

⁽¹⁾C’est [208].

septembre faisait partie des « grandes vacances »), accompagnait l'envoi d'une rédaction de la « première partie » du texte.

Je viens de relire la première partie et je vous l'envoie. Je vous rappelle qu'elle est consacrée à la méthode du trièdre mobile ; la seconde partie traite les point fondamentaux de la théorie des groupes finis et définit la méthode du repère mobile ; la troisième partie étudie les constantes de structure des groupes finis, les deuxième et troisième théorèmes de Lie, l'interprétation des constantes de structure dans le mécanisme de la méthode du repère mobile ; vous aviez traité dans cette troisième partie les problèmes d'équivalence par rapport aux groupes finis ; je désirerais ne le faire qu'au début de la quatrième dont le thème serait alors les problèmes d'équivalence par rapport aux groupes finis et infinis.

Le « Je vous rappelle » peut signifier qu'il y a eu là un choix différent de celui adopté dans le cours donné effectivement par Cartan. Dans le reste de la lettre, Leray explique qu'il trouve le repère mobile bien adapté à la description des problèmes de contact.

J'ai donc, au cours des pages que je vous envoie, développé l'étude des problèmes de contact beaucoup plus que vous ne l'aviez fait ; j'ai également en divers endroits, complété les interprétations géométriques : par exemple au § 51 (p.77)⁽²⁾ je dis que k est le rayon de la sphère qui est tangente à la surface le long de la génératrice ; les interprétations géométriques de la p.87 sont de mon crû. J'ai fait débiter le chapitre I par une étude systématique des trièdres mobiles que vous aviez éparpillée au cours du chapitre ; j'ai cru bon d'expliquer très en détail tous les raisonnements des deux premiers chapitres.

Cette première partie du cours se trouve dépourvue de conclusion ; à aucun moment vous n'avez défini en termes généraux la méthode du repère mobile ; j'ai voulu le faire au cours de la seconde partie, avant d'appliquer cette méthode à l'étude des courbes planes en géométrie affine et en géométrie projective. Cet exposé général de la méthode du repère mobile utilise bien des résultats divers établis durant cette seconde partie ; il la « cimente », et il m'évite de répéter par la suite à chaque pas la démonstration du fait que les repères d'ordre p fournissent la solution du problème de contact d'ordre p . Certes je ne peux dans cette seconde partie résoudre le problème d'équivalence. Mais ceci ne m'empêche pas d'étudier déjà en détail

⁽²⁾Si la pagination du livre n'est évidemment pas celle du manuscrit de Leray, le § 51 du livre achevé est bien celui dont il est question dans cette lettre.

la méthode du repère mobile puisque j'expose celle-ci comme ayant pour but essentiel les problèmes de contact. Cet exposé général de la méthode du repère mobile, bien que bref, m'a demandé beaucoup de réflexion ; il m'a fait voir qu'il était nécessaire d'apporter des retouches assez importantes à la seconde partie. C'est à cela que je travaille actuellement. Cette seconde partie est très longue : elle a près de 150 pages ; j'essayerai de l'abrégier un peu. J'espère vous l'envoyer à la fin du mois.

Je tiens en terminant cette lettre à préciser que je sais bien n'avoir rien inventé ; l'impression que j'ai eue en travaillant sur mes notes, souvent mal prises, est plutôt de procéder à une reconstitution.

J'espère que vous ne serez pas trop désagréablement surpris de retrouver des idées qui vous sont familières exprimées en un langage qui ne vous est pas propre. Et je vous prie d'agréer l'expression de mes sentiments les plus respectueux⁽³⁾.

Quelques jours plus tard, le 25 septembre, Leray écrivit une nouvelle lettre.

Cher Maître,

J'ai commencé à relire et à corriger la Seconde Partie pour vous la remettre au plus tôt. L'exposé que j'ai fait du Premier Théorème de Lie m'a extrêmement déplu ; il ne vaut que pour des morceaux de groupe opérant sur des morceaux d'espace. Les deux autres théorèmes de Lie doivent présenter le même aspect. Or votre cours s'adresse à des débutants ; ils s'intéressent certes à la notion de groupe, beaucoup moins à l'étude de morceaux de groupes.

Je serais enchanté de pouvoir éviter le point de vue strictement local, tout en restant rigoureux et en compliquant peu les choses. Je me permets de vous proposer ceci :

Les paramètres d'un groupe constituent une variété, au sens de votre Mémorial. Les deux propriétés suivantes sont vérifiées :

a) On peut repérer le voisinage de chaque point à l'aide de paramètres locaux « bien choisis » ; les formes ω_s sont alors linéairement indépendantes.

b) Tout chemin L tracé dans cette variété aboutit à un point (non frontière) de la variété quand l'intégrale $\int_L \sum_{s=1}^r |\omega_s|$ est finie.

J'énoncerais volontiers comme suit le *Premier Théorème fondamental* : Soit une famille de transformations S_a (contenant l'identité) qui dépend de r paramètres a constituant une variété à r dimensions.

⁽³⁾Fonds Élie Cartan, archives de l'Académie des sciences.

Supposons que chaque transformation S_a admette une inverse S_a^{-1} (n'appartenant pas nécessairement à la famille) et que les transformations infinitésimales $S_a^{-1}S_{a+da}$ soient de la forme $\sum_1^r \omega_s X_s f$; supposons en outre vérifiées les propriétés a) et b). Alors les transformations S_a constituent un groupe.

Deuxième Théorème fondamental.

Si r formes de Pfaff ω_s satisfont sur une variété à r dimensions vos conditions de structure et les conditions a) et b), alors les équations $\omega_s(u, du) = \omega_s(v, dv)$ définissent un groupe simplement transitif de transformations de la variété en elle-même.

Troisième Théorème fondamental.

Votre système différentiel $\frac{d\omega_s}{dt} = da_s + \sum_{i,j} c_{ijs} a_i \omega_j$ permet de construire sur un morceau d'espace à r dimensions des formes ω_i vérifiant des équations de structure données. Il est possible, en soudant un nombre fini, ou une infinité dénombrable de tels morceaux d'espace, de construire une variété simplement connexe à r dimensions sur laquelle sont définies des formes ω_s vérifiant les équations de structure données ainsi que les conditions a) et b). D'où le Troisième Théorème, par application du Deuxième.

Quant au *deuxième Théorème de Lie* on pourrait l'énoncer comme suit :

Soient des transformations infinitésimales $X_i f$ vérifiant les équations de structure. Considérons les équations

$$\frac{dx_i}{dt} = \sum_1^r a_k(t) \xi_{ki}(x) \quad x_i = x_i^0 \text{ pour } t = 0.$$

Si elles définissent, quelles que soient les fonctions $a_k(t)$ et la valeur de t des transformations $x_i(x_i^0)$ possédant des inverses, alors ces transformations constituent un groupe à r paramètres dont les $X_i f$ sont les transformations infinitésimales. Sinon les $X_i f$ ne sont les transformations infinitésimales d'aucun groupe.

Je ne me souviens pas d'avoir entendu exposer de telles considérations, ni d'en avoir lu. Il serait bien étonnant qu'on n'y ait jamais songé. Je ne puis d'ailleurs pas garantir leur exactitude n'ayant pas eu le temps de les rédiger ni de les mûrir.

Ma besogne serait véritablement simplifiée si vous acceptiez les énoncés que je vous propose ou si vous m'indiquez une manière préférable de parer à l'insuffisance des réciproques des Théorèmes fondamentaux.

Je suis confus de troubler vos vacances par une telle correspondance, où je vous donne peut-être la preuve d'une grande ignorance. Je vous prie d'agréer mes sentiments les plus respectueux et les plus dévoués⁽⁴⁾.

Si la première partie fut acceptée par Cartan, ce ne fut sans doute pas le cas de la deuxième. La discussion se continua probablement de vive voix. Toujours est-il que le « Premier théorème » porte toujours, dans le livre, sur les noyaux de groupes (ici des voisinages de l'identité).

Premier théorème de la théorie des groupes (Sophus Lie). — *Soit une famille continue et finie de transformations possédant toutes des inverses. Supposons que cette famille contienne la transformation identique. Pour que cette famille soit un noyau de groupe il faut et il suffit que le déplacement infinitésimal de son repère mobile possède des composantes relatives [ou qu'il possède des composantes absolues]*⁽⁵⁾.

Un repère mobile R_a possède des composantes absolues quand les transformations infinitésimales $S_{a+da}S_a^{-1}$ sont de la forme $\sum_1^r \omega_s X_s f$ (comme dit Leray), où les transformations infinitésimales $X_i f$ sont indépendantes de a et de da et où les formes de Pfaff ω_i sont linéairement indépendantes.

Les deuxième et troisième théorèmes fondamentaux (de Cartan) sont, eux, presque ceux que propose Leray.

Second théorème de la théorie de groupes (E. Cartan)⁽⁶⁾. — *Soient r formes de Pfaff à r variables $\omega_s(a, da)$. Pour que les transformations qui les laissent invariantes constituent un groupe à r paramètres, il est nécessaire et suffisant que les conditions suivantes soient réalisées :*

1° *Les formes ω_s vérifient les équations de structure de E. Cartan*

$$\omega'_s = \sum_{(p,q)} c_{pqs} [\omega_p \omega_q].$$

⁽⁴⁾Fonds Élie Cartan, archives de l'Académie des sciences.

⁽⁵⁾[208, p. 92].

⁽⁶⁾Quand on expose la théorie des groupes comme le faisait S. Lie, le nom de « Second théorème fondamental » revient au théorème de S. Lie qui sera énoncé au paragraphe 211 (p. 250) sous le nom de « Complément au second théorème fondamental ». Note d'Élie Cartan ([208, p. 192]).

2° *L'espace des points a ne possède que des points intérieurs. Quand l'intégrale $\int_L \sqrt{\sum_{s=1}^r |\omega_s|^2}$ est finie, le chemin L converge vers un point de cet espace. Les formes $\omega_s(a, da)$ sont linéairement indépendantes en chaque point a .*

Complément au deuxième théorème fondamental de la théorie des groupes (S. Lie). — *Soient r transformations infinitésimales linéairement indépendantes $X_1, \dots, X_r$, définies dans un espace à n dimensions, $x_1, \dots, x_n$. Pour qu'elles engendrent un groupe à r paramètres, il est nécessaire et suffisant que les conditions suivantes soient réalisées :*

1° *Les transformations infinitésimales $X_s f$ satisfont aux équations de structure de Lie*

$$(X_p X_q) = \sum_{s=1}^r c_{pqs} X_s \quad [c_{pqs} = \text{const.}^{(7)}];$$

2° *Les procédés de construction que nous avons décrits aux paragraphes 85 et 86 fournissent des transformations biunivoques de l'espace $x_1, \dots, x_n$.*

Entre ces deux lettres de 1933 et la publication du livre en 1937, il y eut encore beaucoup de travail de rédaction. Élie Cartan continuait lui aussi à travailler. Le 1^{er} janvier 1935, Cartan écrivit, dans une lettre à Ugo Amaldi :

Je suis bien content que mon fascicule sur le repère mobile vous ait intéressé ; comme vous avez vu, malgré les apparences, c'est la suite de mes recherches sur la structure des groupes continus. J'espère publier dans un délai pas trop long les leçons détaillées que j'ai faites il y a quelques années sur ce sujet ; c'est un jeune mathématicien, Leray qui les rédige : malheureusement — ou heureusement — il fait lui-même des travaux très intéressants et cela retarde son travail de rédaction⁽⁸⁾.

C'est du fascicule paru chez Hermann, « La méthode du repère mobile, la théorie des groupes continus et les espaces généralisés »⁽⁹⁾ qu'il est question. Le 18 avril 1937, le livre était à peu près terminé, c'est toujours à Amaldi que Cartan écrivit :

Je viens de corriger les dernières épreuves de mon cours de 1931–1932 ; il paraîtra dans deux mois sous le titre « La théorie des groupes finis et continus et la Géométrie différentielle traitées par la méthode du repère mobile ». En un certain sens ce livre prépare à l'intelligence de la structure des groupes infinis parce que les groupes finis

⁽⁷⁾ Les constantes c_{pqs} sont les constantes de structure du groupe. Note d'Élie Cartan ([208, p. 250]).

⁽⁸⁾ Lettre à Ugo Amaldi du 1^{er} janvier 1935, [322, p. 246].

⁽⁹⁾ C'est-à-dire [193].

y sont envisagés suivant la méthode qui convient aussi aux groupes infinis. C'est M. Leray qui a fait la rédaction : il y a travaillé très longtemps parce qu'il a fait en même temps beaucoup de beaux travaux d'hydrodynamique⁽¹⁰⁾.

Pour en finir avec la correspondance liée à ce livre et pour illustrer les méthodes de Cartan, il faut citer la dernière lettre de Leray, le 10 octobre 1937. Le livre était paru. Leray était à Nancy.

Cher Maître,

La nouvelle que votre cours venait de paraître m'a fait le plus grand plaisir. Ne me remerciez pas de l'avoir rédigé : je l'ai fait pas goût, pour ma propre instruction, pour donner de la diversité à mon travail : je signalais annuellement l'engagement de « consacrer tous mes instants à la recherche », il était impossible que ce fût seulement à mes recherches. Si vous le voulez, sachez gré à la Caisse des Sciences de vous avoir fourni une aide qui vous était bien due. Quant aux droits d'auteur, vous savez que la Caisse des Sciences aimerait les percevoir. Si cependant vous vous croyez obligé de m'en verser, je vous demande instamment qu'ils soient très faibles. Je n'ai pas de Compte postal ; j'ai un compte courant au Crédit Lyonnais de Nancy (N° 27.067) ; le mode de paiement m'est indifférent, pourvu que le montant soit suffisamment modeste pour que je puisse l'accepter. Je désirerais vivement deux exemplaires ; je pourrais en envoyer un autre à mon ami Schauder, en donner un quatrième à l'Institut de math. de la Faculté de Nancy. [...]

Ma meilleure récompense serait de réussir quelques recherches touchant le sujet de ce Cours. Déjà c'est en grande partie à votre enseignement de la Géométrie que je dois d'avoir pu ces temps-ci discuter d'une manière relativement complète le problème de Dirichlet posé pour l'équation $f(r, s, t, p, q, x, y, z) = 0$. Pour achever au plus tôt cette discussion, je me suis permis de ne pas vous répondre par retour du courrier, ce dont vous saurez m'excuser. [...]⁽¹¹⁾

Les espaces de Finsler (1932–34)

Au cours du congrès de Zurich, en 1932, Élie Cartan entendit sans doute l'exposé de Stanisław Gołąb, un jeune mathématicien de Cracovie dont sans

⁽¹⁰⁾Lettre à Ugo Amaldi du 18 avril 1937, [322, p. 262].

⁽¹¹⁾Fonds Élie Cartan, archives de l'Académie des sciences.

doute son ami Schouten lui avait parlé – Golȳb avait fait sa thèse sous la direction de Schouten, qui présidait d’ailleurs, l’après-midi du 10 septembre, la session du congrès dans laquelle Golȳb donna son exposé. Le titre de Golȳb était : « Einige Bemerkungen über die Winkelmetrik in den Finslerschen Räumen⁽¹²⁾ ». C’était une des premières fois que l’expression « espace de Finsler » apparaissait dans le titre d’un article. Il est plus que probable que Finsler était présent à cette session (il était en poste à Zurich et membre du comité d’organisation du congrès). Carathéodory, sous la direction duquel il avait passé sa thèse en 1918 à Göttingen, était là, lui aussi, ainsi que Ludwig Berwald, un autre des inventeurs des « espaces métriques généralisés » (il en avait parlé quatre ans auparavant, à Bologne, il parlait à Zurich d’un tout autre sujet). On peut imaginer que des discussions animées s’en suivirent.

Pas besoin d’imagination pour savoir qu’elles furent fécondes.

Élie Cartan avait déjà travaillé sur les espaces métriques généralisés. Il s’agit, comme en géométrie riemannienne, d’espaces dont on s’est donné un moyen de mesurer les vecteurs tangents. Contrairement à ce qui se passe en géométrie riemannienne, on ne demande pas que la norme qui permet de le faire soit associée à une forme quadratique. Précisément, est donnée une fonction $\mathcal{L}$ sur le fibré tangent d’une variété V ,

$$\mathcal{L} : TV \longrightarrow \mathbf{R},$$

positive et $\mathcal{C}^\infty$ sur le complémentaire de la section nulle, telle que, pour tout point x de V , l’application

$$y \mapsto \mathcal{L}(x, y)$$

soit une norme sur $T_x V$. En formules :

$$\mathcal{L}(x, y) = 0 \text{ si et seulement si } y = 0$$

$$\mathcal{L}(x, \lambda y) = \lambda \mathcal{L}(x, y) \text{ pour } \lambda > 0.$$

À la suggestion d’Engel, Cartan avait étudié le cas des surfaces (V de dimension 2) dans un article de 1930⁽¹³⁾. Cartan avait remarqué que le cas où la fonction $\mathcal{L}$ satisfait l’hypothèse supplémentaire que

$$(u, v) \mapsto \frac{\partial^2}{\partial s \partial t} \mathcal{L}^2(x, y + su + tv)|_{s=t=0} \text{ est un produit scalaire}$$

était particulièrement intéressant.

La thèse de Finsler avait été imprimée en volume, comme une thèse, mais pas publiée dans un journal⁽¹⁴⁾. Le *Jahrbuch* en avait fait une recension et

⁽¹²⁾Quelques remarques sur la métrique angulaire dans les espaces de Finsler, [278].

⁽¹³⁾[170].

⁽¹⁴⁾Bien plus tard, en 1951, alors que les espaces de Finsler étaient devenus un sujet d’étude pour beaucoup de mathématiciens, un éditeur suisse publia cette thèse comme un livre [274].

c'est peut-être tout ce que Cartan avait vu. Toujours est-il que, après avoir discuté à Zurich, il demanda à Carathéodory de lui envoyer un exemplaire de cette thèse, ce que Carathéodory fit en novembre, lui envoyant son dernier exemplaire et demandant que Cartan le lui réexpédie. Pourquoi Cartan ne l'a pas demandé à Finsler lui-même, je ne sais pas. Pourquoi il ne l'a pas demandé à Zurich je ne le sais pas non plus.

Cartan n'a pas traîné, puisque, après avoir reçu la thèse en novembre, il a écrit une lettre à Kosambi sur les espaces généralisés que celui-ci a fait publier à la suite d'un de ses articles, puis il a publié, dès le 27 février, une note aux *Comptes rendus* sur les espaces de Finsler, avant d'écrire un fascicule sur la question qui parut en 1934⁽¹⁵⁾.

La formule

$$L(c) = \int_a^b \mathcal{L}(c(t), \dot{c}(t)) dt$$

définit bien la longueur de la courbe paramétrée par $c : [a, b] \rightarrow V$ (indépendamment du paramétrage choisi), ce qui, à son tour, permet de définir une distance entre les points de V .

Ce qui intéresse le plus Cartan, c'est que ces espaces possèdent un transport parallèle qui est une isométrie. Ce sont des espaces « à connexion euclidienne ». Le fascicule « Les espaces de Finsler », que Cartan rédige et publie en 1934, les conférences qu'il donne sur le sujet, vont populariser le nom et la notion d'espace de Finsler.

1934–35. Après les discussions avec Hermann Weyl dont il a été question au chapitre 11, Cartan donna un cours sur les espaces à connexion projective, qui fut rédigé par Paul Vincensini. Le livre⁽¹⁶⁾ parut lui aussi en 1937.

1935–36. C'est de la théorie des spineurs que Cartan parla au cours du semestre d'hiver cette année-là. Des notes prises par André Mercier devinrent deux fascicules des « Leçons de géométrie »⁽¹⁷⁾, qui parurent pendant l'été 1938. Il est probable que la parution d'un article de Richard Brauer et Hermann Weyl reprenant (et bien sûr développant) plusieurs résultats obtenus par Cartan en 1913⁽¹⁸⁾, fut la motivation de ce choix.

⁽¹⁵⁾L'article de Kosambi et la lettre de Cartan sont parus dans *Mathematische Zeitschrift*, [298, 189], la note aux *Comptes rendus* et le fascicule sont [188, 190].

⁽¹⁶⁾[207].

⁽¹⁷⁾[207].

⁽¹⁸⁾Il s'agit des articles [79] de Cartan et [36] de Brauer et Weyl.

1936–37. Les systèmes différentiels extérieurs. Cette fois la transformation des notes de Luc Gauthier en livre fut plus longue et sans doute plus délicate (et il y eut la guerre). Le livre⁽¹⁹⁾ ne parut qu'en 1945.

Sur les cours et les rédactions de livres auxquels ils ont donné lieu, voir aussi le chapitre 17.

⁽¹⁹⁾[230].

CHAPITRE 15

CORRESPONDANCE

Différentes lettres reçues et envoyées par Élie Cartan ont été ou seront utilisées dans ce livre. Dans ce chapitre, nous survolons l'ensemble de la correspondance conservée, en tant que telle.

La correspondance professionnelle conservée d'Élie Cartan (principalement des lettres reçues, quelques brouillons de lettres envoyées) se trouve aujourd'hui aux archives de l'Académie des sciences où elle a été inventoriée et classée par Florence Greffe. Si elle contient quelques lettres des années 1921–22 (la toute première lettre de ce fonds est datée du 9 janvier 1921), il semble qu'Élie Cartan n'a conservé systématiquement ce qu'il recevait qu'à partir de 1924. Cette date tardive — Élie Cartan avait cinquante-cinq ans — coïncide avec celle de l'avant-dernier déménagement d'Élie Cartan.

D'une part, il est clair que tout n'a pas été conservé, même après ces dates. Il arrive qu'une lettre manque dans une série, d'une part. D'autre part, des correspondants dont il est certain qu'ils ont écrit pendant les années 1920–1950 n'apparaissent pas⁽¹⁾.

Enfin, aucune des lettres, aucun des télégrammes reçus par Élie Cartan à l'occasion de son jubilé et dont on peut lire la longue liste aux pages 80 et 81 du volume consacré à ce jubilé ne se trouve dans le fonds Élie Cartan des archives de l'Académie des sciences.

En 2009, lorsque les enfants d'Henri Cartan ont vidé l'appartement du 95 boulevard Jourdan, qui avait été celui de leurs grands-parents avant d'être celui de leurs parents et le leur, ces lettres étaient bien regroupées et rangées dans une armoire. C'est Nicole Cartan, la femme d'Henri, qui avait fait ce premier rangement. Il n'est pas absolument exclu que la correspondance d'avant les années 1920 ait été conservée et rangée ailleurs et se retrouve un jour quelque

⁽¹⁾C'est le cas par exemple de Tullio Levi-Civita, de Francesco Severi, de Gheorghe Vranceanu. De même, les lettres d'Ugo Amaldi, qui ont été publiées dans [322], ne sont pas dans les archives.

part.

★

Il existe une correspondance familiale très abondante, que je n'ai pas consultée, simplement parce qu'elle n'est pas rangée de façon accessible. Certaines de ces lettres sont quand même citées parce qu'elles ont été l'objet d'un classement particulier, par exemple les lettres liées à la naissance d'Henri Cartan citées au chapitre 8. Quelques lettres de nature personnelle se sont glissées dans la correspondance professionnelle.

Il est certain qu'Élie Cartan, lorsqu'il était en voyage, écrivait quotidiennement « à la maison ». Ainsi, par exemple, Henri Cartan avait pu, en 1974, relire les lettres écrites par son père de Roumanie en 1931 et reconstituer son voyage (voir page 208).

D'une part, bien sûr, ces lettres manquent, elles contiennent les réponses à des questions posées ici, et sans doute surtout à des questions que nous ne nous posons pas. D'autre part, trop de détails personnels auraient pu risquer de déborder sur les aspects scientifiques de ce portrait. Et puis, apprendre tel ou tel détail personnel par une lettre « professionnelle » n'est ni innocent, ni donc inintéressant.

★

Malgré les débuts tardifs de la conservation et les manques évidents, la correspondance professionnelle est impressionnante en volume : des milliers de lettres d'environ deux cent cinquante correspondants, dont une petite moitié de Français et beaucoup d'étrangers, Allemands, Belges, Américains, Suisses, Italiens, des ressortissants du Royaume uni et de l'URSS, des Néerlandais, Tchèques, Hongrois, Espagnols, Portugais, Polonais, Roumains, Indiens, Canadiens, des Yougoslaves et des Scandinaves, des Américains du Sud⁽²⁾.

Si la correspondance passive (reçue) constitue la part essentielle (en volume) de ce que nous avons pu lire et utiliser, il y a aussi une part, pas négligeable du tout, formée de lettres écrites par Élie Cartan à un certain nombre de mathématiciens (mathématiciens roumains, Ugo Amaldi, Levi-Civita et Volterra...).

Le contenu de ces lettres n'est pas essentiellement différent de ce que s'écrivent aujourd'hui les mathématiciens (même si le support a changé et si la conservation est aujourd'hui encore plus aléatoire). Certaines de ces lettres sont citées ici ou là dans ce texte, mais il est peut-être intéressant de dresser ici un inventaire un peu global des contenus.

⁽²⁾J'ai rangé les origines de lettres par ordre décroissant des contributions : vingt-quatre correspondants allemands, ..., un Péruvien et un Argentin (plus précisément un Espagnol exilé en Argentine).

Itinéraires. Comme nous l'avons déjà signalé (note 53 du chapitre 7), le courrier était rapide et efficace, il suivait le destinataire et lui arrivait... Ainsi une note envoyée par Vranceanu de Cernauți à Paris arrivait à Dolomieu le 21 août (1929) « après un certain nombre de détours », repartait pour Paris où elle serait ré-expédiée à Hadamard sur le lieu de ses vacances, renvoyée par lui à Paris pour être transmise à l'Académie des sciences... le 26 août.

Une liste

Articles (tirés à part). On écrivait pour demander des tirés à part d'articles, pour remercier d'en avoir envoyé, pour envoyer (en recommandé) le tout dernier exemplaire d'un article en sa possession, en demandant que le correspondant le renvoie quand il n'en aurait plus besoin (après l'avoir copié?).

Demandes. On écrivait pour demander quelque chose.

Erreurs. On signalait une erreur dans un article ou un livre du correspondant.

Évaluation. On sollicitait un avis, sur tel ou tel collègue, candidat ou susceptible de l'être, à une promotion, à un poste, on discutait des qualités respectives des possibles lauréats d'un prix, d'une médaille.

Famille. On demandait, ou donnait des nouvelles familiales, heureux événement, résultat d'un examen, mariage, décès. On envoyait des faire-part pour les événements familiaux (la mort de Jean, les mariages de Louis et Henri...), et on recevait des réponses, condoléances, félicitations.

Félicitations. On écrivait pour féliciter le correspondant d'avoir été promu, ou élu, ou pour son anniversaire.

Guerres. Si on s'écrivait peu pendant les guerres, on envoyait des nouvelles après, de soi-même et des collègues proches.

Invitations. On s'écrivait pour s'inviter à déjeuner, pour inviter le correspondant à donner un exposé, pour refuser une invitation à donner un exposé ou pour remercier de cette invitation, pour donner un titre de conférence, pour proposer une réservation d'hôtel.

Journaux. On demandait au correspondant de participer au comité de rédaction d'un nouveau journal, on évoquait les problèmes de tel ou tel journal, on discutait les conditions de publication, on demandait un article pour tel ou tel journal.

Lettres. On demandait et on envoyait des lettres de recommandation, pour une promotion, pour être accepté dans une formation.

Mathématiques. Bien sûr, on s'envoyait des contenus mathématiques, on posait des questions, on répondait à des questions que le correspondant avait posées ou qu'on s'était posées soi-même, on discutait le contenu de tel ou tel article, envoyé, reçu, soumis.

Nouvelles. On demandait ou envoyait des nouvelles.

Plaintes. On se plaignait d'un collègue qui vous traitait mal, de n'être pas cité, de n'être pas promu.

Priorité. On soulevait des questions de priorité, on se plaignait de ne pas être cité davantage, on demandait l'aide du correspondant dans une question de priorité, le prenant à témoin et lui demandant de prendre parti.

Publications. On envoyait des projets de notes aux Comptes rendus, des articles, en demandant au correspondant de les faire passer par un académicien, de les transmettre, de les faire publier, on recommandait un article pour un journal.

Questions professionnelles non strictement mathématiques. Voire corporatives, salaires, sujets d'examens...

Remerciements. On remerciait pour une lettre de recommandation, pour une somme d'argent reçue, pour une aide en général.

Rendez-vous. On demandait ou donnait un rendez-vous, pour soi-même ou pour un étudiant.

Sans raison. On écrivait sans raison précise.

Thèses. On demandait au correspondant de participer au jury de sa thèse ou de celle d'un de ses élèves, de le présider, d'écrire un rapport, de fixer la date de la soutenance.

Vœux. On envoyait des vœux.

Quelques exemples

Articles (tirés à part). Demandés parce que la bibliothèque (de Prague) ne reçoit pas le *Bulletin* de la SMF (Berwald, en 1923), parce que le gouvernement français n'envoie plus gratuitement les *Comptes rendus* à la bibliothèque (de l'université de Gand) comme il le faisait depuis 1920 (Demoulin, 1924), parce qu'il va y avoir un exposé sur cet article dans le séminaire (celui de Blaschke à Hambourg, 1925), pour pouvoir emporter ses provisions avant de rentrer en Chine (Chern, 1946).

Envoyés, en recommandé parce que c'est le dernier exemplaire et qu'il faudra que Cartan renvoie (le mémoire de Finsler, Carathéodory, 1932).

Demandes. Demande d'indulgence en 1925 pour un candidat au concours d'entrée à l'École normale supérieure (Cartan était membre du jury), faite par le père, un ancien condisciple de Cartan au Collège de Vienne. Le garçon a été reçu, sans doute pour ses qualités.

Demande de participation à un comité (pour le jubilé d'Appell, Charles Maurain, 1926).

Demande de livre pour une nouvelle collection (Julia, 1928), demande de préface pour un livre (Georgette Nicoladzé, 1933).

Les demandes d'aide des correspondants allemands après la guerre sont traitées au chapitre 19.

Erreurs. On signale une erreur dans un article du correspondant, la matrice de la page 97 ne devrait-elle pas plutôt être...? (Amaldi, 1926)⁽³⁾. On disait qu'on ne comprend pas bien une formule, le

$$s = \rho - \frac{\rho^3}{24\rho^2}$$

à la page 28 du *Memorial*⁽⁴⁾, et qu'on a trouvé plutôt

$$\rho = s - \frac{s^3}{24\rho^2}$$

et on demande des éclaircissements sur cette contradiction (Hlavatý, 17 mai 1926).

Dans un article commun (Schouten, 1926), dans une lettre qu'on a expédiée la veille (de ceci il y a de nombreux exemples...).

Il arriva aussi que Cartan lui-même, répondant à une question posée par un correspondant, repère et signale une erreur dans un de ses propres articles :

⁽³⁾Il s'agit de l'article [70], voir [322, p. 143].

⁽⁴⁾C'est-à-dire de [127].

Il y a manifestement un lapsus et la phrase du début de la page 88 doit être modifiée ainsi [...] ⁽⁵⁾

Évaluation. Des avis demandés à Cartan pour départager des candidats, Cerf, Flamant et Lagrange à Strasbourg (Fréchet, 1927), pour aider à choisir entre van der Waerden et Kähler, lorsqu'il fallut remplacer Artin à Hambourg (Blaschke, 1937⁽⁶⁾).

Et des avis demandés par Cartan, pour départager Julia et Montel (voir le chapitre 13), pour comparer Godeaux et Servais à Louvain (de la Vallée Poussin, 1934).

Et la correspondance sur les médailles, voir page 220.

Famille. La palme d'or des congratulations familiales revient à Adolphe Buhl, qui s'inquiéta de Louis qui devait rester au lit (20 avril 1927), expliquant que lui-même avait été paralysé de quatorze à dix-neuf ans, il prit des nouvelles de Louis dans toutes ses lettres, pensa à Hélène, félicita Henri, s'inquiéta d'une maladie de Malise (14 janvier 1929), s'attrista de la mort du beau-père (12 octobre 1929) et plus encore de celle de Jean pour laquelle il envoya des condoléances délicates, félicita pour le mariage de Louis (25 juillet 1935), s'extasia sur le faire-part de celui d'Henri, commenta les déplacements de la famille Cartan en 1936, et réussit même à applaudir à la croissance de la famille en 1942...

Le commentaire de Constantin Carathéodory (7 octobre 1935), recevant le faire-part du mariage d'Henri et souhaitant que les Cartan fassent concurrence aux Bernoulli, mérite d'être cité lui aussi.

Félicitations. Pour la thèse du fils aîné (de nombreux correspondants...).

Pour un prix de 50 000 francs (Godefroy, 1930), « au sujet de la haute distinction dont vous venez d'être l'objet » (pour le même prix, Xavier Léon, 1930).

Pour la naissance d'un petit-fils (Godeaux, 1937).

Guerres. Il n'y a pas de lettres de la première guerre mondiale, mais il y en a sur ses suites. Voir page 193.

Les échos des événements dramatiques du siècle finissent souvent par arriver, par exemple l'exemplaire des *Leçons sur les invariants intégraux* sauvé de l'incendie de Smyrne en 1922 (Carathéodory, 1934) ou des « anciennes notes,

⁽⁵⁾ Il s'agit de l'article [68] de 1908 et d'une lettre de Cartan à Ugo Amaldi datée du 6 octobre 1928, [322, p. 184].

⁽⁶⁾ Dans cette lettre, l'annonce « Artin nous a quittés » est à peine une nouvelle... Emil Artin était ouvertement antinazi et sa femme à moitié juive, deux raisons pour ce départ.

d'ailleurs incomplètes, car ma bibliothèque a été pillée par les bolchéviques » (Saltykow, 1925).

Il y eut assez peu de lettres pendant la deuxième guerre mondiale et la période de l'Occupation. Voir le chapitre 19.

Pour la correspondance reçue par Cartan après la deuxième guerre mondiale, voir page 290.

Invitations. Pour refuser une invitation à donner un exposé lors d'un passage à Paris (Blaschke, 1935), pour accepter une invitation à donner un exposé lors d'un colloque (à Genève, Kerékjártó, 1935).

On était invité à un banquet donné par une association d'anciens élèves (celle de l'Institut d'Électrotechnique de Nancy, 1928) dans un restaurant chic (le « Marguery », sur les Grands Boulevards) ou pour le centenaire de son lycée (Janson de Sailly, Gandillot, 1934).

On n'était plus invité, parce qu'il n'y avait plus d'argent. Lucien Godeaux écrivit de Liège le 22 février 1936 :

J'avais proposé à la faculté de vous inviter cette année à nous donner quelques conférences et l'approbation avait été unanime. Mais la commission du Patrimoine n'a pu donner une suite immédiate à ce projet. Nous avons été durement touchés par la dévaluation et par la réduction du taux de la rente belge. Les revenus du Patrimoine sont diminués de plus d'un tiers. Force nous est de remettre notre invitation à l'année prochaine ou même peut-être à l'année suivante.

L'invitation eut bien lieu l'année suivante.

Pour accepter une invitation à donner des conférences radio-diffusées (Bruhat, Fréchet, 1934).

Journaux. Demander de participer au comité de rédaction d'un nouveau journal⁽⁷⁾ (*Compositio Mathematica*, Brouwer, 1930), annoncer que ce nouveau journal va finalement exister (Brouwer, 1933), demander un article pour un journal (*Annals of mathematics*, Lefschetz, 1935), pour un nouveau journal (*Elemente des Mathematik*, Ernst, 1949), pour un numéro spécial d'un journal (*Acta Mathematica*, pour les 80 ans de Mittag-Leffler, Nörlund, 1925, les *Commentarii*, pour 1932, Juvet, 1931).

Envoi d'un chèque pour un article (dans la *Revue du Mois*, Jardé, 1925).

Lettres. Il est bien entendu question dans la correspondance de lettres de recommandation, celles que Cartan écrivit en faveur de jeunes chercheurs,

⁽⁷⁾Moins souvent qu'aujourd'hui...

comme Kosambi (Birkhoff, 1931), Douglas (Douglas, 1930) ou Kähler (Blaschke, 1935, 1947), le *testimonial* demandé par Paul Dienes (Dienes, 1936), mais aussi des lettres de recommandation demandée par une étudiante pour être admise à préparer l'agrégation (masculine) à l'École normale supérieure (Germaine Curie⁽⁸⁾, 1926).

Et celles que Cartan reçut, jusqu'à très tardivement, pour tel candidat à telle place pour laquelle l'Académie des sciences doit donner un avis (Becquerel, 1950).

Mathématiques. Demander des explications (Amaldi, avril 1927) et y répondre, Cartan n'est jamais avare d'explications :

le raisonnement est en effet indiqué d'une manière très sommaire dans le passage que vous me signalez⁽⁹⁾.

Proposer une collaboration (Schouten, 21 février 1926).

Commenter les qualités comparées de Cartan et d'un de ses collègues. Ainsi d'Eduard Čech, qui écrivit, en 1928, avant le congrès de Bologne : « j'admire votre manière d'exposer cette partie de la géométrie⁽¹⁰⁾ qui contraste si nettement avec l'horrible formalisme de l'école de Schouten ».

Sur la correspondance et les notes de Richard Brauer, voir le chapitre 12.

Nouvelles. Donner des nouvelles des collègues que l'on avait rencontrés (Severi, à Rome, et bientôt à Göttingen pour le bicentenaire de l'université, Blaschke, 1937), des mouvements et promotions (voir la note 6).

Donner de ses propres nouvelles, souvent pour s'excuser d'avoir tardé à écrire, on a été malade, grippe (Schieldropp, 1922, Demachy, 1925, Buhl, 1947), opération des amygdales (Schouten, 1929), de l'appendicite (Finikov, 1927)...

Sur les nouvelles de Russie, voir page 194.

Plaintes. Le plus souvent, on se plaint de n'être pas cité ou, très gentiment, de n'être pas tout à fait assez cité (Coolidge, 30 octobre 1931), ou qu'un collègue ne soit pas cité (Coolidge, 8 mars 1937).

Une affaire très ennuyeuse occupa pas mal de place dans la correspondance, une lutte entre deux collègues, Véronnet et Dive, qui était concurrents sur un poste à Clermont-Ferrand, commença à la fin de 1936 et prit des proportions incroyables... et même un tour public quand Rollin Wavre crut bon d'utiliser *l'Enseignement mathématique* pour participer à la polémique. Et puis il y eut Gardedieu. Le malheureux Cartan passa le 8 février 1937 une note de Dive qui

⁽⁸⁾Cette jeune femme remarquable, sans parenté avec « les » Curie, fut d'ailleurs reçue à l'agrégation en 1927, certes derrière Dieudonné et de Possel, mais devant Ehresmann.

⁽⁹⁾Élie Cartan à Ugo Amaldi, 15 avril 1927, [322]. Il est question de l'article [68], qu'Amaldi a beaucoup et attentivement lu.

⁽¹⁰⁾C'est du « Mémorial » [127] qu'il est question.

était une mise au point sur des affirmations contenues dans une autre note, de Gardedieu, parue le 11 janvier. Gardedieu demanda alors à Cartan de passer sa réponse, pour qu'on ne croie pas à une polémique entre académiciens (c'est Esclangon qui avait transmis sa note précédente). Cartan pesa ses mots (il y a deux brouillons de sa réponse) et répondit sans doute :

Vous me parlez dans votre lettre de querelles personnelles ; je ne tiens pas à m'y mêler et je veux rester sur le terrain strictement scientifique.

et qu'il n'avait pas le temps de vérifier. Gardedieu continua à enseigner à Bruxelles mais la note de janvier 1937 fut son dernier article.

Sur les plaintes des collègues allemands après la guerre, voir pages 294 et 298.

Priorité.

Publications. Difficultés des publications, ainsi on se souvient qu'il arrivait qu'un imprimeur prît du retard dans l'impression d'un article parce qu'il en avait commencé un autre et... n'avait pas assez de caractères (Zaremba, septembre 1923), on apprend qu'au *Bulletin* de la SMF, en 1926, les articles ne pouvaient pas dépasser cinquante pages⁽¹¹⁾ (Chazy, 1926) et qu'aux *Annales* de Toulouse, en 1927, seules les quarante-huit premières pages d'un article étaient imprimées gratuitement, chacune des suivantes étant facturée cinquante francs (Buhl, 1929).

Difficulté de publier un article non dactylographié (Malmquist, le secrétaire d'*Acta mathematica*, 1925, Juvet, pour les *Commentarii*, 1930).

Demande de publier un article dans un journal donné (la thèse de Yano, dans les publications de Cernauți, demande de Cartan à Vranceanu, 6 février 1938).

Questions professionnelles non strictement mathématiques. Plusieurs lettres de Paul Montel entrent dans ce cadre, il y est question de salaires, de l'association amicale des personnels enseignants de la Faculté des sciences, qui se préoccupe de ces salaires (en 1931, ils seront sans doute revenus au niveau d'avant la guerre), en 1934 une pétition contre de nouvelles dispositions sur le cumul des salaires pour les fonctionnaires, qui omet d'exclure les enseignants des universités (Montel, 1934).

Remerciements. Pour un livre ou un tirage à part reçu, la palme de la réponse polie à Émile Picard, qui met le livre dans sa malle pour le lire pendant les vacances (en juillet 1928).

⁽¹¹⁾Et voilà pourquoi l'article [135] fait exactement cinquante pages... et a une suite de vingt pages [136] dans le volume suivant.

Rendez-vous. Demandés, à Paris, par un étudiant désireux de faire une thèse (Ehresmann, 1929), un jeune étranger de passage (Jesse Douglas, 1929), un étudiant de retour de l'étranger (Ehresmann 1931).

Donné, à l'étranger (à Vienne, par Boruvka, en 1931).

Sans raison. Sans utilité stricte, raison invoquée par Adolphe Buhl qui voulait parler de la mort de son mentor et ami Appell (octobre 1930).

Thèses. Celle de Pierre Dive, un centralien, « genre Véronnet mais plus sérieux » au jury de laquelle Chazy avait demandé, au cours des vacances de 1929, à Cartan de participer. Celle d'Ehresmann, qui avait terminé de rédiger son travail à Princeton et le fit publier par les *Annals of Mathematics* en 1934.

Demande d'information sur la déroulé d'une soutenance (Juvet, 1926).

Vœux. Fin 1946, l'abbé Boos demande à Dieu de s'occuper des vœux pour l'année suivante. En juillet 1948⁽¹²⁾, Édouard Herriot remercie, sans doute de vœux envoyés par Élie Cartan pour son anniversaire (?) :

Mon cher Cartan

Merci de tes vœux. Moi aussi, en dépit des années, je reste bien fidèle à nos communs souvenirs, très sensible à tout ce qui t'advient, plus que tu ne peux le savoir.

Mes hommages à Madame Cartan

Bien à toi.

Lettres « de fous »

Si Élie Cartan reçut des lettres de mathématiciens internés dans un hôpital psychiatrique (voir page 301), ce n'est pas de cela qu'il est question ici. Ce que les secrétariats des journaux mathématiques appellent des « lettres de fous », ce sont des lettres d'amateurs, le plus souvent pas fous du tout, qui croient qu'ils ont découvert quelque chose. En mathématiques, les trois sujets de prédilection de ces découvreurs sont la quadrature du cercle, le cinquième postulat d'Euclide et le « grand théorème de Fermat ». La célébrité du problème et la simplicité de son énoncé le rendent populaire. Par exemple, l'emplacement des zéros de la fonction zêta est un énoncé trop difficile pour que l'hypothèse de Riemann ait autant de succès parmi les amateurs. La démonstration par Lindemann de la transcendance de π n'a pas désarmé les amateurs de quadrature du cercle parce que la plupart d'entre eux n'ont pas les moyens techniques de la comprendre. Évidemment, la démonstration du théorème de Fermat par Wiles

⁽¹²⁾ Il est fort possible que Cartan et Herriot se soient envoyés des vœux régulièrement et que cette lettre-là se soit retrouvée par erreur dans la correspondance scientifique.

est encore plus technique et difficile, mais comme ce n'est pas un résultat négatif, il reste toujours une chance de trouver une démonstration plus simple... Et de toute façon, à l'époque d'Élie Cartan, cette démonstration n'existait pas.

À l'Académie des sciences par exemple, où tout est archivé, les enveloppes des séances contiennent abondance de ce type de lettres. Et bien sûr, un mathématicien membre de cette académie et dont il a été question dans les journaux ne peut manquer d'en recevoir lui aussi. D'ailleurs, tous les mathématiciens en reçoivent, d'amis d'amis...

Fermat. Élie Cartan reçut donc des démonstrations du théorème de Fermat. Une des raisons de le signaler est, non pas d'ironiser sur tel amateur qui lui écrivit de Rodez, mais de montrer, une fois encore, la gentillesse d'Élie Cartan, qui prit le temps et la peine de répondre à une première lettre en expliquant où était la faute, ce qui déclencha bien sûr l'envoi d'une deuxième lettre de l'amateur obstiné (mais je ne sais pas ce qui suivit).

Il y eut aussi le « passe-à-l'autre ». Un rédacteur de journal qui trouve une démonstration de Fermat « très intéressante » et qui suggère de l'envoyer à l'Académie des sciences car

bien que l'Académie ait reçu depuis des siècles des démonstrations
de la proposition de Fermat, peut-être la vôtre retiendra-t-elle votre
attention

— ce dont l'auteur de la démonstration ne perçoit pas l'ironie... Je ne sais pas ce que Cartan répondit à cette lettre qu'il reçut, alors qu'il était président de l'Académie des sciences, en 1946.

Les militaires en retraite qui, désœuvrés, se souviennent quarante ans après du programme d'entrée à l'École polytechnique, sont une catégorie de « fous » (et il y en a parmi les correspondants d'Élie Cartan).

La relativité. La popularité de la théorie de la relativité évoquée au chapitre 7 ne pouvait manquer d'attirer aussi l'intérêt des amateurs et Élie Cartan reçut de leurs nouvelles, un correspondant néerlandais avait inventé en 1928 une nouvelle théorie de la mécanique céleste, un ingénieur-chef de la Compagnie des chemins de fer Paris-Orléans envoya en 1929 des considérations sur la tension constante dans l'éther, un autre entretint en 1934 une longue polémique sur la simultanéité (et ses lettres furent rangées dans une chemise sur laquelle il était identifié (par Henri Cartan) comme « adversaire de la relativité »). Un ingénieur-chef des Ponts-et-Chaussées, qui travaillait au Ministère de la Marine, alla voir Picard pour lui proposer une thèse « sur la recherche des groupes du mouvement compatibles avec le postulat de relativité » et Picard accepta de présider le jury... à condition que Cartan lise le

mémoire. S'ensuivit une longue discussion en 1926, parce que l'ingénieur-chef, faisant et refaisant ses calculs, ne comprenait pas pourquoi les transformations de Lorenz formaient un groupe, et même montraient qu'elles n'en formaient pas un. Cartan lui accorda un rendez-vous et réussit à le convaincre que son travail n'avait aucun intérêt... et il ne passa pas de thèse. Je ne sais pas quel adjectif appliquer à la méthode de Picard, mais clairement, Cartan était trop gentil.

Une suite de lettres vraiment désopilantes émane d'un journaliste anglo-saxon qui, de passage à Paris en septembre 1929, voulait absolument voir Élie Cartan, l'invitait au Café de la Paix, place de l'Opéra, jeudi prochain à midi et quart, l'attendait jusqu'à une heure et demie en vain (pendant que Cartan le cherchait à son domicile), déplaçait le rendez-vous au jeudi suivant, puis décommandait car il devait se rendre d'urgence à Londres, revenait et essayait de joindre Cartan en téléphonant au concierge de l'École de physique à l'heure où il finissait son cours mais le ratait encore... Quelques mois plus tard, le même était à Nice et envoyait son mémoire sur les postulats d'Euclide, précisant : « je pense que dans ce mémoire vous trouverez la solution de toutes vos difficultés », et ajoutant par exemple : « Vous y verrez aussi la façon originale dont je traite d'angle droit et de perpendiculaire. »

Marcel Dufour n'était pas exactement un fou. C'était un professeur de médecine, qui avait auparavant fait des études de physique (à l'ENS, où il était entré en 1888 comme Pierre Weiss, d'où il était sorti agrégé en 1893, comme Aimé Cotton et Pierre Weiss). Ses articles de mathématiques n'étaient pas délirants, ils étaient même justes. Ils portaient d'ailleurs sur des sujets moins susceptibles d'erreur que ceux mentionnés ci-dessus — et aussi moins intéressants. On reconnaîtra peut-être sa spécialité en médecine, l'ophtalmologie, dans ses pinceaux de normales... Mais Cartan devait être trop gentil, qui sait si les articles de Dufour n'étaient pas passés par son ami Aimé Cotton..., et Adolphe Buhl aussi, de sorte qu'ils sont parus tous les deux dans *l'Enseignement mathématique*, après avoir fait l'objet de pas mal de commentaires dans la correspondance entre Cartan et Buhl dans les années 1927–30.

Thèses

De courte et utilitaire (choix d'un jury, demande d'un rendez-vous pour discuter d'un sujet de seconde thèse, essai de fixer une date de soutenance), la correspondance relative aux thèses peut devenir longue, intime, pénible. Un des mathématiciens dont Élie Cartan présida le jury de la thèse, Louis Long, est ainsi l'auteur de plus de trente lettres reçues par Cartan entre 1925 et 1931,

dont la moitié entre le 31 janvier 1925 et novembre 1926, où la soutenance eut lieu.

Il faut dire que ce garçon avait joué de malchance. Mobilisé et tombé malade pendant la première guerre mondiale (mais pas blessé), il avait passé l'agrégation en 1920, mais sans avoir droit au concours spécial. Nommé au lycée de Rennes, il avait commencé une thèse sous la direction (et avec les méthodes) de Claude Guichard. Il l'avait pratiquement terminée lorsque Guichard mourut. Quand Long commença à s'occuper de son éventuelle soutenance, on lui conseilla de « s'affranchir » des méthodes « un peu spéciales » de Guichard. Après de pénibles péripéties, il finit par soutenir sa thèse le 16 novembre 1926, devant un jury constitué de Cartan, Vessiot et Montel. Entretemps, Long, qui voulait un poste dans le secondaire, avait commencé à essayer de se faire inscrire sur une liste d'aptitude — et à imaginer que tel ou tel membre du Comité consultatif lui en voulait et voterait sans doute contre lui. Tout ceci fut l'occasion, ou la raison, de nombreuses lettres, auxquelles il est plus que probable que Cartan répondit avec gentillesse. La soutenance n'avait sans doute pas été très brillante ; Long écrivit qu'il avait été gêné par le bruit de la rue et que c'était pour ça qu'il n'avait pas bien répondu aux questions du jury. Pour cette raison, ou parce que la thèse n'était pas brillante, ou parce qu'elle était démodée, il n'obtint pas la mention « très honorable », ce qui suffisait sans doute à l'écarter de la liste de qualification. Long, qui avait perdu sa femme et avait deux jeunes enfants, partit pour Téhéran, espérant au retour trouver un poste dans une université française...

Comme le monde est petit, Long avait une sœur qui avait brièvement été infirmière à l'hôpital 103 — et participa à la correspondance.

Suites de la grande guerre

La grande guerre avait fait 1.400.000 blessés en France, ce qui se voyait dans le paysage. Pour beaucoup d'entre eux, les suites furent longues et douloureuses. Cette évidence, d'une grande généralité, trouva sa place aussi dans la correspondance d'Élie Cartan, qui de cela témoigne aussi. C'est comme ancien responsable de l'hôpital 103⁽¹³⁾ qu'il reçut, aussi tardivement qu'en mai 1925, une lettre de Pierrette Filloleau. Cette dame avait servi comme infirmière dans cet hôpital sous le nom de Pierrette Naudet. C'est là qu'elle avait fait connaissance de son (futur) mari, un blessé qui était soigné dans cet hôpital, et qu'elle désigna dans sa lettre comme « le fameux blessé à la tête de fusée dans le poumon ». En mai 1925, il venait de subir sa dixième opération... Madame Filloleau était à la recherche d'une radio des poumons effectuée en

⁽¹³⁾ Voir le chapitre 5 et en particulier page 58.

décembre 1918 à l'hôpital 103, dont elle se souvenait que la plaque montrait des taches suspectes. Elle écrivait à Élie Cartan pour lui demander s'il savait ce que les plaques étaient devenues après que l'hôpital avait été fermé. Cartan l'aiguilla vers l'UFF, elle le remercia et la correspondance s'arrêta.

Lettres de Finikov — des nouvelles de l'URSS

Sergei Pavlovich Finikov, qui écrivait son nom « Serge Finikoff », était un géomètre russe et un homme cultivé et délicat. Il travaillait beaucoup, et il aimait beaucoup Élie Cartan et sa famille. La réciprocité était sans aucun doute vraie, mais nous n'avons pas les lettres de Cartan. Ils ont commencé à correspondre, pour ce que nous en savons, en 1926, lorsque Finikov a eu besoin d'une lettre de Cartan pour demander son visa, celui de sa femme et celui de sa fille, pour venir passer quelques semaines à Paris. À Paris, la famille Finikov arriva le 13 juin 1926 et habita à la pension Parisiana, 4 rue Tournefort, adresse sans doute transmise par Nicolai Lusin, qui y avait lui-même habité quelques mois plus tôt⁽¹⁴⁾. En juin, le cours de Cartan était terminé. Finikov aurait bien aimé rester à Paris, assister au cours du semestre suivant, mais son autorisation de quitter son poste en Russie avait pris fin. La famille prit donc le chemin du retour, au mois d'août, en passant par les Alpes françaises et l'Italie. C'est à Cortina qu'un télégramme apprit à Finikov qu'il pouvait passer le semestre d'hiver en France. Hélas il avait quitté le territoire français, il lui fallut donc de nouveaux visas, de sorte qu'il y eut de nouvelles demandes de lettres, et que la famille Finikov revint à Paris au début du mois de septembre.

Ainsi, il put écouter le cours de Cartan, comme il le souhaitait tant. Il prit même des notes, qu'il traduisit en russe pour ses étudiants⁽¹⁵⁾, puis qu'il publia, en 1960⁽¹⁶⁾. Le cours de Cartan portait, en 1926–27, sur la théorie du repère mobile.

Pendant son séjour, la famille Finikov fut reçue chez les Cartan au Chesnay et assista, ou même participa, à leur vie familiale. Par exemple, les Finikov furent invités le 7 novembre. C'était un dimanche après-midi, de sorte que les enfants Cartan étaient présents,

nous avons joui de la compagnie des jeunes et de leur musique
se souvint Finikov le 25 mars 1927. Ils furent aussi invités le jour de Noël,

⁽¹⁴⁾ Comme sa correspondance avec Arnaud Denjoy le montre. Voir [257, Lettre du 20 février 1926]. D'après Pierre Dugac, cet hôtel existait encore pendant les années 1970.

⁽¹⁵⁾ Ajoutons que, parmi ses étudiants plus tardifs, on trouve Akivis et Rosenfeld, les auteurs de la « biographie soviétique » d'Élie Cartan [4]. Ainsi ceux-ci étaient-ils des « petits-enfants » mathématiques d'Élie Cartan.

⁽¹⁶⁾ Et qui devinrent, beaucoup plus tard, le livre [239]. Voir page 120.

nous revenons souvent aux souvenirs du jour de Noël 1926 que nous y avons passé

devait-il écrire le 27 décembre 1934.

Rentré à Moscou, Finikov maintint le contact avec Élie Cartan, tâchant d'en faire bénéficier ses collègues. Ainsi Élie Cartan fut-il élu membre de la Société mathématique de Moscou (lettre du 28 novembre 1927), il envoya des tirés à part de ses articles pour la bibliothèque de cette société, etc. Il s'occupa aussi d'organiser des échanges entre la Société mathématique de France et celle de Moscou.

Puis Élie Cartan se rendit en U.R.S.S. :

Nous vous attendons à Moscou le 15 juin au matin, n'est-ce-pas ?

lui écrivit Finikov le 29 mai 1930. Pendant ce séjour, la femme de Finikov dut aider Cartan à choisir une fourrure (bonnet ? étole ? manteau ?) pour ramener à Malise :

Ma femme est très contente d'apprendre que la fourrure a plu à Madame Cartan

écrivit Finikov le 21 juillet 1930. Après son retour, en novembre 1930, Cartan envoya un exemplaire de sa thèse, qui était introuvable en librairie. Finikov s'occupa de la publication et de la traduction en russe (qui accompagnait le texte français original) des textes du congrès⁽¹⁷⁾. XX pas clair

La correspondance était suivie, Finikov prenait des nouvelles de tous les enfants, espérant que « le cœur malade de M. Louis » allait mieux, commentant gentiment le fait que « Mademoiselle Hélène » était fatiguée, en émettant l'opinion qu'on apprend plus à la maison, et que c'est moins fatigant que l'école. Il félicitait Élie Cartan des succès universitaires d'Henri, des succès musicaux de Jean. Il racontait les mésaventures qui lui étaient arrivées en partant en vacances dans le Caucase. Il suivait en imagination le voyage d'Élie Cartan au printemps 1931 (voir le chapitre 16). Il est clair qu'Élie Cartan répondait gentiment et prenait lui aussi des nouvelles. Jean Cartan lui-même écrivit.

Les discussions portaient sur les mathématiques, bien sûr, et dans ce cas beaucoup sur la méthode du repère mobile, mais aussi sur des sujets un peu annexes mais quand même intéressants. Par exemple, au moment de publier les articles du colloque de Kharkov, Kagan pensa, et Finikov transmit, que ce serait mieux qu'il y ait une liste de références bibliographiques à la fin de l'article⁽¹⁸⁾ et, bien sûr, Cartan fit ce qu'on lui demandait. Plus tard, il

⁽¹⁷⁾Dans XX.

⁽¹⁸⁾Cette façon de faire, considérée aujourd'hui comme une règle universelle dans les publications mathématiques, ne l'était pas à cette époque.

fut question de la place de la méthode du repère mobile dans l'Encyclopédie soviétique⁽¹⁹⁾. Le 5 mai 1934, Finikov résuma la situation ainsi :

Une forte école tensorielle qui est ici représentée par M.Kogan [Kagan] est encline à voir dans vos travaux une branche du calcul tensoriel. J'ai soutenu une autre thèse. Je trouve que la méthode du repère mobile et des formes extérieures est tout à fait indépendante et doit remplacer les longues et fatigantes discussions tensorielles avec des indices en haut, en bas, à droite, à gauche, juste sur la lettre, juste sous la lettre, etc.

La rédaction a résolu de consacrer un fascicule séparé à votre méthode, mais on n'a pas encore décidé dans quel volume il sera placé : dans celui de M.Kogan du calcul tensoriel ou dans le volume de géométrie différentielle qui sera publié sous ma direction.

Sa femme envoyait des poupées, une tasse en vieille porcelaine russe pour Hélène. Il mentionnait l'« auto » :

je désire que M. Jean se remette bien vite de son indisposition pour jouir de l'auto en compagnie de ses frères

et bien sûr la maladie de Jean et sa mort :

Le terrible faire-part nous a ébranlés profondément [...] vous me disiez, dans votre dernière lettre, que votre fils était au sanatorium pour une maladie de poitrine, et en voie de guérison

et, quelques mois plus tard

votre charmante lettre a causé une vraie joie. Nous sommes heureux d'avoir de bonnes nouvelles de vous et de votre chère famille. Nous espérons que la santé de Madame Cartan est complètement remise. J'espère que M. Louis a bien profité du repos si nécessaire après le rude travail de l'hiver. Je ne peux me figurer Mademoiselle Hélène grande personne : pour moi c'est toujours la charmante fillette un peu gourmande, espiègle et spirituelle dont les propos enchantaient tout le monde.

J'admire Monsieur Henri et le travail qu'il consacre à la mémoire de son frère dont le beau talent s'est éteint dans son épanouissement.

Pour moi je voudrais bien avoir une de ses compositions pour piano, pas trop difficile à exécuter. La musique me rappellerait cette charmante après-midi au Chesnay où il a chanté et joué pour nous.

Après avoir reçu la partition demandée :

Quant à la musique elle nous charme les longues soirées d'automne. C'est la seconde partie de la sonate que j'ai surtout pu comprendre

⁽¹⁹⁾ C'était un temps d'encyclopédies.

et admirer d'autant plus que c'est la partie la plus facile à exécuter, mais j'ai écouté le Hymne dans l'exécution d'une pianiste de qualité et il m'a frappé par son ton majestueux et vibrant. Cette dame nous a même promis d'exécuter la sonate tout entière après l'avoir étudiée et je pressens la beauté de la dernière partie si passionnée. La berceuse nous a tous charmés par sa douceur mêlée d'amertume. Combien elle nous rappelle le cher artiste qui n'est plus !

Enfin, le 23 décembre 1932 :

Ma femme et moi suivons en pensée les premières exécutions du *Pater* et nous regrettons de ne pas pouvoir y assister. La petite *Berceuse* dont nous avons parlé charme souvent nos longues soirées d'hiver.

Finikov donnait aussi des nouvelles de ses collègues que Cartan avait rencontrés à Paris, par exemple Nicolai Lusin et Nina Bari, qui étaient venus en 1926 pour l'un et 1927 pour l'autre (et qui, eux aussi avaient été invités à passer une après-midi chez les Cartan). Le courrier fonctionnait bien, les lettres et les paquets postaux (livres, poupées ou porcelaines) arrivaient sans encombre, on pouvait écrire de Moscou le 5 avril qu'on avait reçu la lettre du 22 mars⁽²⁰⁾.

Les difficultés administratives, déjà apparues du côté français lors de l'évocation des demandes de visas en 1926, ne manquèrent pas du côté soviétique. Par exemple, Finikov ne put se rendre à Bologne parce qu'un passeport lui fut refusé (lettre du 14 novembre 1928). En réalité, la situation semble s'être dégradée au cours de cette période, et les lettres de Finikov l'indiquent sans que jamais il soit très explicite. Le 8 avril 1931, il annonce en même temps la mort de Nicoladze⁽²¹⁾, que Lusin a presque tout quitté⁽²²⁾, que Nina Bari est très absorbée par son activité pédagogique et que l'équipe qui s'occupe de la publication de l'article XX de Cartan a changé. Il ne dit pas qu'Egorov a dû quitter la présidence de la Société mathématique de Moscou et la direction de l'Institut de mathématiques⁽²³⁾. Il ne dit pas non plus qu'il a été arrêté (en raison de ses convictions religieuses). Lorsqu'il meurt à Kazan, Finikov annonce sa

⁽²⁰⁾ Même une lettre envoyée par Cartan d'Amérique en 1936 arriva normalement.

⁽²¹⁾ G.N. Nicoladzé, né en 1888, avait passé une thèse à Paris le 9 juin 1928. Cartan présidait son jury.

⁽²²⁾ En effet, il avait abandonné son poste de professeur à l'Université et la vice-présidence de la Société mathématique. Le printemps 1931, pour les mathématiciens soviétiques, ce fut la résolution « Sur la crise de la mathématique bourgeoise et sur la reconstruction de la mathématique en U.R.S.S. », votée le 9 juin 1931. Voir [?].

⁽²³⁾ Une des toutes premières lettres russes conservées par Élie Cartan était signée par Dmitri Egorov, c'était une demande (le 4 décembre 1923) de participer au comité scientifique qui publiait les œuvres de Lobachevski.

mort sans plus d'information dans une lettre à Cartan (le 29 septembre 1931), toujours sans mentionner ni emprisonnement ni grève de la faim, ni conditions de cette mort. Lui-même ne travaille plus à l'Institut de mathématiques⁽²⁴⁾ mais à l'Institut d'électrotechnique puis d'« automobilistique » (lettre du 28 décembre 1931) :

comme la mathématique est à peu près la même dans toutes ses applications, ce changement n'a pas d'importance

— il est d'ailleurs très content de ses étudiants (lettre du 19 janvier 1931) :

L'Institut automobilistique où je travaille est un établissement vraiment intéressant. Tous les étudiants sont ouvriers de l'usine de construction d'autos. Ils suivent leurs cours après leur journée de travail et il faut admirer l'ardeur avec laquelle ils étudient les différentielles, les intégrales, etc.

Un peu plus tard, le 3 février 1933, il dit aussi, de son séminaire de géométrie riemannienne :

malgré que je ne travaille pas dans l'entourage habituel, j'ai un auditoire assez nombreux qui s'intéresse à ce sujet⁽²⁵⁾

et le 26 octobre 1933

pour moi, je fais toujours des conférences à des écoles industrielles en regrettant parfois mon université.

Cartan revint à Moscou en 1934. Je ne sais pas exactement qui il vit lors de ce deuxième séjour. En tout cas, après son retour il dut demander des nouvelles de ses connaissances. Finikov lui écrivit le 18 janvier 1935, que Kagan avait été élu au soviet de Moscou, et :

M. Lusin va bien. A l'occasion de la nouvelle année il a passé trois jours dans la maison des savants à Bolchevo où vous avez été, comme je crois, en excursion lors de votre séjour à Moscou. Le 20 janvier

⁽²⁴⁾ La notice nécrologique [353] parue à Moscou après la mort de Finikov en 1964 donne très peu de détails sur sa vie. Elle dit en particulier qu'il a toujours été professeur à l'université de Moscou, contrairement à ce que lui-même écrivait dans ses lettres de cette époque, et plus précisément : « In 1906, he graduated from the University of Moscow and remained there throughout his career. In 1918 he was appointed a Professor. From 1953 he was the Head of the Department of Differential Geometry. At the same time he also carried out considerable teaching duties in other institutions of higher learning : the Moscow Institute of Communications, the Moscow City Pedagogical Institute, and later the Lenin State Pedagogical Institute ». J'ai gardé ce texte anglais (traduit du russe) pour ne pas infliger une double traduction aux lecteurs.

⁽²⁵⁾ « In order to promote research in geometry and widen the interests of geometers, Finikov organized in 1933 a scientific research seminar on differential geometry, which from the very beginning acquired great popularity » lit-on dans la rubrique nécrologique [353], où le fait que ceci ne se déroulait pas dans l'entourage habituel n'est absolument pas mentionné.

il ira pour un mois à la Maison des savants à Ouskoïé. D'où suit que les académiciens s'amuse tout autant à Moscou. Melle Bary va bien, comme toujours.

En juin il donna encore des nouvelles des mathématiciens occidentaux en visite, Levi-Civita⁽²⁶⁾, Schouten, Struik, Cohn-Vossen, puis en octobre du congrès de topologie. En avril 1936,

Ici on parle beaucoup du choix de la délégation au Congrès d'Oslo. Hélas on n'a pas donné la place pour la géométrie⁽²⁷⁾.

et à nouveau le 13 mai, après que Cartan ait fait part de ses plans pour l'été :

Plus que jamais je regrette de ne pas aller à Oslo puisque je perds une charmante occasion de me rencontrer avec vous et les vôtres. C'est une bonne idée de passer l'été en Norvège. Ce pays doit être délicieux à en croire Knout Gamsoun [Knut Hamsun] et l'excursion au Cap Nord promet certainement de grandes réjouissances.

J'admire l'habileté de vos dames à conduire l'auto. Pour moi j'ai peur de cette terrible machine qui au moindre contact fait des bonds périlleux.

C'est dommage que vous ne pouvez pas faire le voyage d'Amérique en compagnie de Madame et Mademoiselle Cartan. Voir l'Océan et nos voisins de l'autre bord, ce serait pour ces dames un plaisir de premier ordre. Votre déménagement projeté me cause une certaine frayeur.

Il y avait d'autres contacts, puisqu'une lettre de Vincensini à Cartan datée du 15 octobre 1936 nous apprend qu'il est en train de condenser un manuscrit

de Finikoff sur les déformations à réseau conjugué persistant, destiné au Mémorial des Sc. Math. Le texte de Finikoff donnerait bien 150 pages d'imprimerie et il faut que je le réduise à 60 ou 65⁽²⁸⁾.

Il y eut encore quelques lettres, Finikov commenta la mort de Goursat, le programme 1936-37 du séminaire Julia⁽²⁹⁾ :

⁽²⁶⁾Tullio Levi-Civita a passé un mois en U.R.S.S. À Moscou et Kiev, il a donné des conférences très appréciées. Voir [323].

⁽²⁷⁾Sur la participation soviétique au Congrès d'Oslo, voir page 222.

⁽²⁸⁾Fonds Élie Cartan, archives de l'Académie des sciences. Ce « Mémorial » n'a jamais, me semble-t-il, vu le jour. Paul Vincensini est celui des étudiants de Cartan qui a rédigé le livre [207].

⁽²⁹⁾Ce que l'on a appelé l'« affaire de l'Académicien Lusin » avait commencé à Moscou. Finikov n'en parle pas. Sans doute Cartan non plus. Les noms de Lebesgue et Borel (à propos de la théorie des fonctions) apparurent dans cette affaire, mais pas celui de Cartan. Nous n'en dirons donc pas plus ici. Voir [377, 259, 300, 301].

L'entreprise de M. Julia m'intéresse grandement ; c'est une idée brillante que d'exposer au séminaire les travaux de M. Cartan. Je ne crois pas qu'une année suffise pour les examiner tous.

la maladie d'Henri Cartan, la naissance des deux petits-enfants, Annette et Jean Cartan. Il espère revoir Cartan lors d'un congrès de géométrie qui doit être organisé en 1938. Il y a une dernière lettre le 22 juin 1937, puis plus rien.

Pourtant, Cartan a été lauréat du prix Lobachevski en 1937. Il est difficile d'imaginer que Finikov n'ait pas souhaité féliciter son ami.

Il n'est pas absolument certain qu'il n'y ait pas eu d'autres lettres, qui n'auraient pas été conservées. Il y eut en tout cas un télégramme de Finikov en 1939 au moment du jubilé d'Élie Cartan.

CHAPITRE 16

CONGRÈS, INVITATIONS, VOYAGES

Ici il s'impose de parler, même brièvement, des voyages qu'Élie Cartan a faits au cours de sa carrière, dans un monde en mouvement. De Jacques Hadamard, qui vécut une longue vie de presque cent ans, on a pu dire qu'il était né au temps des diligences et mort au cours de celui des Spoutniks⁽¹⁾. Élie Cartan n'était plus jeune que de quatre ans, il est mort avant 1957, mais ça ne l'a pas empêché de voyager beaucoup. Dans ce chapitre, nous faisons un point de ce que nous savons de ses déplacements.

Contextes

Pour rendre un peu clair le contexte de tous ces voyages, il n'est peut-être pas inutile de rappeler brièvement les conditions matérielles dans lesquelles ils se déroulaient. Pour penser au déplacement à Toronto des mathématiciens européens se rendant au Congrès international en 1924, il n'est pas inutile de penser que ce temps était plus proche de celui du *Tour du monde en quatre vingt jours*, paru en 1873 que de celui de *Small world* (1984) — a fortiori que celui des vols sans escale Paris-Séoul de 2014. Aller à Toronto, c'était prendre le train jusqu'au Havre, le paquebot jusqu'à New York puis à nouveau le train jusqu'à Toronto.

Un des « élèves » d'Élie Cartan, Philippe Le Corbeiller, qui soutint sa thèse en mai 1926, était (ancien polytechnicien et) ingénieur des télégraphes et travaillait à la Direction de la télégraphie sans fil au sous-secrétariat d'état des postes et télégraphes, eut l'occasion, pour des raisons professionnelles, de se rendre en Suède, aller et retour en avion, en juin 1926, comme il l'écrivit à Élie Cartan. C'était alors un moyen de transport complètement exceptionnel.

⁽¹⁾Dans la chronologie de [10].

Aller à Moscou est encore plus difficile à imaginer. Même le voyage en avion de 1945 était bien différent des vols Paris-Moscou du XXI^{e} siècle. Combien d’escales, en 1945, entre Paris et Moscou ? Et où faisait-on escale dans l’Europe dévastée de juin 1945 ?

Il n’est même pas facile de réaliser ce qu’était un voyage à Rome en 1908. Il m’est arrivé une fois d’utiliser, pour en parler, pour l’imaginer, le célèbre voyage en train Paris-Rome de *la Modification*⁽²⁾ mais celui-ci s’était déroulé presque cinquante ans *après* le congrès de Rome et il est possible que la situation ait déjà été très différente.

Et que dire d’un Paris-Belgrade en 1940 ? dans une Europe en guerre ?

Les sources pour ce chapitre sont la correspondance d’Élie Cartan (le fonds conservé aux archives de l’Académie des sciences et les lettres roumaines publiées⁽³⁾), les actes des congrès internationaux⁽⁴⁾ et d’autres sources ponctuelles indiquées à leur place dans le chapitre.

1900, Paris. Élie Cartan participa au deuxième Congrès international des mathématiciens qui se tint à Paris en 1900. C’était bien un « voyage » puisqu’il était alors maître de conférences à Lyon. Dans ce congrès, il ne fit pas qu’assister à la célèbre conférence au cours de laquelle Hilbert posa ses problèmes pour le XX^{e} siècle. Les résultats que Killing et lui avaient obtenus sur la classification des algèbres de Lie furent dûment cités par Dickson, venu de Chicago, dans son exposé « The known systems of simple groups ». Il fit lui-même un exposé, le 9 août « Sur l’intégration des systèmes d’équations aux différentielles totales » (comme ces résultats paraissaient dans les *Annales* de l’É.N.S., il ne donna pas d’article aux actes du congrès). Et il servit de secrétaire à la section « arithmétique et algèbre » dont le président était Hilbert.

Il visita certainement l’Exposition universelle... même si nous n’en avons pas de preuve.

1908, Rome. Élie Cartan n’avait pas participé au premier congrès international des mathématiciens à Zurich en 1897 (peut-être était-il trop jeune ?). Pendant l’été 1904 il avait eu une raison familiale sérieuse (la naissance de son fils Henri) de ne pas se rendre à celui de Heidelberg. Mais il se rendit à Rome en 1908. Il était accompagné de Malise et Anna. Les enfants ne sont pas mentionnés sur la liste de participants. Il est donc probable que les deux garçons, Henri et Jean, étaient restés sous la garde de la famille. Le congrès se déroulait au printemps, la semaine avant les Rameaux.

⁽²⁾C’est-à-dire de [39], dans [24].

⁽³⁾Dans le livre [2], dans lequel se trouve aussi une lettre d’Henri Cartan, datée de 1974.

⁽⁴⁾Et, à propos de ceux-ci, le livre [308].

Cette fois, c'est dans l'exposé de Poincaré⁽⁵⁾ que les travaux de Cartan (avec ceux de Lie et Killing) furent mentionnés.

Ce congrès fut celui qui reconnut la place de l'enseignement des mathématiques. Peut-être Anna y participa-t-elle davantage comme professeur que comme sœur de mathématicien.

1920, Strasbourg. Sur ce congrès, voir page 63.

1924, Naples. C'est à un congrès international de philosophie que participa Élie Cartan à Naples du 5 au 9 mai 1924. Il y fit une conférence sur les récentes généralisations de la notion d'espace⁽⁶⁾. Nous avons peu de détails sur ce voyage. Une carte à Levi-Civita, datée du 6 juin 1924, nous apprend que Cartan ne s'est pas arrêté à Rome :

Je vous remercie vivement de votre aimable carte. J'avais espéré en effet vous voir à Naples et il m'a été malheureusement impossible de m'arrêter à Rome.

Mais j'espère avoir le plaisir de faire bientôt votre connaissance à Toronto où vous devez aller je crois⁽⁷⁾.

Levi-Civita n'est d'ailleurs pas allé à Toronto non plus, et les deux hommes ne se rencontrèrent que quatre ans plus tard, à l'occasion du congrès de Bologne.

1924, Toronto. C'est aussi en raison de désaccords sur le boycott des mathématiciens allemands que le Congrès se tint au Canada et pas aux États-Unis, comme il en avait d'abord été question⁽⁸⁾.

Cartan se rendit à Toronto, ainsi que la plupart des participants français, Guido Fubini⁽⁹⁾ et sans doute d'autres Européens, par le paquebot Suffren, qui faisait la ligne Le Havre-New York. Il est probable qu'il visita les chutes du Niagara, une excursion proposée aux participants le 14 août.

XX ce qu'il y dit.

⁽⁵⁾Le texte fameux « L'avenir des mathématiques » de Poincaré fut lu par Gaston Darboux : Poincaré était malade et n'avait pu se déplacer jusqu'à Rome.

⁽⁶⁾Voir l'article [117].

⁽⁷⁾Accademia dei Lincei.

⁽⁸⁾Si des scientifiques américains avaient bien participé à la réunion de Bruxelles du Conseil international de recherches en 1919 (voir page 62), aucun mathématicien n'était parmi eux, de sorte qu'aucun mathématicien américain ne participa à la réunion qui se tint à cette occasion et fut à l'origine du Congrès de Strasbourg et de la fondation de la première Union mathématique internationale. En 1924, l'*American mathematical Society* était contre le boycott... Mais elle participa en tant que telle au congrès.

⁽⁹⁾Lettre du 5 juillet 1924, fonds Cartan, archives de l'Académie des sciences.

Il reste que certains mathématiciens ne se rendirent pas à Toronto parce qu'ils étaient contre le boycott. Ainsi de Jan Arnoldus Schouten, qui le rappela dans une lettre de 1939 (voir ici page 248).

1925, Grenoble. (afas) De ce congrès annuel de l'A.F.A.S., tenu à Grenoble (ce qui n'est pas un très long voyage, surtout depuis Dolomieu), nous savons que Cartan avait envoyé un article trop long, puisqu'il reçut une lettre de rappel à l'ordre qui lui demandait de le raccourcir...

Une parenthèse, sur l'A.F.A.S. ... puisque c'est la première fois que cette association apparaît dans ce livre. L'Association française pour l'avancement des sciences, dont la devise était « Par la science pour la patrie », avait été fondée en 1872 (après la défaite de 1870, donc) par des scientifiques, des industriels et des financiers, pour « rénover le pays par les études et l'esprit scientifique », comme le dit Armand de Quatrefages de Bréau (un des scientifiques en question). Le but était de valoriser l'image de la science aux yeux de l'ensemble de la société française. Elle s'est consacrée à des actions de divulgation scientifique en faisant intervenir des scientifiques prestigieux. Elle a fait se rencontrer industriels et scientifiques mais aussi classes moins aisées, amateurs et professionnels et, comme la liste de ses congrès annuels qui figure ici le montre, elle s'est appliquée à donner toute sa place à la province.

1926, Lyon. (afas) Congrès que Cartan présida.

1927, Berne. Le 7 mai 1927, Élie Cartan participa à une séance de la Société mathématique suisse à Berne. C'est à cette occasion qu'il rencontra Hermann Weyl, avec qui il était en correspondance. Sur la discussion qu'ils eurent ce jour-là, voir page 133. Élie Cartan parla (en français) de « la théorie des groupes et la géométrie » et Hermann Weyl (en allemand) de « la représentation des groupes continus ». Leurs deux articles parurent dans *l'Enseignement mathématique* (celui de Weyl traduit en français par Ferdinand Gonseth)⁽¹⁰⁾.

1928, La Rochelle. (afas)

Le congrès international de Bologne, 1928

Après le boycott... La préparation du Congrès international des mathématiciens qui se tint en 1928 à Bologne demanda beaucoup d'efforts de diplomatie. Le boycott des Allemands n'avait plus aucun sens (à supposer qu'il en ait eu

⁽¹⁰⁾Il s'agit de [147] et de [373].

un...) dix ans après la fin de la guerre et alors que beaucoup de jeunes Européens (et en particulier de Français) s'étaient rendus en Allemagne. Il était bien clair qu'on ne pouvait pas se passer de l'algèbre moderne (par exemple...). Les organisateurs du congrès de Bologne invitèrent donc les mathématiciens allemands. Mais, à Strasbourg s'était constituée une « Union mathématique internationale » qui, bien sûr, excluait les « puissances centrales ». Il fallut donc faire avec Émile Picard, l'âme du boycott. Le grand homme était impressionnant. Pincherle, qui organisait le Congrès, fit vérifier la lettre qu'il écrivait à Picard par Élie Cartan (et sans doute aussi par d'autres) :

Je veux expliquer, par cette lettre, pour quels motifs il n'est pas possible de s'en tenir aux façons de Strasbourg et de Toronto, et je ne doute pas que tous les savants qui tiennent à renouer d'une façon normale les rapports internationaux, ne jetteront pas l'anathème sur les façons dont nous avons procédé pour l'organisation du Congrès.

Le Congrès se tint. Sans Picard (mais personne n'attendait rien de la contribution scientifique du pontife). Sans Picard, mais avec Hilbert. La participation allemande n'était pas allée d'elle-même du point de vue allemand non plus. L'histoire de la contribution (scientifique) de Hilbert au Congrès mériterait d'être faite de façon plus sérieuse. Contentons-nous de mentionner ici l'ire d'Adolphe Buhl (le « malaise créé par Hilbert »), ire qu'il rendit publique dans les *Souvenirs de Bologne* que publia *l'Enseignement mathématique* et qui peut-être traduisait un malaise plus général. Le XX de la conclusion XX.

Interventions d'Élie Cartan. C'est lui qui lut l'exposé d'Émile Borel (qui n'avait pas pu venir) sur le calcul des probabilités et les sciences exactes, en session plénière.

Le mercredi 5 septembre, dans une session que présida Blaschke et qui commença à 16 heures, il fit deux communications, l'une sur les espaces clos admettant un groupe transitif clos fini et continu et l'autre sur la représentation géométrique des systèmes matériels. Il intervint aussi dans la discussion, à propos d'un exposé de Hlavatý. Les deux exposés donnèrent lieu à deux articles⁽¹¹⁾.

Bologne dans la correspondance de Cartan. Dans la correspondance d'Élie Cartan, le congrès de Bologne apparaît,

– parce que Finikov, le 17 janvier 1928 espère y aller et le 14 novembre explique qu'il n'est pas venu parce qu'on lui a refusé un passeport⁽¹²⁾,

⁽¹¹⁾Il s'agit de [160, 159].

⁽¹²⁾Il y avait trente-sept participants venus d'Union soviétique (de Russie et d'Ukraine), parmi lesquels Lusin et Nina Bari.

- par Buhl, qui ne passera pas par Dolomieu pour y aller (29 mai), puis qui se souvient comme toute la famille Cartan avait l'air heureux⁽¹³⁾,
- par une lettre de Cartan à Levi-Civita (le 11 juin) dans laquelle il envoie le titre de sa conférence,

Monsieur et cher collègue,

Je vous envoie ci-inclus le titre d'une communication pour le congrès de Bologne. Elle pourrait s'inscrire indifféremment dans la section de mécanique ou dans celle de Géométrie.

Vous voudrez bien excuser mon retard, le délai réglementaire d'inscription des communications étant déjà expiré.

Je me réjouis à la pensée de faire bientôt votre connaissance à Bologne et je vous prie d'agréer Monsieur et cher collègue l'expression de mes sentiments très dévoués⁽¹⁴⁾.

- par Fubini, qui demande s'ils s'y verront (le 5 juillet),
- et par Čech, qui va y aller et espère y faire la connaissance d'Élie Cartan (lettre non datée), puis qui se réjouit de l'avoir faite (lettre non datée),
- par Delens qui y est allé mais n'a pas osé parler de sa situation à Élie Cartan (mais en parle dans sa lettre du 8 septembre),
- par Godeaux, qui en a profité pour parler de Lepage à Cartan (22 mars 1929),
- et aussi par Gustave Juvet, qui s'est souvenu de Bologne lorsque Jean Cartan lui a rendu visite à Lausanne (7 février 1931),
- par Ugo Amaldi, parce qu'ils se sont (enfin !) rencontrés là⁽¹⁵⁾.

Après Bologne, Élie Cartan et ses trois fils ont passé trois jours à Florence et trois à Venise, comme nous l'apprend la même lettre à Ugo Amaldi. C'est cette lettre aussi qui annonça la maladie de Jean (voir page 111).

La publication d'un article, l'année suivante, dans les comptes rendus du cercle mathématique de Palerme est sans doute liée elle aussi au congrès de Bologne. Une lettre d'Ettore Bortolotti sur le papier à entête du Congrès, datée du 1^{er} décembre 1928, nous renseigne sur ce point :

Mon cher Maître,

⁽¹³⁾D'après la liste des participants, Élie Cartan était accompagné de Jean et de Louis, mais Henri Cartan était là aussi, congressiste à part entière. Ni Malise, ni Hélène n'étaient là. Comme nous l'avons dit page 105, c'est à Ravenne et à cette occasion que Jean Cartan avait trouvé l'idée de son *Hommage à Dante*.

⁽¹⁴⁾Accademia dei Lincei.

⁽¹⁵⁾[322, p. 185].

Nous voulons bien publier aussi votre communication : « Sur la détermination d'un système orthogonal complet dans un espace de Riemann symétrique clos » et si elle dépassera la limite des huit pages, cela ne fera rien ! Je vous prie seulement, s'il est possible, de partager la communication en deux, qui ne prendron[t] pas plus de 12 pages, à ce que vous m'avez écrit, de la sorte on ne dépassera que de peu la limite que nous avons fixée ! Du reste, s'il s'agit, ou s'il peut se faire passer pour un rapport, une mise au point de la théorie, dans ce cas, il n'y aura plus de limite pour l'étendue du texte. Je vous diras que pour des maîtres tels que vous, il ne peut y avoir de limitations, seulement il nous faut éviter les réclamations de ceux qui se sont étroitement tenus dans les limites que nous avons fixé[e]s.

Vous pouvez bien comprendre que nous avons été tous très contents du résultat du congrès et que nous gardons le souvenir le plus reconnaissant des savants qui ont bien voulu participer à notre congrès et qui nous ont montré tant d'agrément pour le peu de chose[s] que nous avons pu faire pour eux, tandis que c'est bien pour [par] leur intervention que le congrès a pu avoir un si bon succès.

Veuillez agréer les hommages les plus respectueux et les salutations les plus cordiales de votre

Ettore Bortolotti

L'article de Cartan, trente-six pages, est paru en 1929⁽¹⁶⁾.

Premier voyage en U.R.S.S. Moscou et Kharkov, 1930

C'est en juin 1930 qu'Élie Cartan s'est rendu pour la première fois à Moscou. Il avait été question que Malise accompagne son mari,

Ma femme m'accompagnera probablement, si elle peut avoir son visa pour la Russie ! Elle peut se déplacer cette année plus facilement qu'il y a deux ans, et c'est sans doute une occasion à saisir⁽¹⁷⁾ !

Mais pour une raison ou pour une autre, cela ne se fit pas et il voyagea seul. Il est arrivé le matin du 15 juin, ce qui veut dire qu'il a voyagé en train. Il a donné, du 16 au 21 juin, une série de cinq conférences sur la théorie du repère

⁽¹⁶⁾ C'est [162].

⁽¹⁷⁾ Lettre d'Élie Cartan à Ugo Amaldi, 12 février 1930, [322, p. 205].

mobile⁽¹⁸⁾, puis s'est rendu à Kharkov où il a participé au premier congrès des mathématiciens soviétiques. Il faisait partie d'une délégation de mathématiciens français composée de Montel, Denjoy, Hadamard, Mandelbrojt (et lui-même). Il donna une conférence⁽¹⁹⁾. Finikov était allé l'attendre à la gare à Moscou et ils se quittèrent à la gare de Kharkov, le 30 juin ou le 1^{er} juillet, comme nous l'apprend une lettre de Finikov datée du 21 juillet 1930⁽²⁰⁾.

Le grand voyage du printemps 1931

Le printemps 1931 vit un long voyage d'Élie Cartan à l'est de l'Europe. L'Europe qu'il parcourut était bien différente de celle que nous connaissons. Les noms des pays qu'il visita étaient : Roumanie, Pologne, Allemagne, mais les limites de ces pays ont beaucoup changé depuis 1931.

Roumanie. Sur le voyage d'Élie Cartan en Roumanie, nous avons quelques détails. Élie Cartan a voyagé en train. Il est passé par Vienne où il est arrivé à la gare de l'ouest (bien sûr) le 16 avril, assez tôt le matin. Boruvka l'attendait (à six heures et demie). Nous avons une lettre de Boruvka du 7 avril⁽²¹⁾, dans laquelle il fixe ce rendez-vous. Si tous deux s'y sont retrouvés, nous ne pouvons en être sûrs... mais il y avait aussi un rendez-vous de secours un peu plus tard dans un restaurant. Puis Élie Cartan a pris un autre train, vers Cluj. Et la suite nous est connue par une lettre d'Henri Cartan, qui a relu, en 1974, les lettres qu'Élie Cartan avait envoyées à sa famille pendant ce voyage, et les a résumées pour ses collègues roumains, qui préparaient un livre sur Élie Cartan⁽²²⁾ :

Ce séjour avait commencé par une visite à Cluj, du 17 au 19 avril⁽²³⁾ ; il y avait rencontré Bratu, Abramescu, Sergescu, Anghelutza et Jonescu. Arrivé à Bucarest le 20 avril, il devait y rester jusqu'au 30 avril. On y parlait beaucoup de la constitution toute récente d'un nouveau gouvernement formé surtout d'universitaires, et présidé par le Recteur N. Iorga. Les noms qui reviennent tout le temps dans ses

⁽¹⁸⁾Le texte [193], publié en français en 1935, mais dont une traduction en russe par Finikov était parue en 1933 à Moscou.

⁽¹⁹⁾Qui fut publiée comme [171].

⁽²⁰⁾Il y a une minime incohérence entre ces dates et celles données dans la biographie [319] d'Hadamard.

⁽²¹⁾Fonds Élie Cartan, archives de l'Académie des sciences.

⁽²²⁾Lettre d'Henri Cartan à Vranceanu, 20 juillet 1974, publiée dans [2].

⁽²³⁾La date du 17 donne à penser, soit qu'Élie Cartan a dormi à Vienne le 16, soit qu'il a pris encore un train de nuit. Cluj est à environ six cents kilomètres de Vienne.

lettres sont ceux de Tzitzeica⁽²⁴⁾, Pantazi, Germani, Onicescu, et du Doyen Coculescu. Il assiste le 24 avril à une séance de l'Académie (dont le Secrétaire était alors Tzitzeica), en présence du nouveau Président du Conseil Iorga qui lui fait cadeau d'« un livre merveilleux avec gravures ».

Interrompons ici Henri Cartan pour signaler qu'Élie Cartan ne fut pas que spectateur de cette séance, il fut accueilli par un discours de Tzitzeica, auquel lui-même répondit⁽²⁵⁾. C'est peu après cette séance, le 29 mai, que, sur la proposition de Tzitzeica, l'Académie roumaine fit de Cartan un de ses membres honoraires. Et rendons la parole à notre narrateur.

Il fait trois conférences le 21, le 25 et le 30 avril. Entre temps il est très entouré, reçu chez chacun, promené dans les environs. Au départ du train qui devait l'emmener à Jassy [Iași], il écrit : « J'avoue que j'étais un peu mélancolique de quitter Bucarest où j'avais rencontré tant de personnes vraiment très sympathiques et qui avaient tout fait pour me montrer leur sympathie ».

Il devait rester à Jassy du 1^{er} au 5 mai, logeant chez les Myller. Les noms qui reviennent le plus souvent dans ses récits sont ceux de Myller, Mayer et Popovici (l'astronome) ainsi que du Recteur de Jassy qui l'avait accompagné les 3 et 4 mai dans une longue excursion, aux monastères de Neamtz [Neamț], Secu, Agapia, Varatic [Vărațic], avec visite du défilé de Bicaz (où la route était coupée par le torrent).

Sa visite en Roumanie se terminait par un séjour à Cernauți⁽²⁶⁾, du 6 au 9 mai ; il y fut accueilli par Vranceanu, Nicolescu, le Doyen Bratescu, l'astronome Parvulescu (Stoilow et Vasilescu étaient en séjour à Paris, et ses collègues attendaient leur retour...). Là aussi il fut très chaleureusement entouré, et on l'emmena visiter les monastères de Putna, Sucevitza [Sucevița] et Voronetz [Voronet].

Dans une lettre à Vranceanu datée du 7 mars 1931, Élie Cartan avait discuté le contenu des conférences qu'il donnerait à Cernauți :

J'avais songé — et j'en ai même parlé à M. Stoilow qui vous a peut-être écrit à ce sujet — à faire deux conférences sur la théorie des systèmes en involution d'équations aux dérivées partielles linéaires

⁽²⁴⁾ Le nom de ce mathématicien roumain était Gheorghe Țițeica. J'ai gardé partout la graphie Georges Tzitzeica, parce que c'est celle qu'il a lui-même utilisée dans ses publications.

⁽²⁵⁾ Ces deux brefs discours sont reproduits dans le livre [2].

⁽²⁶⁾ Cette ville alors roumaine est aujourd'hui en Ukraine et se nomme Tchernivtsi. Elle est aussi connue sous son nom allemand, Czernowitz, suite à un passé austro-hongrois qui lui avait donné une forte communauté germanophone (d'où est issu, notamment, le poète Paul Celan).

du premier ordre — c'est un sujet qui a une très grande importance pour la théorie de la relativité. Mais à la réflexion il me semble que des étudiants de licence auront beaucoup de peine à suivre une conférence sur des systèmes d'équations aux dérivées partielles à plusieurs fonctions inconnues, alors qu'il est déjà assez difficile pour eux de s'assimiler la théorie d'une équation linéaire à une seule inconnue. Je crois donc qu'il vaut mieux renoncer à ce sujet.

J'ai pensé alors qu'une conférence sur les fonctions sphériques étudiée du point de vue de la théorie des groupes pourrait être suivie plus facilement.

Il suffirait d'une petite préparation, élémentaire du reste, dont les éléments se trouvent souvent d'ailleurs exposés dans les cours de Calcul différentiel et intégral.

Les connaissances qu'il serait bon de leur donner sont les suivantes.

Définition des polynômes harmoniques de degré donné à 3 variables ; propriété de ces polynômes de rester harmoniques par un changement de coordonnées rectangulaires, ou mieux propriété de ces polynômes de subir une substitution linéaire quand on effectue une rotation autour de l'origine. Quelques notions sur les polynômes de Legendre considérés comme polynômes harmoniques sur la sphère. Notions sur les formes quadratiques et spécialement la réduction à une somme de carrés.

Si par dessus le marché ils ont entendu parler des équations intégrales, je pourrai m'en servir, mais il est inutile de faire un cours là-dessus.

Voulez-vous avoir l'obligeance de parler de cela avec le professeur chargé du cours d'Analyse (je crois que c'est M. Vasilescu) et me dire ce que vous en pensez.

Quant à la conférence, je vous laisse le choix entre une conférence sur les systèmes en involution d'équations aux dérivées partielles et une conférence sur les espaces symétriques, ou encore une conférence sur les polynômes harmoniques sur l'espace projectif complexe, qui serait un prolongement de celle donnée aux étudiants.

Le livre publié plus tard par l'Académie roumaine⁽²⁷⁾ contient une photographie de groupe prise devant l'université de Cernăuți, Élie Cartan, barbiche et moustache blanche, col dur et cravate, bouquet de fleurs, au centre d'une rangée de mathématiciens roumains (Nicolescu, Parvulescu, Vranceanu, Hulubci, Botez), devant une grappe de trente-deux étudiantes et étudiants, qui

⁽²⁷⁾ C'est-à-dire [2], qui contient cette lettre.

ont cet air heureux qu'ont les étudiants qui viennent d'écouter une conférence sur les fonctions sphériques.

Henri Cartan écrit aussi :

Comme il l'écrit lui-même au moment de quitter la gare de Cernauți :

« C'est la fin de mon séjour en Roumanie, qui ne m'aura laissé que des impressions fort agréables et souvent touchantes. »

Comme le fait qu'il écrivit plusieurs fois à sa famille le montre, il était venu seul.

Il quitta Cernauți le 9 mai (un samedi).

Cracovie. Le voyage se continua vers la Pologne et Cracovie où l'attendait son ami Stanisław Zaremba. Celui-ci avait déjà essayé de l'inviter, mais la situation économique difficile de la Pologne pendant les années 1920 ne lui avait pas permis de le faire. En janvier 1931, il avait (enfin !) obtenu les crédits souhaités. Il écrivit plusieurs fois à Cartan pour organiser son voyage depuis la Roumanie (choix des dates — en évitant les vacances de Pâques, du 22 mars au 20 avril —, il irait lui-même attendre Cartan à la gare, contenu des conférences de Cartan — ce fut sur le repère mobile, les auditeurs connaissaient les formules de Frénet).

Cartan dut rester une semaine à Cracovie. Le 17 mai au soir, il arriva à Breslau⁽²⁸⁾.

Breslau. Ce sont Radon et Rademacher qui, apprenant que Cartan serait à Cracovie, lui proposèrent de s'arrêter à Breslau pour y donner une conférence. Cette lettre est datée du 24 avril (Cartan la reçut donc à Bucarest). Ils ajoutèrent qu'ils n'avaient pas de quoi payer la conférence, mais que Cartan serait leur hôte. Le 10 mai, Cartan avait accepté l'invitation et Weinstein lui écrivit pour lui proposer de parler le lundi 18 mai au matin. Le sujet était « l'application de la méthode du repère mobile à la théorie des courbes planes ». Weinstein irait chercher Cartan à la gare à 23^h54 et l'emmènerait au Savoy Hotel.

Le 22 mai, Cartan était rentré à Paris, d'où il écrivit, notamment à Vranceanu et à Zaremba (et le 30 mai, Zaremba s'occupait encore, à Cracovie, de sa rémunération).

Ce qui fait :

15 avril Paris → 16 avril Vienne → 17 au 19 avril Cluj
 → 20 au 30 avril Bucarest → 1^{er} au 5 mai Jassy
 → 6 au 9 mai Cernauți → 10 au 17 mai Cracovie
 → 17 au 19 mai Breslau → Paris

⁽²⁸⁾ Cette ville se trouve aujourd'hui en Pologne et se nomme Wrocław. Elle se trouvait (déjà) sur le chemin de Cracovie à Paris.

Beaucoup de kilomètres et de nuits dans les trains...

1931, Nancy. (afas) Le congrès annuel de l'Association française pour l'avancement des sciences se tint à Nancy du 20 au 25 juillet. Élie Cartan donna un exposé sur « Le groupe fondamental de la géométrie des sphères orientées réelles ». Noter qu'Henri Cartan donna aussi un exposé dans ce congrès.

1932, Bruxelles. (afas)

Le congrès international de Zurich, 1932

Préparation. Le 1^{er} octobre 1931, Gustave Juvet, qui appartenait désormais à la rédaction du jeune journal suisse *Commentarii Mathematici Helvetici*, écrivit à Cartan pour lui demander un article pour le faire paraître dans le volume 4 de la revue qui serait distribué aux congressistes, comme cadeau offert par les mathématiciens suisses. Le 8 avril, Engel avait vu qu'Élie Cartan ferait un grand « Vortrag » et écrivit qu'il était d'autant plus triste de ne pouvoir se rendre au congrès.

Ajoutons qu'Élie Cartan était représentant officiel de l'Académie des sciences de Paris à ce congrès.

La grande conférence de Cartan. Elle porta le titre « Les espaces riemanniens symétriques » et commença ainsi⁽²⁹⁾ :

Je me propose de consacrer cette Conférence à une théorie géométrique qui, d'intérêt assez restreint à son origine, s'est révélée en rapport étroit avec différentes branches des Mathématiques : la théorie des groupes de transformations, la théorie des fonctions et la théorie arithmétique des formes, l'Analysis situs.

XX

Ceux que Cartan a rencontrés (dans la correspondance). Le 23 septembre, Dive se désolait de ne pas avoir parlé davantage de mathématiques avec Cartan. Veblen était présent et avait pris des photographies, de Severi, Hadamard et Cartan, qu'il envoya (XX). Par d'autres lettres, nous savons que Cartan a parlé de géométrie de Finsler avec Carathéodory (lettre du 21 novembre) — et certainement avec d'autres (voir page 177).

Il est probable en tout cas qu'il a retrouvé avec plaisir son charmant « premier élève », Edgar Schioldrop, qui était venu de Norvège.

⁽²⁹⁾Du moins c'est ainsi que commence le texte publié [184].

Les Soviétiques. Comme l'a laissé entendre le paragraphe sur les lettres de Finikov (page 194), la situation en U.R.S.S. s'était dégradée, même à l'intérieur de la communauté mathématique. Il semble qu'Élie Cartan s'était inquiété de l'éventuelle absence de Lusin puisque, le 8 février 1932, Rudolf Fueter, qui organisait le Congrès, lui écrivit :

Nous avons déjà écrit au début du mois de janvier à Mr. Lusin pour l'inviter personnellement à venir à Zurich nous faire une conférence ; nous allons lui écrire encore une fois pour essayer d'obtenir qu'il vienne. Nous connaissons les difficultés que nos collègues russes ont à vaincre pour sortir de leur pays.

Comme nous tenons beaucoup à les voir représentés chez nous, nous avons invité un certain nombre de mathématiciens russes personnellement. Nous sommes en relation avec la « Société pour les relations culturelles entre l'U.R.S.S. et l'étranger » à Moscou ; espérons que cela conduira à un résultat positif.

Le résultat est visible dans les actes du Congrès. Celui qui avait remplacé Egorov comme président de la Société mathématique de Moscou, Ernest Kolman, dont les compétences étaient plutôt « politiques » que scientifiques, était présent à Zurich avec son épouse où il représentait, lit-on dans le volume des actes du congrès, la Kommunistische Akademie. Il fit d'ailleurs un exposé sur le calcul différentiel chez Karl Marx. Alexandrov, qui fut le président suivant de la Société mathématique de Moscou, élu justement en 1932, était présent lui aussi. C'est lui qui lut l'exposé de Pontrjagyn (sur la dualité en topologie). Ce sont des mathématiciens polonais, Stanislas Saks et Waclaw Sierpiński, qui lurent les exposés de Nina Bari et de Lusin. Leurs travaux furent évoqués dans d'autres communications (ceux de Lusin dans les Grosse Vorträge de Julia et de Sierpiński lui-même).

Mais nous ne savons pas si Cartan a pu parler avec Alexandrov (d'analysis situs ? de nouvelles des amis ?).

Occasions de se parler. Le congrès était extrêmement bien organisé. Il ouvrit le lundi 5 septembre 1932 au matin. Le soir-même, il y avait un concert dont le programme mérite d'être cité : deux compositeurs suisses vivants, Othmar Schoeck dont on donna un opéra en un acte et en schwiizerdütsch, et Arthur Honegger (deux pièces pour orchestre), plus la symphonie héroïque de Beethoven... Après les conférences du mardi matin, on se rendit l'après-midi,

par un temps superbe⁽³⁰⁾, en bateau sur le lac (de Zurich) jusqu'à l'île d'Ufenau. Les délégués officiels (dont Élie Cartan été) et leurs dames⁽³¹⁾ avaient été officiellement invités au Schlossgut d'Au, les autres participants se contentèrent d'un thé à Rapperswill. C'est le lendemain matin, le mercredi, à 9 heures, que Cartan fit son Vortrag (mais, rassurons-nous, on était rentré à huit heures du soir la veille). Il y eut une séance de photographies le mercredi après-midi et le jeudi fut une journée d'excursions. Les travaux reprirent le vendredi matin avec une conférence de Severi. Le samedi fut studieux lui aussi, mais il y eut le soir des cérémonies officielles (avec la Confédération helvétique), un buffet et un bal. Le dimanche était libre jusqu'à 16 heures — mais c'est à ce moment-là qu'eut lieu l'assemblée de l'Union mathématique internationale (voir ci-dessous) — puis il y eut un thé et encore des formalités officielles (avec la ville de Zurich cette fois). Il y eut un peu de travail le lundi matin, puis le congrès fut clôturé (à midi). Certains des congressistes ne quittèrent pas la Suisse sans monter à la Jungfrau — par un temps délicieux.

Bref, il y eut des tas de moments pour se parler, sur les bateaux, aux thés et aux buffets, au bal, etc.

Cartan échappe à l'U.M.I... Cartan avait réussi à refuser de devenir secrétaire général de l'Union mathématique internationale. Brièvement : Gabriel Koenigs, qui occupait ce poste depuis le congrès de Strasbourg en 1920, mourut le 29 octobre 1931, après une longue période d'inactivité. On avait essayé de le remplacer auparavant, sans succès, cela devint ainsi possible et on chercha un successeur. Le président était alors le Britannique William Henry Young. Il vit Picard à Paris en novembre et, comme il le raconta ensuite à Valiron :

J'avais vu Monsieur Picard, lors de mon passage à Paris au mois de novembre dernier. Il me paraissait tout indiqué d'avoir pour secrétaire général, un mathématicien français. J'hésite de consulter Monsieur Hadamard, et j'ai expliqué à Monsieur Picard qu'il y avait des raisons sérieuses pour ne pas nommer un Juif. Monsieur Picard m'a assuré que Monsieur Cartan n'en était pas un, et il se chargeait de lui en parler, après, si j'ai bien compris, consultation avec ses collègues. Jusqu'à maintenant, pas un mot de sa part⁽³²⁾.

⁽³⁰⁾ Cette mention du temps, comme le reste du paragraphe, vient du compte rendu dans les Actes du congrès. On verra que les organisateurs se sont félicités une deuxième fois du temps qu'il avait fait. Étant moins diplomate que les organisateurs qui avaient réussi à concocter un tel programme de concert, je ferai beaucoup d'efforts pour ne pas ajouter de commentaire météorologique.

⁽³¹⁾ Il faut croire qu'il n'y avait pas de femme déléguée, ou alors...

⁽³²⁾ Lettre de William Henry Young à Georges Valiron, 6 mars 1932, archives Valiron, Institut Henri Poincaré.

Pourtant, Picard avait écrit à Cartan le 24 novembre⁽³³⁾ :

Cher ami,

Ne vous ayant pas aperçu aux deux dernières séances de l'Académie⁽³⁴⁾, je n'ai pu vous parler d'une visite que je viens de recevoir de M. Young, le mathématicien anglais, qui est actuellement Président de l'Union mathématique internationale. Depuis la réunion de Bologne, cette union ne bat plus que d'une aile ; elle n'a ni Secrétaire général (Koenigs, quelque temps avant sa mort, avait donné sa démission) ni Trésorier (Demoulin s'étant aussi retiré). Il n'y a donc plus dans le bureau que Young, Président, et deux Présidents d'honneur (de la Vallée Poussin et moi). Il serait bien utile, surtout à cause du congrès de Zurich, qui risque de se passer tout à fait en dehors de l'Union mathématique internationale, que le bureau fût complété. Voulez-vous prendre la succession de Koenigs ? Ce serait bien désirable. Nous procéderions d'office, Young, de la Vallée Poussin et moi, à votre nomination. Je crois que si vous n'acceptez pas, l'Union mathématique internationale va sombrer ; on prendrait facilement en Suisse un Trésorier (Fehr, par exemple). De cette façon, l'Union mathématique tiendrait son assemblée à Zurich en même temps que le congrès (qui théoriquement devrait en être une émanation) mais au moins les apparences seraient sauvées et la face serait sauvée pour l'avenir. Les situations seraient régularisées à Zurich.

Vous savez l'intérêt que j'ai pris autrefois à ces affaires internationales. Il serait regrettable que l'Union mathématique disparût, alors que les unions internationales de géodésie et géophysique, d'astronomie, de chimie, de géographie, sont très prospères et suivent bien la ligne fixée en 1919.

Bien affectueusement à vous

Émile Picard

Cartan était peut-être indécis, mais il a refusé, malgré le « chantage » (si vous n'acceptez pas, ça va sombrer) et peut-être grâce à la mention de la ligne fixée en 1919. C'est finalement Valiron qui prit le poste.

... mais l'U.M.I. n'échappe pas à son destin. L'assemblée générale qui se tint à Zurich le 11 septembre suspendit l'Union mathématique internationale.

⁽³³⁾ Lettre d'Émile Picard à Élie Cartan du 24 novembre 1931, fonds Élie Cartan, archives de l'Académie des sciences.

⁽³⁴⁾ Le 24 novembre était un mardi. Les dates auxquelles Picard n'a pas vu Cartan sont donc les 16 et 23 novembre. La date exacte du passage de Young à Paris n'est pas connue, mais il semble assez clair que Picard n'a pas consulté grand monde...

Ce sont les organisateurs du Congrès qui formèrent le comité qui décernerait les nouvelles médailles (Fields)⁽³⁵⁾.

1933, Amsterdam. cf lettre Juvet

1933, Chambéry. afas

1933, Nîmes. (22 octobre, Darboux)

Deuxième voyage en U.R.S.S., Moscou, 1934

La deuxième visite de Cartan en Russie eut lieu en mai 1934. Il y fut officiellement envoyé par le Ministère de l'Éducation nationale, qui lui alloua une indemnité de 3 500 Frs⁽³⁶⁾. Il s'agissait d'une conférence internationale sur la géométrie différentielle tensorielle.

Elle se tint à Moscou du 17 au 23 mai. Le voyage, qui ne se faisait pas en avion, devait être assez long. En tout cas, le 14 mai, les archives du séminaire Julia enregistraient déjà que Jacques Hadamard et Élie Cartan étaient absents parce que « en mission à Moscou »⁽³⁷⁾.

Le comité d'organisation était présidé par Kagan et Schouten en était le secrétaire. Cartan donna trois conférences (qui devinrent en 1937 trois articles⁽³⁸⁾), sur les espaces de Finsler le 18 mai, sur les espaces à connexion projective le 20 et, le 23, sur la topologie des espaces admettant un groupe transitif clos. En référence à la lettre que Finikov avait envoyée le 5 mai à Cartan (citée page 196), nul doute que les congressistes comprirent que les méthodes de Cartan n'étaient pas une partie du calcul tensoriel.

Parmi les participants étrangers, on note, outre Cartan, Enea Bortolotti, Schouten, Blaschke, Hlavatý et Kähler. Finikov était présent et donna une conférence sur les invariants de Darboux. Parmi les autres Soviétiques, citons aussi la présence de Kolmogorov, qui donna un exposé de topologie.

Il y eut un programme social et culturel dont il nous reste le fait que, certainement, Cartan, comme Hadamard, visita le chantier du métro⁽³⁹⁾, et que les congressistes, ou peut-être certains congressistes, mais en tout cas au moins Élie Cartan et Vaclav Hlavatý, allèrent voir *le Prince Igor* à l'Opéra,

⁽³⁵⁾Lettre de Fueter à Cartan du 27 septembre 1932, fonds Élie Cartan, archives de l'Académie des sciences.

⁽³⁶⁾Lettre de la direction de l'Enseignement supérieur du 8 mai 1934, fonds Élie Cartan, archives de l'Académie des sciences.

⁽³⁷⁾Voir [22, Exp1-K].

⁽³⁸⁾Précisément [203, 204, 205].

⁽³⁹⁾Voir [319, p. 183].

ainsi que nous l'apprend une lettre de Hlavatý. Cette même lettre, datée du 10 juin 1934, nous apprend que Hlavatý venait de rentrer à Prague, qu'il avait utilisé le plan de Moscou qu'Élie Cartan lui avait prêté et qu'il le lui renvoyait. Peut-être toute cette activité eut-elle lieu le 19 mai, date à laquelle le programme ne comportait pas de conférence. Une autre lettre de Finikov nous apprend que, au cours de ce voyage, Cartan a pris un avion pour se rendre à Velikei Louski, à 445 à l'ouest de Moscou (à mi-chemin de Riga)⁽⁴⁰⁾.

Les lettres de Finikov et de Hlavatý sont aux archives de l'Académie des sciences⁽⁴¹⁾. Les autres informations données ici viennent du compte rendu de cette conférence publié dans *l'Enseignement mathématique* en 1934. On y trouve aussi le grand programme de travail qu'avait mis au point la conférence. Il y avait huit commissions, dont la cinquième s'intitulait « Les méthodes de Cartan dans la géométrie différentielle topologique » et était composée de Blaschke, Cartan, Kolmogorov et Julie Rosanska. En principe, une conférence suivante devait être organisée, au plus tard dans trois ans, c'est-à-dire en 1937...

1934, Hambourg. Le 30 mai 1934, Blaschke écrivit à Cartan une lettre, que celui-ci dut trouver à son retour d'U.R.S.S., pour l'inviter à Hambourg. Il proposait une somme de 300 marks. Le 9 juin, Cartan lui avait sans doute déjà répondu, puisqu'il réécrivit pour préciser les choses : les exposés auraient lieu les 27, 28 et 29 juin à 16 heures, il avait réservé une chambre à l'hôtel *Vier Jahreszeiten* (pour 6 Reichmarks, mais si Cartan voulait une salle de bains, qu'il le dise (je n'ai pas vu la réponse)), et Cartan serait attendu à la gare (il ne dit pas par qui, sans doute par un de ses assistants) le 27 à 8 heures (encore un train de nuit !).

Il y eut un article dans les mémoires de Hambourg, bien sûr⁽⁴²⁾, d'où nous pouvons imaginer qu'au moins un des exposés que donna Cartan porta sur les domaines bornés homogènes de l'espace de n variables complexes.

1934, Liège. Le 6 octobre, jour de la rentrée universitaire à Liège, Cartan fut fait docteur Honoris causa de cette université.

1935, Nantes. Au congrès de l'A.F.A.S. cette année-là, Cartan donna une conférence « Sur une dégénérescence de la géométrie euclidienne »⁽⁴³⁾.

⁽⁴⁰⁾ Il est bien dommage que la biographie « soviétique » [4] ne donne aucun détail sur ce voyage...

⁽⁴¹⁾ Fonds Élie Cartan.

⁽⁴²⁾ C'est [194].

⁽⁴³⁾ Pour une raison ou pour une autre, cet article a été omis dans les Œuvres complètes d'Élie Cartan. Il est reproduit dans le livre [4].

Le congrès de Genève en 1935

Rentrant de Genève le 30 octobre 1935, Élie Cartan écrivit à Ugo Amaldi :

Je rentre d'un voyage à Genève consacré au Colloque international de Géométrie et Topologie organisé par la Faculté des Sciences de Genève. J'ai eu le plaisir d'y rencontrer M. Togliatti⁽⁴⁴⁾ et d'y faire la connaissance de sa charmante femme.

Le colloque a été intéressant ; parmi les étrangers de marque, il y avait Karl Menger⁽⁴⁵⁾, Kuratowski⁽⁴⁶⁾, Nielsen⁽⁴⁷⁾, Hopf⁽⁴⁸⁾, Threlfall⁽⁴⁹⁾, etc.⁽⁵⁰⁾ Il y a eu des défections au dernier moment. Je me suis pour ma part beaucoup instruit et les conférences de mes collègues étrangers m'ont presque toutes ouvert des horizons nouveaux. J'ai fait moi même une conférence sur la « topologie des espaces représentatifs des groupes de Lie, considérés en grand » ; un des principaux théorèmes est intimement lié à la réciproque du 3^e théorème fondamental de Lie, considéré en grand et non pas seulement au voisinage de la transformation identique. Mais il y a encore beaucoup à faire !

Le théorème en question était énoncé ainsi :

⁽⁴⁴⁾ Eugenio Togliatti, venu de Gênes, parla de surfaces algébriques.

⁽⁴⁵⁾ Karl Menger, venu de Vienne, parla de « La géométrie des distances et ses relations avec les autres branches des mathématiques ».

⁽⁴⁶⁾ Kazimierz Kuratowski vint de Varsovie pour parler de connexité locale.

⁽⁴⁷⁾ Jakob Nielsen, de Copenhague, parla de transformations des surfaces (noter que sa conférence est publiée en français — même si les topologues d'aujourd'hui n'ont toujours pas eu l'idée de traduire l'expression *mapping class group*, ce dont il fut question).

⁽⁴⁸⁾ Heinz Hopf vint de Zurich pour présenter quelques problèmes de la théorie des représentations [applications] continues, d'authentiques problèmes de Hopf dont la question de la parallélisabilité des sphères.

⁽⁴⁹⁾ William Threlfall et Herbert Seifert vinrent de Dresde et parlèrent, l'un de la topologie des variétés et l'autre de la théorie des nœuds. Leur livre [345] venait de paraître et l'on attendait celui d'Alexandroff et Hopf [6]. Les deux ouvrages furent ensuite, pendant des décennies, les bibles de la topologie. Noter qu'il fut question de publier une traduction en français de [345], chez Gauthier-Villars ou même en fascicules chez Hermann, mais que cela ne se fit pas (lettre de William Threlfall à Élie Cartan, 12 janvier 1936, fonds Élie Cartan, archives de l'Académie des sciences).

⁽⁵⁰⁾ Ce que Cartan désigne par « les étrangers » n'est pas clair : non suisses ? non français ? À cela près, le « etc. » contient, outre Seifert, de Rham (qui vint de Lausanne et parla des « théorèmes de de Rham » et de courants), Kerékjártó (de Szeged, sur les homéomorphismes des surfaces) et même quelques Français : André Weil et Charles Ehresmann étaient venus de Strasbourg pour parler, l'un de mesures invariantes sur les groupes (il ne donna qu'un résumé de son exposé, qui devait être un Mémorial et parut finalement chez Hermann, comme [360] — voir le chapitre 19) et l'autre des espaces localement homogènes. Ceci pour les exposés dont une trace reste dans le journal *l'Enseignement mathématique*, en 1936.

THÉORÈME FONDAMENTAL. Tout groupe infinitésimal de Lie admet une représentation intégrale simplement connexe dont la variété est le produit topologique d'un ou plusieurs espaces de groupes simples clos et d'un espace euclidien⁽⁵¹⁾.

Ce fut une grande conférence. L'Université de Genève organisa deux conférences internationales de mathématiques en 1935, l'une en juin, sur les équations aux dérivées partielles, que présida Jacques Hadamard (et à laquelle participèrent Doetsch, Vasliesco, Leray et Schauder), l'autre du 21 au 25 octobre, sur « Quelques questions de Géométrie et de Topologie ». C'est Élie Cartan qui présida cette deuxième conférence. Son exposé eut lieu le 21 octobre (probablement à l'ouverture de la conférence). Comme son titre (« Sur la topologie des espaces représentatifs des groupes de Lie » — « en grand » n'est pas dans le titre de la conférence publiée) le montre, on était bien loin du temps où Cartan essayait de se passer de l'analysis situs — je renvoie ici aux discussions avec Hermann Weyl dont il est question au chapitre 11. Le début du texte d'Élie Cartan est d'ailleurs très clair à ce sujet :

La topologie des groupes n'a fait l'objet de recherches suivies que depuis une dizaine d'années. Je m'occuperai presque exclusivement dans cette Conférence des groupes finis et continus de Lie. Les travaux déjà anciens sur la structure infinitésimale de ces groupes fournissent presque tous les éléments nécessaires à l'étude de leurs propriétés topologiques en grand ; réciproquement cette étude éclaire d'un jour nouveau certains théorèmes de nature purement algébrique relatifs à la structure infinitésimale des groupes et à leurs représentations linéaires : dans cette voie, c'est M. Hermann Weyl qui en a été l'initiateur.

La liste des propriétés topologiques des groupes de Lie est celle par laquelle on commencerait un exposé moderne sur le sujet : un groupe de Lie est une variété orientable, son groupe fondamental est abélien, sa caractéristique d'Euler est nulle⁽⁵²⁾, les deux premiers nombres de Betti d'un groupe de Lie compact simple sont nuls, tout groupe de Lie est produit (topologique) d'un espace euclidien et d'un groupe compact. L'article se poursuit par le troisième théorème de Lie (et l'énoncé ci-dessus) et, dans une dernière partie, fait le point sur les « dernières recherches sur les groupes simples clos » : les travaux de de Rham, les résultats de Cartan sur la non nullité du troisième nombre de Betti

⁽⁵¹⁾[200, p. 192]. Toute algèbre de Lie est l'algèbre de Lie d'un groupe de Lie simplement connexe, produit d'un groupe de Lie compact et d'un espace euclidien.

⁽⁵²⁾Car il y a des transformations sans point fixe, les translations à droite, par exemple. La parallélisabilité n'est pas mentionnée.

d'un groupe de Lie simple compact et ses résultats sur les polynômes de Poincaré⁽⁵³⁾ — dont il rappelle qu'il les a démontrés en s'appuyant sur les travaux de Hermann Weyl — et bien sûr les résultats de Brauer (voir le chapitre 12).

Le congrès international d'Oslo, 1936

En 1936, et même plus précisément du 13 au 18 juillet, se tint à Oslo le dixième Congrès international des mathématiciens. Élie Cartan y participa, de façon assez éclatante.

Les nouvelles médailles. La préparation avait commencé longtemps avant, au moment où le Congrès de Zurich avait accepté la proposition de création des médailles portant le nom de Fields⁽⁵⁴⁾, mort peu de temps auparavant. Il s'agissait de

faire distribuer tous les quatre ans deux médailles en or à deux mathématiciens

(sans plus de précision, par exemple sur l'âge de ces mathématiciens⁽⁵⁵⁾). Et il avait nommé une commission composée de Birkhoff, Cartan, Carathéodory, Severi et Takagi (et qui pouvait éventuellement se compléter elle-même).

Le comité avait discuté, au moins par courrier, dès 1935. Une gentille attention, qui ne lui coûta pas grand chose, de Carathéodory, qui venait de parler avec Severi, à Cartan, le 21 avril 1935 :

J'ai regretté dès la première heure que vous fussiez du jury, car cela écarte la possibilité de donner la médaille à votre fils Henri dont les travaux deviennent de plus en plus importants.

Dans la même lettre, il attirait l'attention de Cartan sur les travaux d'Ahlfors. Apparemment, Severi avait laissé les choses traîner, on trouve à nouveau mention des médailles dans une lettre, toujours de Carathéodory, le 2 mars 1936. Il proposa d'éliminer

Fantappié dont les énormes travaux sont assez ennuyeux, B.Segre que ne connais pas du tout, Hasse et A.Weil qui pris en eux mêmes sont de 1er ordre mais qui ne soutiennent, pas à mon avis, la comparaison avec Artin et Siegel. De même, Thullen n'a pas la même envergure que les autres.

⁽⁵³⁾Dans [163].

⁽⁵⁴⁾Comme nous l'avons vu page 216, c'est le bureau du Congrès précédent qui avait nommé le comité : les médailles étaient associées au Congrès, pas à l'Union mathématique internationale.

⁽⁵⁵⁾Dans la séance de clôture du congrès, en quatre langues. La séance d'ouverture avait été à peine plus précise, il y était question de « eine goldene Medaille für junge Mathematiker ».

N'êtes vous pas d'avis que l'on pourrait proposer pour l'une des médailles un algébriste et pour l'autre un analyste ou un géomètre.

Le 12 juin, il se réjouit que la liste que Cartan et lui avaient proposée avait obtenu l'assentiment du comité. Il ajouta que lui-même n'irait pas à Oslo, devant partir aux États-Unis et n'ayant pas le temps, et :

Severi m'écrit aujourd'hui que pour des raisons politiques (sanctions)⁽⁵⁶⁾ il n'ira pas non plus à Oslo

de sorte que ce serait à Cartan de faire le rapport. En effet, le gouvernement (fasciste) italien interdit aux mathématiciens italiens de participer au congrès et même Severi, malgré une demande personnelle, ne put y participer. Mais Carathéodory changea finalement d'avis et s'y rendit. Ainsi, le 14 juillet, au cours de la séance d'ouverture, après que Cartan ait annoncé l'attribution des deux médailles Fields — les deux premières de l'histoire — à Jesse Douglas et Lars Ahlfors⁽⁵⁷⁾, c'est lui qui prononça le rapport sur les deux lauréats. Ceci avait eu lieu à la fin de la séance d'ouverture du congrès, le mardi matin 14 juillet.

La conférence sur Sophus Lie. Le reste de l'intervention de Cartan dans ce Congrès fut encore plus honorifique, tout en étant aussi très scientifique. Le lendemain matin, on inaugura un grand buste de Sophus Lie, on envoya un télégramme à Engel

La séance plénière du Congrès des mathématiciens, assemblée pour le dévoilement d'un buste de Sophus Lie, vous envoie ses félicitations cordiales en vous remerciant de votre travail si précieux pour l'édition des œuvres du maître.

Car, en effet, l'édition des Œuvres complètes de Lie était terminée, ou à peu près. Et on écouta Élie Cartan faire une grande conférence sur « Quelques aperçus sur le rôle de la théorie des groupes de Sophus Lie dans le développement de la géométrie moderne »⁽⁵⁸⁾. Outre le télégramme collectif, à l'origine duquel il fut peut-être, il envoya une carte à Engel qui, le 2 août, lui écrivit qu'il l'avait bien reçue et qu'il en était très touché.

⁽⁵⁶⁾Il s'agit des sanctions prises par la SDN contre l'Italie à la suite de la guerre menée en Éthiopie.

⁽⁵⁷⁾Ils étaient âgés, respectivement, de 39 et 29 ans. Jesse Douglas était, semble-t-il, présent à Oslo, mais il ne participa pas à la cérémonie d'ouverture et c'est Norbert Wiener qui reçut la médaille en son nom.

⁽⁵⁸⁾En ce solennel moment d'hommage à Lie, peut-être Élie Cartan pensa-t-il à celui de ses neveux qui, plus de trente ans auparavant, avait trouvé la bonne abréviation de son prénom et l'appelaient « Tonton Lie » (lettre à ses beaux-parents, 2 janvier 1904).

Les Soviétiques. Comme les nouvelles de Severi l'indiquaient, tout ne s'était pas si bien passé pendant ce congrès. Les Italiens en tant que tels ne participèrent pas (il y eut quand même trois participants venus d'Italie). La participation soviétique fut elle aussi minime, bien plus que ce que la lettre de Finikov du 13 avril 1936, que nous avons déjà citée, laissait entendre :

Ici on parle beaucoup du choix de la délégation au Congrès d'Oslo.

Hélas on n'a pas donné la place pour la géométrie.

Il n'y eut pas de délégation soviétique en tant que telle. Les mathématiciens soviétiques présents furent peu nombreux (onze, exactement, sur un total de quatre cent quatre vingt-sept participants)⁽⁵⁹⁾. Khintchine et Gelfond, qui devaient donner des exposés pléniers, furent « empêchés ». Seuls deux articles de mathématiciens venus d'U.R.S.S. apparaissent dans les exposés des actes (en sections). Le premier est de Pontrjagyn, qui ne figure pas sur la liste des participants, et dont l'« article » publié dans les actes consiste de quelques lignes, *Sur les transformations des sphères en sphères*⁽⁶⁰⁾. L'autre est Fritz Noether⁽⁶¹⁾, qui était professeur à Tomsk et qui figure bien sur la liste des participants. Il donna un article de deux pages, *Über elektrische Drahtwellen*.

Les problèmes de l'U.M.I. Ce fut un congrès difficile : au peu de présence des Soviétiques, à l'absence des Italiens⁽⁶²⁾, s'ajoutèrent les problèmes de l'Union mathématique internationale, le rapport de la commission mise en place se concluait par :

Au cours d'une discussion approfondie, il est apparu que les circonstances étaient moins favorables encore qu'en février 1935 à l'organisation d'une Union internationale, aucune formule n'ayant pu réaliser l'accord au sein de la Commission.

Il est difficile de comprendre, rien qu'en lisant le compte rendu du congrès, qui faisait obstruction...

⁽⁵⁹⁾ Il n'est pas vrai qu'aucun Soviétique ne participa à ce congrès, comme on peut le lire ici ou là.

⁽⁶⁰⁾ Il y énonçait un « théorème définitif », en termes modernes sur le $\pi_{n+1}(S^n)$, qui est $\{0\}$ pour $n = 1$, $\mathbf{Z}$ pour $n = 2$ et $\mathbf{Z}/2$ sinon, et sur le $\pi_{n+2}(S^n)$, dont il dit qu'il est trivial pour $n \neq 2$, ce qui n'est pas vrai.

⁽⁶¹⁾ Fritz Noether, le jeune frère d'Emmy Noether, avait dû quitter l'Allemagne parce qu'il était juif. Il avait trouvé un poste à Tomsk (en Sibérie). Il devait être arrêté l'année suivante (1937) et fusillé en 1941.

⁽⁶²⁾ Le mathématicien italien Tullio Levi-Civita fut pourtant proposé (et il accepta) pour faire partie du comité qui attribuerait les médailles Fields au congrès suivant, aux États-Unis et en 1940...

Rencontres. Les discussions mathématiques ne manquèrent pas. Il est certain qu'Élie Cartan rencontra Oswald Veblen⁽⁶³⁾ et il est très probable qu'il parla avec Olga Taussky, venue de Cambridge (Angleterre). Une photographie publiée dans la biographie XX montre Élie Cartan en grande discussion avec Birkhoff (à sa droite) et Carathéodory (à sa gauche). Ils sont assis sur un banc sur le pont d'un bateau. La photographie a peut-être⁽⁶⁴⁾ été prise pendant l'Excursion sur le fjord d'Oslo⁽⁶⁵⁾, organisée pour les congressistes le jeudi 16 juillet après-midi.

Et bien sûr, Élie Cartan, qui était venu au congrès avec Malise et Hélène, rencontra Edgar Schioldrop, qui était secrétaire du Congrès, et son épouse. De sorte que nous avons même, là aussi, des informations sur le temps qu'il faisait :

J'espère que vous avez eu un voyage agréable à Nordkap et qu'il a fait plus beau là-haut qu'ici à Oslo

écrivit Schioldrop le 25 juillet en demandant le rapport de la commission Fields. Car en effet, après Oslo, Élie, Malise et Hélène prirent des vacances, visitèrent la Norvège, allant jusqu'au Cap Nord. Et puis, il y a eu l'Amérique...

★

1936, « in the large ». La présentation en suite d'événements de ce chapitre risquerait de nous en faire perdre la continuité... Insérons donc un commentaire sur 1936. L'année 1936 fut une année d'événements dont la portée politique dépassa les objectifs officiels, affichés — on pense bien sûr aux Jeux olympiques de Berlin. Les événements⁽⁶⁶⁾ qui concernaient directement les mathématiciens ne restèrent pas à l'écart de ces buts de propagande. L'été commença par le cinq cent cinquantième de l'Université de Heidelberg, célébré en grande pompe nazie à la fin du mois de juin. Les universités anglaises avaient refusé l'invitation, malgré leur sympathie pour l'université elle-même, mais dans l'impossibilité de participer à une célébration si évidemment placée sous le contrôle du parti nazi⁽⁶⁷⁾. L'université de Harvard délégua George David Birkhoff, sans

⁽⁶³⁾Nous l'avons dit, celui-ci lui envoya des photographies.

⁽⁶⁴⁾Elle peut aussi avoir été prise pendant le voyage aller, les congressistes avaient bénéficié de tarifs réduits sur les compagnies de navigation au départ de Newcastle, Rotterdam, Anvers, Kiel et Hambourg. Je ne sais pas par quel itinéraire Cartan était arrivé à Oslo.

⁽⁶⁵⁾Le fjord d'Oslo après le lac de Zurich...

⁽⁶⁶⁾Il est question ici d'événements « publics », de démonstrations de pouvoir — l'actualité des grands procès qui s'ouvraient à Moscou, celle de la Guerre d'Espagne qui commença le jour de la clôture du congrès d'Oslo, n'y apparaissent donc pas.

⁽⁶⁷⁾Telle ou tel correspondant(e) du journal britannique *Nature* fit remarquer que, si l'on comptait bien, 1936 correspondaient au 549^e anniversaire, que les dates choisies fin juin étaient celles anniversaires de la « Nuit des longs couteaux » de 1934 et n'avaient rien à

doute parce qu'il venait en Europe pour le congrès d'Oslo⁽⁶⁸⁾. Le Congrès international des mathématiciens, qui se tint donc à Oslo en juillet, semble avoir échappé à ces buts de propagande, même si nous avons vu que la politique n'en avait pas été absente non plus (et comment l'aurait-elle été?). Le dernier événement politico-académique de l'année fut le tricentenaire de l'Université de Harvard. Si les dignitaires nazis qui avaient participé aux festivités de juin avaient peu à voir avec l'université, il en allait autrement à Harvard, dont le Président Franklin Delano Roosevelt était un ancien étudiant. Il participa donc aux cérémonies. Le mathématicien anglais Godfrey Harold Hardy, qui était l'un des mathématiciens prestigieux invités à la fête, s'adressa à lui au cours du banquet et déclara que les États-Unis d'Amérique étaient devenus la première puissance mondiale en mathématiques (pour la raison même qui faisait que l'Allemagne ne l'était plus...).

1936, Harvard. Organisé longtemps à l'avance, le tricentenaire de Harvard fut donc célébré en grande pompe. Si l'invitation ne parvint qu'en janvier 1936 sur le bureau de l'Académie des sciences, les invités prestigieux l'étaient (invités) depuis un moment, puisque Cartan avait conservé une lettre de Garrett Birkhoff datée d'avril 1935 et dans laquelle celui-ci savait par son père que Cartan allait venir à Harvard : invitation déjà reçue et acceptée, donc.

Il y eut en effet des invités prestigieux, invités de l'Université en tant que telle, parmi lesquels quelques mathématiciens, Cartan, Dickson, Hardy et Levi-Civita. L'*American mathematical Society* et la *Mathematical Association of*

voir avec l'Université, et que quarante-cinq professeurs avaient été démis de cette université pour des raisons raciales, religieuses ou politiques depuis 1933. Le contexte politique était clair et bien connu, comme le montre la lecture de ce journal, de l'article sur la cérémonie au cours duquel l'Institut de physique de Heidelberg était devenu le « Philipp-Lenard-Institut », triomphe de la *Deutsche Physik*, à la citation de l'évêque de Durham : « The appearance of British representatives at the Heidelberg celebration, and the presenting by them of congratulatory addresses, could not but be understood everywhere as a public and deliberate condonation of the intolerance which has emptied the German universities of many of their most eminent teachers », en passant par l'article *Heidelberg, Spinoza and academic freedom*, dans lequel la lettre d'invitation de Spinoza comme professeur à l'université, le 16 février 1673, était reproduite et commentée... Pour cette note, *Nature* des 18 janvier, 8, 22 et 29 février, 7 mars 1936.

⁽⁶⁸⁾L'Académie des sciences de Paris avait enregistré, le 13 janvier les invitations pour les tricentenaires des universités de Harvard et d'Utrecht, le 27 janvier celle pour le cinq cent cinquantième de Heidelberg, le 24 février celle pour le centenaire de l'Université de Londres. Elle décida le 4 mai de se faire représenter à Harvard par Cartan et Birkhoff, le 11 mai de se faire représenter à Londres par Perrin et Fabry. Les *Comptes rendus* ne contiennent pas de mention de délégation à Heidelberg (ni à Utrecht, d'ailleurs). Il n'en est pas question dans les registres des comités secrets non plus. L'année suivante, l'Académie envoya deux de ses membres au bicentenaire de Göttingen (une nouvelle démonstration de force nazie).

America en profitèrent pour organiser des rencontres à Harvard au même moment, l'A.M.S. du 31 août au 5 septembre et la M.A.A. le 31 août. L'université prêta ses invités : leurs conférences furent données devant l'A.M.S. L'université mit même gratuitement ses résidences universitaires à la disposition de ces associations (pour 300 personnes). Bien d'autres mathématiciens européens étaient présents, ainsi Constantin Carathéodory⁽⁶⁹⁾ et Saly Ruth Damler (et je cite ces deux-là simplement parce que j'ai vu des photos de Cartan avec l'un et l'autre). Cartan donna une conférence sur l'extension du calcul tensoriel aux géométries non affines, dont on trouve le texte dans le journal américain *Annals of mathematics*⁽⁷⁰⁾.

Et il reçut un doctorat *Honoris causa*.

Le Conseil de l'Université de Paris avait décidé d'envoyer des délégués ; seul Cartan représenta la Sorbonne lors de ces cérémonies et le Ministère de l'Éducation nationale n'avait contribué que pour 3000 Frs et, le 21 novembre 1936, le Recteur Charléty s'inquiéta de la somme à allouer à Cartan⁽⁷¹⁾...

Nous l'avons vu dans la lettre de Finikov citée page 199, Élie Cartan est allé à Harvard sans sa famille, peut-être à cause de la proximité de la rentrée scolaire (Hélène entraînait en classe de mathématiques spéciales). Et puis, cela faisait beaucoup de déplacements, comme le remarqua Buhl avec admiration :

depuis juillet, le cap Nord et Harvard, c'est superbe

dans une lettre du 12 décembre 1936⁽⁷²⁾. Veblen avait essayé d'inviter Élie Cartan à Princeton, mais la rentrée n'avait lieu que le 1^{er} octobre, et cela ne se fit pas.

1937, Liège. Invité par Lucien Godeaux, Cartan est allé à Liège, où il a donné trois conférences les 4, 5 et 7 mai. C'était une invitation qui datait de l'année précédente et avait dû être repoussée à cause de difficultés financières en Belgique⁽⁷³⁾.

1937, Hambourg. En mai 1937, pour la Pentecôte (Pfingsten), Blaschke organisa un colloque de la D.M.V. à Hambourg, où il invita Élie Cartan (dans une lettre du 28 janvier). Le colloque dura quatre jours, du 18 au 21 mai. Le 18 mai, Carathéodory écrivit à Cartan pour s'excuser de ne pouvoir être là.

Le 25 mai 1937, Élie Cartan écrivit à Ugo Amaldi :

J'ai assisté la semaine dernière à une partie du colloque de Hambourg sur la théorie des groupes qui a été très intéressant, mais que

⁽⁶⁹⁾ Carathéodory donna un exposé sur l'histoire du calcul des variations.

⁽⁷⁰⁾ C'est l'article [206].

⁽⁷¹⁾ Fonds Élie Cartan, archives de l'Académie des sciences.

⁽⁷²⁾ Fonds Élie Cartan, archives de l'Académie des sciences.

⁽⁷³⁾ Voir la lettre citée page 187.

ma connaissance insuffisante de l'allemand parlé ne m'a pas permis de suivre aussi bien que je l'aurai désiré. Il y avait une trentaine de mathématiciens jeunes pour la plupart ; M. van der Waerden y a exposé en deux conférences les théorèmes fondamentaux de la théorie des groupes jusqu'aux groupes simples inclus. J'y ai exposé ma démonstration du théorème d'Ado de l'isomorphisme de tout groupe de Lie à un groupe linéaire.

1937, Paris. En 1937, à l'occasion de l'Exposition Universelle, il y eut une grande activité, y compris culturelle, à Paris. En particulier, la Société Française de philosophie

dont l'ambition a toujours été de garder aussi intime que possible le contact de la philosophie et des sciences⁽⁷⁴⁾

organisa un « Congrès Descartes » et elle demanda une conférence à Élie Cartan.

Le congrès se tint du 31 juillet au 6 août, il y eut plus de huit cents participants et trois cents communications qui, recueillies dans douze volumes de la série des « Actualités scientifiques et industrielles » chez Hermann, furent distribuées aux congressistes à leur arrivée. Et si ces informations numériques ne suffisent pas à montrer l'importance du Congrès, ajoutons que la séance d'ouverture, dans le grand amphithéâtre de la Sorbonne, se tint en présence du Président de la République, du Président de la chambre des députés (qui étaient Albert Lebrun et Édouard Herriot) et du Ministre de l'Éducation nationale (qui était Jean Zay).

Le titre de la conférence d'Élie Cartan fut « Le rôle de la Géométrie analytique sur l'évolution de la géométrie ».

1938, Cambridge (Angleterre). Cartan a donné une « Rouse Ball Lecture » à Cambridge en 1938. Précédée par un échange de lettres au début de l'année, à propos du nombre de conférences et de la langue dans laquelle elle(s) serai(en)t donnée(s). Le dossier qu'Élie Cartan avait conservé contient le brouillon d'une de ses lettres, dans lequel il demande si ses auditeurs sauront ce qu'est un p -vecteur et ajoute :

I have been taking english lessons since last November, it would be probably difficult for me to give my lectures in english, but I hope I can speak it ; it would certainly be better, because I fear to speak too fast in french.

⁽⁷⁴⁾Lettre d'Émile Bréhier à Élie Cartan, le 19 juin 1935. Fonds Élie Cartan, archives de l'Académie des sciences.

Autrement dit à soixante-huit ans, Élie Cartan s'était mis à apprendre l'anglais⁽⁷⁵⁾. Le manuscrit de la conférence, qui porta sur *the geometrical theory of spinnors*, a été conservé. Il est assez touchant : d'abord, il y a deux manuscrits, l'un d'une main inconnue et l'autre de la main d'Élie Cartan. Sur ce dernier, des ajouts au crayon indiquent la façon de prononcer certains mots ou symboles mathématiques (par exemple *nought* pour 0).

1938, ? Il n'est pas allé à Baden-Baden

1939, Liège. (afas) Voir page 259.

1940, Belgrade. Pour la conférence donnée à Belgrade, voir page 260.

1945, Moscou. Pour ce dernier voyage à Moscou (en avion, cette fois), voir page 289.

1947, Bruxelles. Pour un doctorat Honoris causa.

1948, Pise.

⁽⁷⁵⁾ Il semblait aller de soi que, entre Français et Allemands, on pouvait communiquer en utilisant chacun sa langue. Ce n'était pas le cas avec les Anglais... À Harvard, deux ans plus tôt, Cartan avait donné son exposé en français. Notons que, dix ans plus tard, son fils Henri apprit l'anglais avant un premier séjour aux États-Unis (voir [16, Lettre du 5 août 1947]).

CHAPITRE 17

LES JEUNES

Élie Cartan a enseigné. À toutes sortes de publics. Une liste fut dressée par la président de l'Académie des sciences, Maurice Javillier, dans la notice qu'il prononça peu après la mort de Cartan :

Dans ses Chaires de Facultés, Cartan donne des cours aux sujets sans cesse renouvelés avec un talent et une autorité auxquels chacun applaudit.

À l'École Normale, il prépare les élèves et les candidats à l'agrégation par des Conférences d'une haute perfection dans la pensée et dans la forme⁽¹⁾.

On fait appel à lui de tous côtés. Il accepte d'associer à son cours de Faculté l'enseignement de l'Analyse à l'Institut d'Électro-Technique de Nancy. Paul Langevin lui demande d'assurer l'enseignement de la Mécanique rationnelle, puis de la Géométrie, à l'École de Physique et de Chimie. 30 promotions trouvent dans son haut enseignement leur préparation à des carrières techniques. À l'École Centrale des Arts et Manufactures il supplée quelque temps Émile Picard dans son Cours de Mécanique générale⁽²⁾.

Il a aussi donné des cours, régulièrement, à l'École de Sèvres. Il lui est même arrivé de donner des cours de géométrie descriptive à l'École des Beaux-Arts⁽³⁾. Il a autrefois fait passer des « colles » dans son ancien lycée, alors qu'il était maître de conférences à la Sorbonne. Il a participé au jury de l'agrégation. Il

⁽¹⁾Pendant quatorze ans (de XX à XX), son service d'enseignement de la Sorbonne a été concentré à l'École normale supérieure. Dans cette école, il a enseigné toutes sortes de mathématiques, de la théorie de Galois à la mécanique, aux élèves de tous les niveaux.

⁽²⁾En 1919 et 1920.

⁽³⁾Des lettres conservées, à propos d'examens ou d'élèves, dans le fonds Élie Cartan des archives de l'Académie des sciences, montrent qu'il a enseigné dans cette école en 1925.

a écrit des rapports sur trente thèses⁽⁴⁾. De son intérêt pour l'enseignement secondaire, nous avons déjà parlé à propos de sa sœur Anna. Il n'y a aucun doute qu'il a vécu sa vie professionnelle entouré de jeunes gens et qu'il a eu une influence directe sur plusieurs générations de jeunes mathématiciens.

Nous l'avons vu, la plupart de ses livres sont fondés sur des notes de cours qu'il a donnés, à la Sorbonne en général.

Voici quelques commentaires sur son enseignement. Commençons par André Weil. Et d'abord par une lettre entre étudiants, pas faite pour être publiée et adressée à son ami Pierre Honnorat⁽⁵⁾, le 8 février 1926, commentant les cours que ce dernier suit à Paris :

Reste le cours Cartan, qui a dû être bien, comme toujours.

Puis, en 1940⁽⁶⁾ :

Nous avons besoin de nous affermir dans notre croyance qu'une vie donnée toute à la science est encore possible sans faiblesses, ni compromissions ; auprès de vous nous en trouvons chaque jour la certitude.

Enfin, en 1984, cette fois en hommage à Élie Cartan⁽⁷⁾ :

À mon grand regret, je n'ai eu l'occasion d'entendre qu'un de ses cours en Sorbonne ; j'étais normalien, en seconde année je pense, et son cours de cette année-là portait sur les formes d'équilibre d'une masse fluide en rotation ; il traita de ce sujet avec, certes, sa conscience habituelle, mais je ne suppose pas qu'il s'y soit beaucoup intéressé ; du moins en ai-je gardé peu de souvenirs. Heureusement pour moi, quelques années plus tard, on obtint de lui qu'il fit aux normaliens une série d'exposés sur les groupes de Lie, basés je crois sur les formules dites de Maurer-Cartan, et j'y assistai ; c'est en sortant d'une de ces conférences, alors que je l'accompagnais sur la rue Gay-Lussac, qu'il me dit de son ton tranquille : « J'apprends l'analysis situs, je crois que je pourrai en tirer quelque chose ».

Ne pourrait-on lui appliquer ce que Saint-Simon a écrit de je ne sais plus quel duc, que « de sa vie il n'avait dit un mot plus haut que l'autre » ? Sans doute n'était-il point du tout orateur, et ne désirait-il point l'être. Qu'il s'agît de mathématiques ou de tout autre sujet, d'une conférence à faire devant quelques normaliens ou devant un

⁽⁴⁾Voir la liste page 244.

⁽⁵⁾Voir [16, p. 668].

⁽⁶⁾Dans la dédicace à son livre [360]. Voir 262 pour le contexte de l'écriture de cette dédicace. Cette phrase fut citée par Javillier dans sa notice de 1951 dont il qualifia les termes de « magnifiques et touchants ». Le contexte était sans doute oublié...

⁽⁷⁾Toujours dans la lettre [364] ou [16, Lettre du 15 juin 1984].

congrès international, il disait ce qu'il pensait avoir à dire sur le ton de la conversation la plus paisible : en toute circonstance il semblait qu'il ne parlât que pour expliquer ce qui, selon lui, était tout simple et ne pouvait manquer d'être compris du premier coup. Cela n'empêchait pas que parfois, à la réflexion, certaines de ses paroles ne prissent un relief extraordinaire.

Chern et Chevalley, qui avaient suivi ses cours, écrivirent après sa mort⁽⁸⁾, confirmant par avance les dernières phrases de la citation de Weil :

Cartan was an excellent teacher ; his lectures were gratifying experiences, which left the student with a generally mistaken idea that he had grasped all there was on the subject.

Les autres informations que nous avons sur les cours de Cartan viennent d'allocutions prononcées en son honneur⁽⁹⁾. Maurain :

[...] tu as été amené à donner des enseignements bien divers, depuis les plus élémentaires jusqu'aux plus élevés. Mais tu as su toujours y apporter une netteté, une clarté, soulignées déjà par Poincaré dans le rapport à la suite duquel tu devins titulaire d'une chaire à la Sorbonne.

Car il y eut un rapport de Poincaré, mais il est certain que celui-ci n'assista jamais à un cours de Cartan, donc il n'est pas pertinent de le citer ici⁽¹⁰⁾. S'il cessa, en 1927, d'enseigner à l'É.N.S., les élèves de deuxième année de cette école, qui étudiaient à la Sorbonne, pouvaient encore choisir (ou pas) son cours et, dit Georges Bruhat en 1939 :

[...] et que c'est toujours celui-là que j'ai vu choisir par la presque unanimité de nos jeunes mathématiciens : il me semble qu'il n'y a pas de meilleure façon de dire l'intérêt de votre cours et la netteté de votre enseignement que de rappeler cet hommage spontané des meilleurs parmi nos étudiants.

XX

Les listes données en annexe de ce chapitre montrent qu'Élie Cartan a participé à de nombreux jurys de thèses. S'il est inapproprié de parler d'« élèves » et de « directeur de thèse » avec les sens que ces mots ont pris aujourd'hui, il est certain que, dans de nombreux cas, Élie Cartan a joué un rôle important dans le choix des sujets de recherche, l'encouragement, la correction d'éventuelles erreurs. La qualité de ses rapports avec ses élèves est apparente dans le

⁽⁸⁾ Dans [251].

⁽⁹⁾ Dans [217].

⁽¹⁰⁾ Voir page 41.

ton des lettres que ceux-ci lui écrivirent. Et la plupart de ces jeunes gens font en effet partie de ses correspondants.

Le premier d'entre eux, chronologiquement, fut le Norvégien Edgar Schieldrop, qui soutint en 1922 une thèse intitulée « Sur une classification des accélérations avec applications aux théorèmes généraux ». Schieldrop avait étudié dans une école d'ingénieurs en Norvège, puis à Paris en 1920–21 et à Berlin l'année suivante. Pendant l'été 1921, il écrivait déjà à Élie Cartan, à propos de mathématiques qui augmenteraient la valeur de sa thèse. Dès janvier 1922, de Berlin, il préparait sa soutenance, faisait imprimer la thèse à Christiannia⁽¹¹⁾, et en mars il écrivit à Élie Cartan :

Cher monsieur,

je tiens à vous remercier chaleureusement pour le grand soin que vous avez mis à la lecture de ma thèse. Même dans le texte allemand vous avez fait vos corrections ! Vous avez fait trop. C'était toujours moi qui ai demandé et vous qui avez rendu des services. Vous avez été tellement patient, vous m'avez toujours écouté et vous m'avez toujours répondu. Malgré votre temps très occupé vous m'avez écrit n longues lettres ($n = 1, 2, \dots$) etc. etc. Enfin vous m'avez traité plutôt comme un ami que comme un élève modeste, ce que je n'oublierai jamais.

Il partit pour Paris en mai et soutint effectivement sa thèse le 14 juin. De retour en Norvège, il continua à correspondre avec Élie Cartan.

Cet exemple montre la façon dont Cartan a pu s'occuper de ses élèves.

Mais il avait une idée assez large de ce qu'est « un élève ». Par exemple, Marie-Louise Dubreil-Jacotin et Paul Dubreil ne firent ni l'un ni l'autre une thèse sous sa direction. Il n'oublia pourtant pas de les recommander à ses collègues italiens lorsqu'ils partirent pour Rome en 1930–31⁽¹²⁾ :

Un des meilleurs camarades de mon fils, que j'ai eu comme élève, M. Dubreil, est en ce moment à Rome comme boursier Rockefeller ; je me permets de vous le recommander à l'occasion, ainsi que sa jeune femme, également mon élève.

Ceux qui ont rédigé les cours

De façon générale, en ce temps-là, un étudiant ou un auditeur du cours était chargé de prendre des notes et le livre était écrit d'après ces notes. Ce fut le cas pour plusieurs des livres d'Élie Cartan. Toutes les nuances sont possibles dans

⁽¹¹⁾ Qui ne s'appela Oslo qu'à partir de 1925.

⁽¹²⁾ Lettre à Ugo Amaldi du 5 janvier 1931, [322, p. 217].

le partage des tâches entre le preneur de notes et l'auteur en titre du livre. Dans tous les cas, le livre est le résultat d'une collaboration entre l'auteur et un mathématicien plus jeune. C'est pourquoi ce paragraphe a été placé dans ce chapitre. Voici la liste des étudiants qui ont aidé Cartan à écrire certains de ses livres :

- Frédéric Marty, pour les « Leçons sur la géométrie projective »,
- Jean Leray, pour « La théorie des groupes finis et continus et la géométrie différentielle traitées par la méthode du repère mobile »,
- Paul Vincensini⁽¹³⁾, pour les « Leçons sur la théorie des espaces à connexion projective »,
- André Mercier, pour les « leçons sur la théorie des spineurs »,
- Luc Gauthier, pour « Les systèmes différentiels extérieurs et leurs applications géométriques »⁽¹⁴⁾.

Nous avons vu (au chapitre 14) que dans le cas de Leray, c'était le rédacteur qui avait rédigé le livre. Dans le cas de ce dernier livre, Cartan a utilisé les notes de Luc Gauthier, mais il a vraiment écrit le livre lui-même, comme le montre ce qu'il en dit dans la préface :

Dans la rédaction de cet ouvrage, j'ai utilisé une première rédaction due à M. Luc Gauthier, chargé de recherches, d'après les notes prises au cours. Cette première rédaction m'a rendu les plus grands services et il m'est agréable d'exprimer ici à M. Gauthier toute ma reconnaissance.

La distance entre la date du cours professé et celle de la parution du livre fut maximale exactement dans les cas extrêmes de ces deux livres. Dans les autres cas, il est probable que le partage a été plus subtil. Voici ce qu'écrivit Vincensini à Cartan lorsqu'il reçut des exemplaires du livre achevé⁽¹⁵⁾ :

je suis à vrai dire, suffisamment récompensé par le plaisir que j'ai pris à la rédaction, et par le profit que j'ai retiré de votre enseignement direct pendant les deux années que j'ai passées à Paris⁽¹⁶⁾.

Et il demanda des exemplaires pour quelques collègues, et un... pour le lycée de Bastia.

⁽¹³⁾Paul Vincensini était un élève de Buhl qui avait passé sa thèse à Toulouse en 1927.

⁽¹⁴⁾Dans l'ordre [177, 208, 207, 213, 230].

⁽¹⁵⁾Le livre [207], donc, qui parut la même année que le « Leray ».

⁽¹⁶⁾Fonds Élie Cartan, archives de l'Académie des sciences.

Le séminaire Julia

Et puis, il y a eu le séminaire Julia. Sur celui-ci, les uns et les autres ont dit leur mot. C'est « sur une suggestion de Chevalley et Weil et appuyé par les conseils d'Élie Cartan » que Gaston Julia organisa son séminaire⁽¹⁷⁾. Organisé par Weil et ses amis (Bourbaki avant Bourbaki), Julia n'étant qu'un prête-nom, ont dit les uns, ce que les autres ont répété sans grande précaution⁽¹⁸⁾. Écoutons ici ce que dit Julia, alors que le séminaire se tenait encore, s'adressant à Élie Cartan devant ces acteurs de « son » séminaire qu'étaient Henri Cartan, Dieudonné, Dubreil, Dubreil-Jacotin, Ehresmann, Delsarte, Marty... (ce qui signifie qu'il s'agit, peut-être pas de « la vérité », mais au moins d'une vérité acceptable par tous, en 1939)⁽¹⁹⁾ :

Je ne puis pas non plus oublier qu'il y a sept ans, cherchant à réaliser un mode de travail en commun plus souple que le cours, plus précis et soutenu que la conférence, pour entraîner les jeunes à la recherche, par l'exemple et l'exposé du progrès de chaque jour, en maintenant avec eux ce contact personnel que facilitent les libres propos échangés autour d'une tasse de thé, je me suis ouvert à vous d'un projet de cercle mathématique, auquel je vous ai demandé de collaborer, comme je le demandais aux meilleurs des jeunes gens que nous avons connus à l'École Normale. Vous avez accepté sans balancer et le succès a été très net.

Ce à quoi Élie Cartan répondit :

Mon cher Julia, c'est avec empressement que je me suis associé à votre projet de fonder pour les jeunes mathématiciens un cercle d'études, votre séminaire, où ces jeunes gens, travaillant en collaboration, exposeraient chaque année une question importante de Mathématiques.

Les archives de ce séminaire, retrouvées par l'auteur de ce livre lors du travail ayant mené à l'écriture de [22], confirment amplement le rôle joué par Élie Cartan dans le séminaire Julia. Voici quelques exemples :

- Avant même que le séminaire commence à se tenir :

Comme il avait été convenu dans la réunion du lundi 15 mai 1933, Monsieur JULIA a eu une conversation avec Monsieur CARTAN dans laquelle ils ont fixé le programme d'études du séminaire pour l'année 1933–34 :

⁽¹⁷⁾Dit [26, p. 133], d'après des entretiens réalisés par Liliane Beaulieu.

⁽¹⁸⁾Voir [22], dans lequel j'ai fait un bêtisier, assez sobre et donc très incomplet, à ce sujet.

⁽¹⁹⁾Au cours du jubilé, aussi dans [292, p. 61–62].

Groupes finis abstraits.
 Groupes finis linéaires.
 Algèbre hypercomplexe.

WEIL, DUBREIL et CHEVALLEY feront les exposés.

- La toute première séance, le 13 novembre 1933 :

Dès 15h. régnait à l'Institut Henri Poincaré une animation inaccoutumée, en particulier à la bibliothèque. À 16h.30 arrive[nt] M.Hadamard, puis M.Cartan, qui assistent à la séance.

Ouverture à 16h.30. M.Julia se loue d'avoir un aussi nombreux public et lit le programme de l'année.

- Nous l'avons signalé page 49, au cours de la discussion qui suit l'exposé de Dieudonné, le 15 janvier 1934, il intervient pour rappeler ce qu'il a fait, en 1898, sur les systèmes hypercomplexes.

- Lorsque Cartan n'assiste pas à la séance, le 26 février 1934, par exemple, ou le 14 mai 1934, le secrétaire l'indique dans le compte rendu qu'il rédige.

- Lorsque Julia est absent (comme le 12 mars 1934), c'est Cartan qui ouvre la séance.

XX

Il était présent et actif, comme Julia. Contrairement à Julia, il a même donné des exposés, sur *les Représentations linéaires des groupes finis*, le 19 février 1934, sur *les Problèmes d'équivalence*, le 11 janvier 1937 et *la Structure des groupes infinis*, les 1^{er} et 15 mars 1937⁽²⁰⁾. Il remplaça même, pour l'exposé du 11 janvier, presque au pied levé puisqu'il ne fut au courant que début décembre 1936, l'orateur prévu, Jules Dubourdieu.

L'implication d'Élie Cartan auprès des « jeunes » dans ce séminaire est patente. Son influence aussi. Citons René Garnier, en 1956, dans un rapport sur Chevalley⁽²¹⁾ :

Attiré vers la théorie des groupes de Lie par des exposés sur les travaux de É. Cartan faits au séminaire Julia, M. Chevalley montra d'abord que tous les sous-groupes de Cartan d'un groupe de Lie sont conjugués mutuellement. Puis il s'attaqua aux groupes algébriques [...]

Comme l'a dit Julia, les « jeunes » avec qui le séminaire a été organisé, qui sont déjà tous des mathématiciens confirmés, ont été des élèves de lui, Julia, et

⁽²⁰⁾ Les deux derniers ont été reproduits dans les Œuvres complètes d'Élie Cartan (deuxième volume de la deuxième partie), certainement parce qu'ils appartenaient à l'année « Travaux d'Élie Cartan » (1936–37). Les héritiers semblent avoir oublié l'exposé sur les groupes de 1933–34. Voir [22, Exposé 1-F].

⁽²¹⁾ Dossier biographique Chevalley, archives de l'Académie des sciences.

d'Élie Cartan à l'É.N.S.. Comme le dit Dieudonné, s'adressant à Henri Cartan en 1975⁽²²⁾ :

[...] et c'est ensemble également que nous allions assister aux cours de Picard, de Lebesgue, de ton père, ou au fameux Séminaire d'Hadamard.

Et ces jeunes sont aussi ceux qui fondèrent Bourbaki.

Il y a clairement eu une relation mathématique privilégiée avec André Weil,

- la discussion entre leurs deux notes de 1934⁽²³⁾
- la mise en chantier du livre de Weil (« L'intégration dans les groupes topologiques ») en 1935 comme une suite au « mémorial » de Cartan⁽²⁴⁾
- la discussion sur l'invariant de Hopf en 1936, une lettre de Weil à Élie Cartan montrant que, sur ce type de question (topologique), il était naturel de s'adresser à Cartan⁽²⁵⁾
- le choix du sujet « Travaux d'Élie Cartan » comme thème du séminaire Julia de 1936–37, dont chacun dit (et aucun ne dément) qu'il était dû à Weil. L'exposé que Weil lui-même donna le 16 novembre 1936⁽²⁶⁾ montre clairement qu'il souhaitait aller vers formes différentielles et topologie (analysis situs). Voir le chapitre 12.

Les travaux d'Élie Cartan. Cartan était très content de cette année de séminaire. Il écrivit à son ami Amaldi, le 18 avril 1937 :

Mon cher Collègue et ami,

Vos lettres me font toujours un très grand plaisir parce que dans les éloges quelque peu exagérés je sent si bien la profonde amitié. Figurez-vous que cette année (1936–1937) les jeunes mathématiciens qui composent le séminaire Julia ont eu l'idée de faire porter leurs études sur les travaux de M. Élie Cartan !

Chaque année dans une série d'une douzaine de conférences ils explorent un sujet assez vaste, mais néanmoins très délimité ; la première année avait été consacrée aux groupes finis et à l'algèbre moderne, la seconde aux espaces de Hilbert et la troisième à la topologie. Je vous avise que j'ai été très touché du choix qu'ils ont fait cette année : théorie des formes différentielles extérieures des systèmes en involution, problèmes d'équivalence, groupes finis et continus, groupes infinis, algèbres de Lie, représentations linéaires

⁽²²⁾ Dans [256].

⁽²³⁾ La remarque [191] de Cartan répondant à la note [359] de Weil (présentée par Cartan !).

⁽²⁴⁾ C'est le livre [360], qui prit un peu de retard et dont nous reparlerons, suite de [172].

⁽²⁵⁾ La lettre est citée dans [16, p. 474].

⁽²⁶⁾ Voir [22, Exposé 4-A].

des groupes finis et continus. Je me suis chargé de trois conférences, une sur les problèmes d'équivalence et deux sur les groupes infinis. Cela m'a donné beaucoup de mal !

Et je ne suis pas sûr d'être arrivé encore à un résultat tout à fait satisfaisant. Je vous envoie par le même courrier un exemplaire de chacune des ces conférences qui naturellement ne peuvent pas être un exposé didactique complet ! La seconde conférence sur les groupes infinis ne me satisfait pas beaucoup ; dans la première, la question des invariants essentiels pourrait être améliorée et présentée d'une manière géométrique encore plus intuitive. Mais je serais heureux de savoir au cas vous auriez quelque moment pour y jeter un coup d'œil, ce que vous pensez de cette présentation. Comme renseignement, j'emploie pour la dérivation extérieure les notations de Kähler que la première conférence André Weil avait adoptée : d'autre part j'utilise aussi les théorèmes de Kähler sur les systèmes en involution dont les premiers membres sont des formes extérieures de degré quelconque, cette généralisation peut rendre des services et en fait j'ai utilisé dans la démonstration de la réciproque du 3^e théorème fondamental (démonstration dont les grandes lignes seules sont indiquées). Vous excuserez l'imperfection de la reproduction matérielle ; j'ai corrigé quelques parts [fautes], mais je ne suis pas sûr qu'il n'en reste pas !

Il y a encore deux conférences faites par mon fils Henri sur les systèmes en involution ; Ehresmann a fait les deux conférences sur les groupes finis et continus ; Mme Dubreil — que vous connaissez — a fait la 1^{re} conférence sur les algèbres de Lie (structure des groupes finis) : son mari fera la seconde et Claude Chevalley terminera par les représentations linéaires. Si je peux avoir des exemplaires de ces dernières conférences je vous les enverrai.

Amaldi répondit le 12 mai et, le 25 mai, Cartan put lui envoyer les conférences restantes. Cartan devait être assez content de son exposé sur les problèmes d'équivalence, puisqu'il l'a fait mettre en tête du *Selecta* que ses amis et collègues firent publier pour son jubilé deux ans plus tard.

Il n'est peut-être pas inutile de rappeler que, dans le même temps, celui du séminaire consacré à ses travaux, Cartan donnait à la Sorbonne le cours qui devint quelques années plus tard le livre *Les Systèmes différentiels extérieurs et leurs applications géométriques*⁽²⁷⁾. Ce livre commence ainsi :

Cet ouvrage est la reproduction, assez profondément modifiée, d'un cours professé pendant le premier semestre 1936–1937 à la Faculté des Sciences de l'Université de Paris.

⁽²⁷⁾ [230].

La première partie de cet ouvrage est consacrée à l'exposé de la théorie des systèmes d'équations aux différentielles totales, qui a fait l'objet de plusieurs Mémoires, déjà anciens, parus notamment dans les *Annales de l'École Normale Supérieure* entre les années 1901 et 1908 ; cette théorie a servi de base à ma théorie de la structure des groupes de transformations infinis, au sens de Lie. Elle a été généralisée depuis par différents auteurs, spécialement par M. E. KAEHLER, qui l'a étendue à des systèmes quelconques d'équations différentielles extérieures. J'adopte dans cet ouvrage la notation préconisée par M. KAEHLER, qui consiste à désigner par $d\omega$, et à appeler *différentielle extérieure* d'une forme différentielle extérieure ω de degré quelconque, ce que je désignais auparavant par ω' et ce que j'appelais la *dérivée extérieure* de la forme ω .

XX

Bourbaki

En toute cohérence avec ce qui précède, Élie Cartan est aussi un ami de Bourbaki, et peut-être un peu plus : « Papa Cartan », le nomme-t-on affectueusement (et respectueusement, mais sans doute pas en sa présence)⁽²⁸⁾, pour le distinguer de son fils Henri, qui est un des Bourbaki et tout simplement « Cartan ».

Et le mathématicien Élie Cartan est bien un peu le père, ou un des pères, de Bourbaki. C'est aujourd'hui devenu une tarte à la crème de parler de structuralisme, un courant de pensée venu de la linguistique, puis des sciences humaines, à propos de Bourbaki. Que l'on trouve cette relation pertinente ou pas, on ne manquera pas d'apprécier que, dans sa notice de 1931⁽²⁹⁾ et parlant de ses travaux des années 1890, Élie Cartan avait écrit :

C'est à la théorie, si importante d'après ce qui précède, de la *structure* [souligné par Cartan] en général, et à la détermination des groupes simples en particulier, que sont consacrées mes premières recherches sur les groupes.

Décidément, « Papa Cartan » était bien un précurseur !

Il a été invité et à participé « à titre consultatif » à une des premières réunions « pré-Bourbaki », chez Capoulade, le 20 mai 1935⁽³⁰⁾. C'est lui, « Papa

⁽²⁸⁾ Pour cette appellation, voir aussi la note 32 du chapitre 2.

⁽²⁹⁾ Pour fixer les idées : avant les toutes premières missions ethnographiques de Lévi-Strauss, qui ont eu lieu en 1935.

⁽³⁰⁾ Archives Bourbaki, XX

Cartan », qui, le 18 novembre 1935, présente à l'Académie des sciences la première note de Bourbaki⁽³¹⁾, qui est en même temps la toute première apparition publique de ce mathématicien. André Weil raconte :

Il fallait aussi qu'un membre de l'Académie présentât la note ; on ne doutait pas qu'Émile Picard, secrétaire perpétuel de l'Académie, ne dût tomber en apoplexie s'il avait vent de l'affaire. Je me chargeai d'écrire la note et de l'envoyer à Élie Cartan avec une lettre justificative.

C'est donc Élie Cartan qui est chargé de demander son prénom à cet auteur inconnu. C'est Éveline Weil qui, à sa demande, choisit « Nicolas »⁽³²⁾, en tout cas, c'est ce que Weil raconte dans ses souvenirs⁽³³⁾ et personne ne l'a contredit (cette histoire de prénom n'est pas mentionnée dans les archives Bourbaki). Et c'est pourquoi la note ne paraît que le 23 décembre. Et c'est à lui que Bourbaki se présente dans une lettre célèbre⁽³⁴⁾ :

Cher Monsieur,

Je vous envoie ci-joint, pour les C.R., une note que M.Bourbaki m'a chargé de vous transmettre. Vous n'ignorez pas que M.Bourbaki est cet ancien professeur à l'Université Royale de Besse-en-Poldévie, dont j'ai fait la connaissance il y a quelque temps dans un café de Clichy où il passe la plus grande partie de la journée et même de la nuit ; ayant perdu, non seulement sa situation, mais presque toute sa fortune dans les troubles qui firent disparaître de la carte d'Europe la malheureuse nation poldève, il gagne maintenant sa vie en donnant, dans ce café, des leçons de belote, jeu où il est de première force. Il fait profession de ne plus s'occuper de mathématiques, mais il a bien voulu cependant s'entretenir avec moi de quelques questions importantes et même me laisser jeter un coup d'œil sur une partie de ses papiers ; et j'ai réussi à le persuader de publier, pour commencer, la note ci-jointe, qui contient un résultat fort utile pour la théorie moderne de l'intégration, je pense que vous ne verrez pas de difficulté à l'accueillir pour les Comptes-Rendus ; si même les renseignements que je vous donne au sujet de M.Bourbaki ne paraissent pas suffisamment clairs, j'imagine qu'il n'appartient à l'Académie, et en particulier à celui qui présente la note, que de s'assurer de la valeur scientifique de celle-ci, et non de faire une enquête au sujet de

⁽³¹⁾C'est [32].

⁽³²⁾En toute cohérence, les Weil donneront à leur deuxième fille, née en 1946 le jour de la Saint Nicolas, le prénom de Nicolette.

⁽³³⁾Comme la citation de Weil ci-dessus, [365, p. 106].

⁽³⁴⁾Qui a déjà été reproduite ici [13], ou là [16, p. 472], et même ailleurs...

l'auteur. Or j'ai examiné soigneusement le résultat de M.Bourbaki, et son exactitude est hors de doute.

Veillez recevoir, je vous prie, les remerciements de M.Bourbaki et les miens, et croyez toujours à mes sentiments bien affectueusement et respectueusement dévoués.

A Weil

C'est donc la lettre justificative. Comme dit Weil⁽³⁵⁾ :

Élie Cartan n'ignorait rien de nos activités ni de nos projets. [...] Un groupe de membres de l'Académie avait coutume de se réunir hebdomadairement, à un déjeuner qu'on continuait à appeler « déjeuner des jeunes de l'Institut » ; leur jeunesse était à vrai dire de fort ancienne date. Au moment des liqueurs, Élie Cartan consulta ses confrères sur ma lettre ; il obtint leur approbation. Quant au contenu de la note, il n'avait rien de fantaisiste [...].

Au moment de faire la liste de ceux à qui l'on enverrait le premier fascicule des *Éléments de mathématique*⁽³⁶⁾, en avril 1940, on établit une longue liste de mathématiciens étrangers. À l'item « France », on peut lire⁽³⁷⁾

Weil propose uniquement Papa Cartan (mais sans exclure d'autres noms a priori) ; Dieudonné aussi.

Les thèses de Jean Cavaillès et Albert Lautman

Des mêmes générations que (et souvent amis avec) les fondateurs de Bourbaki, il faut parler ici de Jean Cavaillès et d'Albert Lautman. Tous deux ont soutenu des thèses en philosophie des mathématiques, sous la direction de Léon Brunschvicg, en 1937. Ils avaient suivi des certificats de mathématiques à la Sorbonne, ils étaient liés avec Henri Cartan⁽³⁸⁾ et Charles Ehresmann, fils et élève d'Élie Cartan. On a vu que ce dernier (ainsi, souvent, que les mathématiciens de son époque) s'intéressait à la philosophie. Il était « socialement » désigné pour faire partie des deux jurys de thèse et, en effet, il en fit partie.

Au-delà de cette causalité sociale, nous en savons un peu plus sur l'intérêt qu'Élie Cartan porta aux travaux des deux philosophes. La Société française de philosophie organisa en effet une rencontre au cours de laquelle les deux

⁽³⁵⁾ Toujours [365, p. 106].

⁽³⁶⁾ C'est-à-dire [33].

⁽³⁷⁾ Archives Bourbaki nbt_003XX.

⁽³⁸⁾ C'est par exemple Henri Cartan qui corrigea les épreuves du livre posthume de Cavaillès paru chez Hermann en 1947.

jeunes gens présentèrent leurs travaux et débattirent avec l'assistance⁽³⁹⁾. On ne sait pas exactement de qui cette assistance était constituée, ni même de combien de personnes, mais on sait que sont intervenus dans la discussion XX.

L'intérêt d'Élie Cartan pour la philosophie fut constant. Nous l'avons vu participer aux activités de la Société française de philosophie en 1922, participer à un congrès international de philosophie à Naples en 1924 (voir page 203), donner un exposé sur « Le rôle de la géométrie analytique dans l'évolution de la géométrie » en 1937 pour le neuvième congrès international de philosophie, dit Congrès Descartes (page 226). Le voici en 1939.

XX

Cette discussion sur la dialectique du local et du global XX

Je suis assez embarrassé, parce que je suis un peu dans la situation de M. Jourdain qui avait l'habitude de parler en prose sans s'en douter. Les mathématiciens — au moins un certain nombre d'entre eux, parmi lesquels je me place — n'ont guère coutume de réfléchir aux principes philosophiques de leur science ; quand ils entendent un philosophe en parler, cela les intéresse, mais ils ne savent pas trop comment répondre aux considérations qu'il développe.

Évidemment, je connais la thèse de M. Cavaillès et la thèse de M. Lautman, puisque je faisais partie du jury de l'une et de l'autre, mais ma situation est différente : auparavant j'étais du bon côté de la barricade, tandis qu'aujourd'hui, je suis de l'autre côté...

Je n'ai pas bien compris quelle opposition il y avait entre les deux points de vue de M. Cavaillès et de M. Lautman, points de vue qui me semblent différents plutôt qu'opposés. J'ai l'impression que les considérations de M. Cavaillès portent sur le fond même de la pensée mathématique, tandis que les considérations de M. Lautman portent plutôt sur l'état actuel, non pas de l'ensemble des Mathématiques, mais d'un certain nombre de théories mathématiques et, à cet égard, il y a évidemment un certain nombre d'affirmations de M. Lautman qui m'intéressent particulièrement : celles qui concernent les relations entre le local et le global, par exemple. Certainement, ces relations se posent dans une partie importante des mathématiques. La théorie des fonctions, en particulier des fonctions de variables réelles, telle qu'on la conçoit depuis cinquante ans, ne peut se poser le problème du rapport entre le local et le global ; les fonctions envisagées sont trop générales pour qu'on puisse déduire leurs propriétés globales de leurs propriétés locales ; mais il y a une classe de

⁽³⁹⁾ Le compte rendu de cette réunion se trouve facilement aujourd'hui. Non seulement il figure dans les Œuvres complètes de Cavaillès, mais c'est une des « grandes conférences » que la Société française de philosophie a mises en ligne à l'occasion de son centenaire. XX

fonctions pour lesquelles le rapport du local et du global est au fond la partie essentielle du problème : ce sont les fonctions analytiques de variables complexes dont les propriétés globales sont déterminées par les propriétés locales ; pour les fonctions quasi analytiques, qui ont été introduites récemment, il se passe quelque chose d'analogue : lorsqu'on connaît en un point les valeurs de la fonction et celles de ses dérivées successives, elle est complètement déterminée dans tout son champ d'existence.

En Géométrie — c'est surtout à la Géométrie que M. Lautman pensait — il y a aussi des problèmes extrêmement importants pour lesquels se pose la relation entre le local et le global : si nous prenons par exemple, dans un espace, un petit morceau de cet espace, est-il possible, par la connaissance de ce petit morceau, de déduire la connaissance de tout l'espace ? Bien entendu, il faut supposer que cet espace jouit de propriétés globales assez simples, sans lesquelles ce problème n'aurait pas de sens. Ce sont là, en apparence, des problèmes de Géométrie pure, mais en réalité ce sont aussi des problèmes d'analyse. Soit, par exemple, une portion d'espace riemannien ; si vous supposez que les fonctions qui interviennent pour définir cet espace sont analytiques, vous allez avoir un problème, extrêmement intéressant, qui est le suivant : connaissant un petit morceau d'espace riemannien défini analytiquement par sa forme différentielle, jusqu'à quel point peut-on en déduire les propriétés globales de cet espace ? Il peut arriver que ce petit morceau ne puisse pas être prolongé jusqu'à former un espace complet ; en général, c'est ce qui arrive. S'il peut être prolongé de manière à former un espace complet, il le peut d'une seule manière, avec certaines restrictions.

Voilà donc un problème des rapports du global et du local qui n'est pas défini simplement par son énoncé géométrique, mais qui est lié à l'existence de propriétés purement analytiques dans la définition du morceau d'espace.

On pourrait développer des considérations analogues au sujet des relations entre l'intrinsèque et l'extrinsèque. Étant donnée une surface plongée dans un certain espace, les propriétés intrinsèques supposées connues de la surface entraînent-elles des limitations des propriétés de l'espace qui la contient ? Il y a là ? des problèmes extrêmement intéressants ; mais on doit remarquer qu'ils dépendent, non seulement de la position géométrique du problème, mais de sa position analytique.

M. Lautman a donné un certain nombre d'autres exemples de tels problèmes : la Forme et la Matière ; la Théorie des Groupes. Tout

cela est très intéressant, mais je ne sais pas jusqu'à quel point cela justifie la thèse générale de M. Lautman, car je ne comprends pas très bien ce que c'est que la Dialectique, et je suis obligé ? de me maintenir sur un terrain purement technique.

Je n'ai pas l'impression que les considérations de M. Lautman soient en contradiction avec celles de M. Cavailles. J'ai l'impression que M. Lautman considère certains problèmes particuliers des Mathématiques actuelles, et un certain nombre de problèmes philosophiques. Je crois être, dans l'ensemble, d'accord avec lui, mais, malheureusement, je suis incapable de discuter avec lui sur ce terrain.

En tout cas, en ce qui concerne le caractère des Mathématiques d'avoir un développement autonome et imprévisible, je crois qu'on ne peut pas aller contre cette affirmation. Cependant l'histoire nous apprend qu'il y a eu dans l'histoire des Mathématiques — que je connais, que j'ai vécue — certaines prévisions d'avenir : il y a eu, en 1900, une conférence de Hilbert sur les problèmes futurs des Mathématiques, conférence extraordinairement remarquable, car précisément, il a mis le doigt sur les problèmes qui devaient se poser dans le développement des Mathématiques pendant cinquante ans au moins ; et il a prévu justement les problèmes les plus importants qui se sont effectivement posés.

Par contre, on pourrait trouver des conférences de savants éminents, sur l'avenir de telle ou telle branche des Mathématiques, dans lesquelles ces savants n'ont pas prévu du tout ce qui allait se passer.

Certainement le développement des Mathématiques a en lui-même quelque chose d'imprévisible et, quand on a un certain âge, on se rend compte que certaines théories, au bout de vingt, trente ou quarante ans, prennent un développement tout à fait inattendu, et que le point de vue d'où on arrive à les envisager est tout à fait différent du point de vue initial. Cependant on est bien obligé de reconnaître que ce sont des nécessités internes qui se sont révélées dans le développement ultérieur de ces théories. Je pense, par exemple, à la Topologie, cette science qui existait à peine il y a un demi-siècle, et qui prend chaque jour un aspect nouveau et un développement tout à fait inattendu, pénétrant de plus en plus profondément dans toutes les branches des Mathématiques.

Comme nous l'avons déjà dit, les mathématiciens travaillaient surtout chez eux. C'est donc souvent chez eux qu'ils recevaient les collègues avec qui ils avaient à parler. Ainsi de Julia, qui a pu nous décrire le petit bureau du Chesnay (page 108). C'est aussi chez eux qu'ils recevaient les jeunes venus leur poser des questions ou leur raconter ce qu'ils avaient fait. Ce fut le cas par exemple de Shiing-Shen Chern⁽⁴⁰⁾ :

Cartan was a wonderful teacher. He suggested “little” problems, some of which became the subjects of my papers. probably because of my responses to his questions he allowed me to visit him at his home, about once every two weeks. After the visit, I usually received a letter from him the next day, which would say : “After your departure I thought more about your questions...”

Et ce fut le cas pour Georges de Rham, qui a raconté :

À sa demande, Élie Cartan, avec qui je n'avais pas encore eu de contact personnel, me convoqua chez lui à Versailles⁽⁴¹⁾.

Au cours de mon premier entretien avec Élie Cartan, à qui Lebesgue m'avait envoyé porter le manuscrit de ma thèse, il m'a dit qu'il avait été amené à tout cela par une idée qu'il qualifiait de baroque : il avait voulu montrer que la sphère est simplement connexe *en partant du groupe*⁽⁴²⁾.

XX Les soutiens « de loin ». qc sur Kosambi, par exemple. Voir CW pour ça

XX aussi, citer Weiss et Finzi parmi les jeunes

XX les étudiants. qc sur Germaine Curie.

Appendice : les jurys de thèse — à la Sorbonne, auxquels Élie Cartan a participé

Élie Cartan a écrit des rapports sur les thèses⁽⁴³⁾ de

- Edgar B. Schioldrop, 14 juin 1922
- Henri Beghin, 20 novembre 1922
- René Lagrange, 16 juin 1923
- Paul Mentré, 20 novembre 1923
- Léon Pomey, 3 avril 1924 XX neveu de Jean-Baptiste Pomey

⁽⁴⁰⁾ [250].

⁽⁴¹⁾ [339, p. 25].

⁽⁴²⁾ [338, p. 647].

⁽⁴³⁾ Tous les renseignements sur les thèses soutenues après 1914 viennent de... la thèse de Juliette Leloup [309] et la base de données qu'elle a constituée. Les dates sont celles qu'elle indique comme dates de soutenance.

- Victor Lalan, 14 juin 1924
- Henri Mineur, 22 novembre 1924
- Henri Krebs, 5 mai 1925
- Ph. Le Corbeiller, 26 mai 1926
- Louis Long, 16 novembre 1926
- P.-C. Delens, 8 juin 1927
- Lucien Féraud, 15 février 1928
- Jules Sebag, 2 mai 1928
- Georges Nicoladzé, 9 juin 1928
- Alexandre Pantazi, 12 décembre 1928
- J. Dubourdieu, 19 décembre 1929
- Henry Murray, 29 avril 1933
- Jacques Devisme, 4 novembre 1933
- Charles Racine, 4 juin 1934
- Jean Mirguet, 3 décembre 1934
- Charles Ehresmann, 9 juillet 1934
- H. Adad, 21 décembre 1935
- Sylvain Wachs, 18 novembre 1936
- Mohsen Hachtroudi, 9 juillet 1937
- Radu Rosca, 25 mai 1939
- Robert Potier, 26 juillet 1940
- Luc Gauthier, 4 août 1944
- Octave Galvani, 8 août 1944
- Marcel Decuyper, octobre 1944
- Léonce Lesieur, 27 novembre 1945

Il a présidé les jurys de⁽⁴⁴⁾

- Edgar B. Schieldrop, 14 juin 1922
- ★ André Razmadzé, 25 avril 1925
- Louis Long, 16 novembre 1926
- ★ G. Juvet, 12 juin 1926
- P.-C. Delens, 8 juin 1927
- Lucien Féraud, 15 février 1928
- Jules Sebag, 2 mai 1928
- Georges Nicoladzé, 9 juin 1928
- J. Dubourdieu, 19 décembre 1929
- ★ Samuel Cholodenko, 28 mai 1930
- ★ Kinjiro Kunugui, 28 juin 1930
- ★ Pierre Dive, 19 mai 1930
- ★ Georges de Rham, 20 juin 1931
- ★ Jean Leray, 19 mars 1933
- Henry Murray, 29 avril 1933
- Jacques Devisme, 4 novembre 1933

⁽⁴⁴⁾ Les étoiles signalent les thèses qui n'apparaissent pas dans la première liste, c'est-à-dire celles dont Cartan n'était pas rapporteur.

- ★ Antoine Appert, 17 mars 1934
- Charles Racine, 4 juin 1934
- Jean Mirguet, 3 décembre 1934
- Charles Ehresmann, 9 juillet 1934
- H. Adad, 21 décembre 1935
- Sylvain Wachs, 18 novembre 1936
- ★ H. Pailloux, 28 mai 1937
- Mohsen Hachtroudi, 9 juillet 1937
- ★ Louis Couffignal, 8 janvier 1938
- ★ Charles Pisot, 23 mars 1938
- ★ Claude Chabauty, 25 juin 1938
- Radu Rosca, 25 mai 1939
- ★ André Lichnerowicz, 6 juillet 1939
- Robert Potier, 26 juillet 1940
- ★ Bernard d’Orgeval, 21 décembre 1945 (soutenue en captivité en 1943)
- ★ Max Eger, 12 octobre 1943
- Luc Gauthier, 4 août 1944
- Octave Galvani, 8 août 1944
- Marcel Decuyper, octobre 1944
- ★ Marcel Mayot, août 1945
- Léonce Lesieur, 27 novembre 1945

CHAPITRE 18

LE PRINTEMPS 1939 — UNE AVANT-GUERRE

Dans ce chapitre et le suivant, je vais raconter l’histoire d’Élie Cartan entre 1939 et 1945, par touches empruntées à différentes sources. Le jubilé en 1939 a laissé pas mal de traces, qui permettent de se faire une idée du déroulement de la fête, et même un peu plus. Ici on verra un nouvel aspect des relations d’Élie Cartan avec ses collègues italiens — en préparation aux problèmes auxquels il sera confronté pendant l’Occupation (comme on le verra au chapitre 19).

La guerre n’éclata pas, pour utiliser un cliché, comme « un coup de tonnerre dans un ciel serein ». Pour faire apparaître la complexité de la vie d’un scientifique (de la vie tout court) à cette époque, j’ai choisi de la faire commencer par deux « événements » (dont l’un est d’ailleurs plutôt un « non-événement ») du printemps 1939.

Avril, le *Convegno Volta*

En avril 1939, l’*Accademia reale* italienne finissait d’organiser un congrès « Volta » sur les mathématiques qui devait se tenir du 22 au 28 octobre à Rome et réunir soixante mathématiciens (une moitié d’Italiens, une moitié d’étrangers) sur des sujets dans lesquels les Italiens étaient particulièrement forts⁽¹⁾. Le *Convegno Alessandro Volta* organisait des congrès internationaux sur des sujets variés, sur l’Afrique en octobre 1938, par exemple et, pour ce qui concerne les mathématiciens, sur les *alte velocità in aviazione* en 1935, à l’organisation duquel Levi-Civita avait participé.

L’histoire commence pour nous par une lettre que, le 6 avril, son collègue et co-auteur Schouten écrivit à Élie Cartan :

⁽¹⁾Pour tout ce paragraphe (qui a aussi fait l’objet de l’article « grand public » [23]), voir le passionnant article [41] d’Annalisa Capristo. Je suis aussi redevable à Annalisa de beaucoup d’informations et d’explications.

Monsieur et très honoré collègue,

j'ai l'honneur de vous envoyer ci-inclus copie d'une réponse à l'Accademia Reale d'Italia sur le congrès de géométrie différentielle, algèbre et topologie du « Convegno Volta 1939 ». J'espère que la plupart de mes collègues dans les pays démocratiques seront d'accord avec mon point de vue. Je serais très obligé si vous avez la bonté de montrer la copie aux collègues français intéressés.

Avec mes meilleurs salutations

Sincèrement votre

J.A. Schouten

Et il lui joignait, comme il le disait, une copie de la lettre qu'il venait d'envoyer (en allemand) à l'Accademia Reale :

Meine Herren,

Auf die freundliche Einladung der Reale Accademia d'Italia zur Beiwohnung des Convegno Volta 1939 habe ich nicht unmittelbar antworten können, da ich mich zunächst darnach erkundigen wollte ob Italienische und ausländische Jüdische Gelehrte zur Tagung eingeladen werden sollten oder nicht. Ich wandte mich daher in einem persönlichen Schreiben an Prof. Francesco Severi. Seine erhaltene Antwort lässt leider in dieser Beziehung keine Zweifel bestehen. Leider befinde ich mich daher in der Lage Ihre freundliche Einladung abschlagen zu müssen. Ich möchte Sie bitten in dieser Weigerung keine gegen Italien gerichtete Aktion zu sehen, ich habe die grösste Achtung für die Italienische Wissenschaft und hege die freundschaftlichsten Gefühle für meine Italienischen Kollegen. Es ist mir aber unmöglich einen Kongress über Differentialgeometrie mitzumachen von dem Italienische und ausländische Gelehrte wie Tullio Levi Civita, Guido Fubini, Benjamino Segre, D. van Dantzig und Ludwig Berwald auf Grund von Rassenvorurteilen ausgeschlossen werden. In der selben Weise habe ich damals die Einladung des Canadischen Regierung zu Beiwohnung des « internationalen » Mathematikerkongresses in Toronto abgeschlagen, da man sich weigerte die Deutschen Gelehrten einzuladen.

Mit verzüglichen Hochachtung

Ihr sehr ergebener⁽²⁾

⁽²⁾Messieurs, je n'ai pu répondre immédiatement à l'amicale invitation de l'Accademia Reale d'Italia à participer au congrès Volta de 1939 car je voulais d'abord savoir si les savants italiens et étrangers juifs seraient invités ou pas. J'ai donc écrit personnellement au Prof. Severi. Sa réponse ne laisse malheureusement aucun doute à ce sujet. Je me vois donc contraint à refuser votre amicale invitation. Je vous prie toutefois de ne pas considérer ce refus comme une action contre l'Italie, j'ai le plus grand respect pour la science italienne et les sentiments

Depuis octobre 1938, l'Italie avait adopté une dure législation antisémite et le congrès Volta, auquel Cartan et Schouten avaient été invités, était strictement « aryen »⁽³⁾. Élie Cartan ne le sut sans doute jamais, mais lui-même avait été suspecté de judéité, sans doute à cause de son prénom biblique, avant d'être « innocenté » et invité.

Le 12 avril, il n'avait pas encore pris sa décision, puisqu'il écrivit à Amaldi :

J'ai reçu il y a une huitaine de jours une invitation au « Convegno Volta ». Je ne sais pas encore si je pourrai y assister⁽⁴⁾.

Le 17 avril, il accepta l'invitation, par deux lettres. La première était adressée au président de l'Accademia Reale, en voici l'essentiel :

Je suis très honoré de l'invitation de l'Académie Royale d'Italie à participer au IXe Convegno Volta qui aura lieu à Rome en octobre prochain. J'ai l'honneur de vous informer que sauf événements imprévus j'assisterai à cette réunion.

Il y eut bien entendu des événements, même si pas totalement imprévus. L'autre lettre était pour Severi. Il y répétait son acceptation, avec un petit ajout :

Monsieur et cher collègue

J'ai l'honneur de vous accuser réception de l'invitation que vous m'avez fait envoyer à participer au IXe Convegno Volta qui aura lieu à Rome en octobre prochain. Je suis très honoré de cette invitation et je vous en remercie. J'assisterai certainement à cette réunion sauf événements imprévus et il me sera très agréable de passer quelques jours avec les collègues mathématiciens de Rome⁽⁵⁾.

Après quoi il expliquait ce dont il parlerait dans sa conférence (voir plus bas).

Pour savoir ce que Cartan avait en tête, il est prudent de remonter un peu en arrière, à l'automne 1938.

les plus amicaux pour mes collègues italiens. Il m'est toutefois impossible de participer à un congrès sur la géométrie différentielle duquel seront exclus, pour des raisons raciales, des savants italiens et étrangers tels que Tullio Levi Civita, Guido Fubini, Beniamino Segre, D. van Dantzig et Ludwig Berwald. De la même façon, j'ai autrefois refusé l'invitation du gouvernement canadien à participer au congrès « international » des mathématiciens à Toronto, parce que les Allemands n'y étaient pas invités. Toute ma considération, etc.

Pour ces deux lettres, fonds Élie Cartan, archives de l'Académie des sciences.

⁽³⁾Pas seulement « aryen » : par exemple, Paul Montel, dont l'invitation avait été envisagée, ne fut pas invité parce que « franc-maçon ». De Donder non plus, parce qu'il était « antifasciste ». Voir [41].

⁽⁴⁾Toujours [322, p. 281].

⁽⁵⁾Pour ces deux extraits, Accademia nazionale dei Lincei, Roma, Archivio della Reale Accademia d'Italia. Rappelons qu'il n'y a pas trace de cette correspondance dans les archives Cartan à l'Académie des sciences.

Flashback : automne 1938. Si Tullio Levi-Civita et Élie Cartan ont été, tous les deux, de grands épistoliers, ils ont échangé assez peu de lettres. Comme nous l'avons déjà dit, nous n'avons pas vu de lettre de Levi-Civita à Cartan. Mais les archives de Levi-Civita à l'*Accademia dei Lincei* contiennent plusieurs cartes et lettres de Cartan. Deux cartes et six lettres, entre le 6 juin 1924 et le 30 avril 1930. Elles sont (bien sûr) aimables et polies, mais

- ne contiennent pas (ou contiennent peu) de mathématiques
- sont très formelles, commençant par « Monsieur et cher collègue ».

Les correspondants se sont rencontrés pour la première fois au Congrès de Bologne en 1928 et se sont assez peu vus.

Tullio Levi-Civita était à Paris le 30 mars 1931, puisque les *Comptes rendus* se souviennent qu'il a assisté à la séance de l'Académie des sciences ce jour-là. Il y a certainement vu (et félicité) le jeune académicien Élie Cartan.

Il est probable qu'ils se sont rencontrés à Paris en 1935 lorsque Levi-Civita, invité par Henri Villat, a donné un exposé à l'Institut de mécanique des fluides (d'autant plus que Villat a organisé un dîner⁽⁶⁾).

Il est à peu près certain qu'ils se sont vus, toujours à Paris, en 1937 lorsque la Société mathématique de France organisa, à l'occasion de l'Exposition universelle, une « Réunion internationale des mathématiciens », au cours de laquelle Levi-Civita donna une conférence⁽⁷⁾. Les occasions de discussions mathématiques et amicales ne manquèrent pas : il y eut un déjeuner au restaurant du premier étage de la Tour Eiffel le 9 juillet, suivi d'une promenade en bateau sur la Seine⁽⁸⁾.

Toujours est-il que, entre 1930 et 1938 Cartan et Levi-Civita ne se sont pas écrit. En juin 1938, Levi-Civita, qui était membre correspondant de l'Académie des sciences depuis 1911 y a été élu membre associé (ce qui est une promotion) le 27 juin 1938, après un rapport... d'Émile Borel (pourquoi Borel et pas Villat ou Cartan, je ne sais pas).

Puis est arrivé l'automne 1938, moment où le pouvoir fasciste italien a promulgué sa loi sur « la race » (c'est-à-dire, d'exclusion des juifs) en même temps que le *Zentralblatt* décidait de priver son comité de rédaction de son unique membre italien, sous prétexte que cet Italien était aussi juif⁽⁹⁾. C'est à

⁽⁶⁾Le fonds Henri Villat des archives de l'Académie des sciences contient une lettre de Gaston Julia qui accuse réception d'une invitation à ce dîner. Il est difficile d'imaginer que Villat n'ait pas invité Cartan, dont les centres d'intérêt étaient plus proches de ceux de Levi-Civita.

⁽⁷⁾Les conférenciers étaient Denjoy, Sergesco, Marchaud, Gosneth, Godeaux, van der Corput, Levi-Civita, Volterra, Marcel Riesz, Zaremba, von Mises, Young.

⁽⁸⁾Ce qui était encore plus intéressant que ça n'en a l'air : l'Exposition universelle et ses pavillons se déployaient, non seulement face à la Tour Eiffel (on pense au célèbre affrontement des pavillons de l'Union soviétique et de l'Allemagne nazie) mais aussi le long de la Seine.

⁽⁹⁾Si cette éviction de Tullio Levi-Civita a fait un peu de bruit parmi les mathématiciens et si plusieurs ont quitté le comité de rédaction, il se trouva bien entendu des mathématiciens pour

ce moment que Levi-Civita dut écrire à Cartan, tout en lui envoyant un article (un tout petit livre) sur les « petits triangles »⁽¹⁰⁾. Nous n'avons pas cette lettre, mais nous avons la réponse de Cartan, datée du 18 octobre 1938⁽¹¹⁾ :

Mon cher Ami,

Je vous remercie vivement de votre lettre trop aimable et de votre envoi que je viens de recevoir. J'ai parcouru avec le plus grand intérêt votre mémoire sur la trigonométrie des petits triangles curvilignes sur une surface ; cela m'a rappelé le plaisir que j'avais eu autrefois à lire les Chapitres de Darboux consacrés aux triangles géodésiques, mais l'analyse est poussée cette fois sensiblement plus loin.

Si vous le permettez, je vais vous dire comment, me semble-t-il on pourrait justifier sans calcul la formule de la page 21

$$a = \ell \left\{ 1 - \frac{1}{24} \gamma^2 \ell^2 + 3 \right\} \text{XX voir ça}$$

valable pour une courbe d'un espace riemannien à deux (en réalité aussi à 3, 4,...) dimensions. Si l'on développe sur l'espace euclidien tangent en A la ligne fermée $ABCA$ formée de la corde géodésique AB et de l'arc de courbe BCA , on obtient la figure $A'B'C'A'_1$ dans laquelle $A'B'$ est un segment de droite de longueur a , $A'B'C'A'$ une ligne de longueur ℓ et de courbure γ . Si l'on joint $B'A'_1$ et si l'on appelle a_1 sa longueur, on a puisqu'on est en géométrie euclidienne, la formule

$$a_1 = \ell \left\{ 1 - \frac{1}{24} \ell^2 \gamma^2 + 3 \right\} \text{XX}$$

mais a_1 diffère de a d'une quantité d'ordre infinitésimal supérieur à 3 (par rapport à a ou ℓ) car la longueur $A'A'_1$ représente le vecteur de torsion associé au cycle $ABCA$, vecteur dont la longueur est infiniment petite par rapport à l'aire limitée par le cycle, aire elle-même du troisième ordre (le vecteur de torsion est infiniment petit par rapport à l'aire parce que tout espace riemannien est sans torsion). On a donc

$$a_1 - a = \varepsilon \ell^3 \quad (\varepsilon \text{ inf}^t \text{ petit})$$

d'où la formule à démontrer.

prendre les places ainsi libérées — il y eut désormais deux Italiens dans le comité de rédaction (Severi et Bompiani). Ce type de questions fut à l'origine de la création de la concurrente *Mathematical Reviews* en 1940. Voir l'article [346] de Reinhard Siegmund-Schultze.

⁽¹⁰⁾ Il s'agit de [311]. Comme nous allons voir, cet article, dont Levi-Civita avait aussi fait paraître une version en italien, fut publié par la Société mathématique de France dans un supplément de 1939.

⁽¹¹⁾ *Accademia dei Lincei*.

M. Fubini que j'ai vu récemment⁽¹²⁾ m'a donné des nouvelles de plusieurs de nos amis mathématiciens italiens. Il est inutile de vous dire quels sont nos sentiments. J'espère que Madame Levi-Civita et vous êtes en bonne santé et avez bien profité des vacances.

Je vous prie de croire mon cher collègue à mes sentiments de bien cordiale amitié.

E. Cartan

J'ai été averti il y a quelque temps par l'Institut physico-mathématique de Kazan qu'on m'avait attribué le prix Lobatchevsky. Vous y êtes pour quelque chose et je vous en remercie.

Ceci est un bel exemple de la « méthode Cartan » : il est chaleureux, ainsi que le montre le « Mon cher Ami » (jamais usité jusque là avec ce correspondant), l'intérêt marqué pour les mathématiques (c'est la première fois qu'il y a des formules mathématiques (et des figures) dans une lettre de Cartan à Levi-Civita), il est clair qu'il s'agit d'une lettre de soutien à un collègue placé dans une position difficile. Mais c'est aussi très discret : aucun mot précis lié aux difficultés en question n'est écrit. Tullio Levi-Civita avait bien compris tous ces aspects, comme le montre un brouillon de réponse conservé par lui (et dont nous ne savons même pas avec certitude s'il fut suivi de l'envoi d'une réponse)⁽¹³⁾ :

21 X 1938

Mon cher ami,

Je vous [remercie, barré] suis affectueusement obligé pour votre lettre si cordiale et intéressante du 18 de ce mois et je m'empresse à exprimer la plus agréable satisfaction pour la manière à la fois spontanée et pénétrante par laquelle, grâce à votre théorie de la torsion, vous avez pu immédiatement établir [justifier, de nombreuses ratures] un résultat dont on ne connaissait pas la source au point de vue purement formel. Évidemment je serai bien content si vous prendrez la peine de publier votre belle remarque dans le même Bull. de la Société Math. de France où a paru ma conférence⁽¹⁴⁾.

Je me réjouis qu'on vous ait finalement décerné le prix Lobachevsky : on avait laissé tout en suspens depuis presque trois ans !

Tous mes remerciements pour [les sentiments de, barré] la sympathie que vous me [ratures] exprimez à la suite de récentes [mesures,

⁽¹²⁾ Comme le montre sa correspondance avec Levi-Civita, Guido Fubini était à Paris, à l'hôtel Saint-James et d'Albany, 202 rue de Rivoli, au moins du 23 octobre au 10 janvier. Il arriva à Princeton en mars 1939.

⁽¹³⁾ *Accademia dei Lincei*.

⁽¹⁴⁾ Il s'agit de la conférence faite à Paris pendant l'Exposition universelle. Le texte est paru dans un supplément du *Bulletin*, en effet, mais Cartan n'a jamais publié sa démonstration.

barré] manifestations antisémitiques⁽¹⁵⁾. Jusqu'à présent je ne sais officiellement rien, tout en ayant appris assez, ou plutôt beaucoup trop, par les journaux.

Ma femme et moi nous portons heureusement bien et espérons que vous et les vôtres avez eu des agréables vacances. Présentez je vous prie nos meilleurs hommages en famille et agréez [les sentiments amicaux, barré] l'expression amicale de nos sentiments distingués.

Retour à avril 1939. Il n'est pas exclu que Cartan ait cru possible de rencontrer « les collègues mathématiciens de Rome ». C'est ce qu'avait pensé Vranceanu, qui avait même écrit à Levi-Civita pour lui annoncer qu'il viendrait à Rome et espérait le rencontrer — ce à quoi Levi-Civita avait répondu que, comme Vranceanu le savait certainement, les Juifs étaient exclus de la vie culturelle italienne, que lui ne participerait donc pas au Congrès Volta et qu'il ne serait pas à Rome⁽¹⁶⁾. Il reste que Cartan avait accepté, qu'il écrivit et envoya un article qui fut publié (en 1943⁽¹⁷⁾), que bien sûr le congrès Volta n'eut pas lieu pour cause de guerre. Un non-événement dont il reste :

– que Cartan a choisi le sujet « Calcul différentiel absolu », celui dans lequel, comme lui même l'écrivit en 1942⁽¹⁸⁾, Levi-Civita avait joué le rôle le plus important. Il cita donc Ricci et Levi-Civita dès la deuxième ligne de son article, et d'ailleurs Schouten et van Dantzig quelques lignes plus bas,

– qu'il dut discuter et s'expliquer avec Schouten, puisque celui-ci ne lui en voulut pas comme le montre le fait qu'il continua à lui écrire pendant et après la guerre (voir page 291).

★

Si j'ai insisté ici sur le côté « lois sur la race » italiennes, c'est parce qu'elles n'étaient qu'un prélude. Voir aussi pages 257, 272 et 281.

C'est exactement à ce moment (fin avril, début mai 1939) qu'Élie Cartan intervint pour faire obtenir un visa à un collègue allemand qui souhaitait émigrer et eut besoin de passer par la France, et peut-être aussi qu'il aida un mathématicien républicain espagnol à quitter l'Europe⁽¹⁹⁾. Conformément à

⁽¹⁵⁾ Levi-Civita est plus explicite que Cartan, bien sûr... et il est en colère. Comme pratiquement tous les mille deux cent cinquante professeurs d'université italiens (à la notable exception de douze d'entre eux, dont Vito Volterra), il avait signé en 1931 le serment d'allégeance à Mussolini...

⁽¹⁶⁾ Cité dans [41] et dans [323].

⁽¹⁷⁾ Le 23 octobre 1948, il n'avait toujours pas reçu d'exemplaire de son exposé, comme il le signala dans une lettre à Amaldi [322, p. 321].

⁽¹⁸⁾ Dans la rubrique nécrologique [225]. Voir page 283.

⁽¹⁹⁾ La guerre d'Espagne se termina le 1^{er} avril 1939.

la manière discrète d'Élie Cartan, ceci ne nous est connu que par des détours de phrases dans des lettres tardives (voir plus bas pages 293 et 295).

Puisque l'Espagne a été mentionnée, peut-être est-ce un bon endroit pour signaler un article d'Élie Cartan qui parut, deux ans plus tard, dans une revue espagnole, justement. Le titre de cet article est « La geometria de las ecuaciones diferenciales de tercer orden ». Il n'en existe pas de version française publiée mais, bien sûr, Cartan l'a écrit en français. Il a été traduit en espagnol par Tomás Rodríguez Bachiller. Celui-ci (qui était venu à Paris vers 1926 et connaissait donc Cartan personnellement) avait été le rédacteur en chef de la *Revista Mat. Hisp.-Amer* lorsqu'elle fut, pendant la République espagnole, l'organe de la *Sociedad matemática española*. Après la victoire de Franco, il perdit son poste à l'Université de Madrid, la société mathématique espagnole redevint royale (elle l'est toujours). L'article de Cartan, qui avait vraisemblablement été écrit en 1939 ou avant, parut en 1941, juste derrière un grand portrait de Franco et un texte d'allégeance au nouveau pouvoir.

Mais revenons à 1939.

Mai, le jubilé

Quelques semaines plus tard, le jeudi 18 mai 1939, une grande cérémonie réunit les collègues et les amis d'Élie Cartan à la Sorbonne. En ce temps-là, la mode était aux « jubilés »⁽²⁰⁾. Un jubilé célébrait un cinquantenaire, celui d'une activité scientifique dont on faisait dater le début de l'entrée à l'É.N.S. du scientifique célébré. Si l'introduction (anonyme) du petit volume que les éditions Gauthier-Villars consacrèrent à ce jubilé fait référence au soixante-dixième anniversaire d'Élie Cartan, c'est bien à ce cinquantenaire que — avec quelques mois de retard — les discours prononcés firent allusion.

Organisée par Charles Ehresmann et Georges Darmon, la cérémonie consista en effet de plusieurs discours de personnalités liées aux différents aspects de l'activité professionnelle d'Élie Cartan, prononcés (et imprimés) dans un ordre protocolaire immuable — en commençant par le Recteur de l'Université de Paris⁽²¹⁾, puis en alignant le Secrétaire perpétuel de l'Académie des sciences, le Doyen de la Faculté des sciences⁽²²⁾, le représentant du Comité

⁽²⁰⁾ Remplacée depuis par la mode des colloques « X a soixante ans » — un peu plus d'exposés mathématiques, un peu moins de cérémonial, le milieu s'est démocratisé.

⁽²¹⁾ Le ministre, Jean Zay, s'était fait représenter, mais il n'y eut pas de discours en son nom.

⁽²²⁾ Respectivement Gustave Roussy, Émile Picard, Charles Maurain.

organisateur⁽²³⁾. Hermann Lie avait envoyé le buste de son père, Sophus Lie⁽²⁴⁾. On entendit la première exécution de l'*Hommage à Dante* de Jean Cartan, sous la direction de Charles Munch lui-même⁽²⁵⁾. Il y eut ensuite un déjeuner, puis Élie Cartan répondit aux discours du matin avec gentillesse (et sans aucun doute avec beaucoup d'émotion). Et il y eut, en fin d'après-midi, une réception chez les Cartan, boulevard Jourdan.

Une liste d'invités du déjeuner se trouve dans les papiers d'Élie Cartan. Des officiels, des amis (M^e Tissot, Antoinette Tissot, une amie musicienne de la famille), des parents (M^{elle} Rivier, la nièce d'Élie Cartan), des collègues, des amis des enfants, beaucoup de jeunes collègues, donc (Delsarte, Dieudonné, Dubreil, Dugué, Lautman...). Ne figure pas dans cette liste, alors qu'elle était présente, Eugénie Cotton, « ma chère amie la Directrice de l'École de Sèvres », dit Élie Cartan, en l'associant au souvenir de sa sœur Anna. À ces listes il faut ajouter celle, impressionnante, des messages et télégrammes de félicitations venus du monde entier — parmi lesquels ceux des Anciens élèves du Collège de Vienne et du proviseur du Lycée de Grenoble durent toucher particulièrement Élie Cartan.

Parmi les jeunes gens et amis de la famille, on notera l'absence d'André Weil, qui était en mission à l'étranger (nous y reviendrons) et qui offrirait le cadeau prévu pour ce jubilé un an plus tard (nous y reviendrons aussi), ainsi que celle de Claude Chevalley, qui était aux États-Unis. Les collègues de la Sorbonne étaient là (il était impensable de ne pas inviter Untel ou Telautre), et c'est sans doute Gaston Julia qui fit inviter son ami Helmut Hasse, le directeur de l'Institut de mathématiques de Göttingen (qui était à Paris pour quelques jours et donnait des exposés au Séminaire Julia). Si Hasse était là « par hasard », son collègue et ami Francesco Severi était là, lui, en titre, il représentait l'Académie Royale des sciences et l'Académie d'Italie⁽²⁶⁾.

⁽²³⁾ Celui-ci était Alphonse Demoulin, un géomètre belge déjà rencontré au chapitre 7, etc. Ils furent suivis par Arthur Tresse, Paul Langevin, Georges Bruhat, Gaston Julia, Henri Vergne, Jean Dieudonné.

⁽²⁴⁾ C'était une réplique du buste inauguré à Oslo en 1936 au cours d'une cérémonie où Cartan avait présenté l'œuvre de Sophus Lie. Cette réplique fut offerte par Cartan à la bibliothèque de l'É.N.S.

⁽²⁵⁾ J'ignore s'il y eut d'autres exécutions de cette œuvre. Il ne semble pas en exister de version enregistrée. Il en est de même du *Pater* qui, lui, fut joué à Orsay lors du départ à la retraite d'Henri Cartan en 1975.

⁽²⁶⁾ Voici une liste d'invités du déjeuner, copiée dans un cahier d'Élie Cartan (archives de l'Académie des sciences) et sans doute incomplète. MM^e Denjoy, MM^e Chazy, MM^e Borel, MM^e Ehresmann, MM^e Darmon, MM^e Guillemin (XX), MM^e Villat, MM^e Flamant, MM^e Bruhat, MM^e Lautman, M^e Tissot, M^{elle} Rivier, M. Montel, Hibbert, Dugué, Manguin, Maurain, Laugier, Dieudonné, Tresse, Thibaud, Delsarte, Châtelet, Vigne (XX), Leau, M. Buhl, MM^e Rougail (XX), Mandelbrojt, Marty, Fréchet, Bouligand, Lebesgue, Drach,

C'est sans doute précisément ce jour-là qu'on offrit à Élie Cartan le volume de « Selecta » qu'on avait fait imprimer et qui contenait la notice⁽²⁷⁾ et six articles ou extraits d'articles d'Élie Cartan, dans l'ordre :

- L'exposé du 11 janvier 1937 au Séminaire Julia, sur les problèmes d'équivalence,
 - un extrait (les quatre premières parties) de *Les groupes projectifs qui ne laissent invariante aucune multiplicité plane* (1913),
 - l'article *Les représentations linéaires des groupes de Lie*, du Journal « de Liouville » en 1938,
 - *Sur les variétés à connexion projective*, paru en 1924,
 - les huit premières sections de *Sur les invariants intégraux de certains espaces homogènes clos et les propriétés topologiques de ces espaces*, de 1929,
 - *La topologie des espaces représentatifs des groupes de Lie*, du colloque de Genève, paru en 1936,
- une « sélection⁽²⁸⁾ » bien représentative des travaux d'Élie Cartan.

★

Dans son allocution, Charles Maurain, le Doyen de la Faculté des sciences, signala, à propos des relations d'Élie Cartan avec ses collègues étrangers :

Et, dans ces derniers temps, tu as aidé, de toute ta bonté et de tous tes efforts, des collègues que d'attristants événements, qu'on n'eût pas cru possibles à notre époque, ont chassés de leur pays et mis dans la plus pénible situation.

En mai 1939, chacun comprenait à quels attristants événements Maurain faisait allusion. La mention manque toute fois de précision dans le détail⁽²⁹⁾. Nous allons voir de façon un peu précise, sur quelques exemples, que, si Élie Cartan avait déjà aidé quelques collègues étrangers, il n'allait pas manquer d'aider aussi de jeunes collègues (français) que d'attristants événements allaient mettre dans une pénible situation.

Ajoutons qu'il reste, dans les papiers d'Élie Cartan aux archives de l'Académie des sciences, une lettre qui lui avait été adressée le 13 juillet 1933 par le « Comité international pour la défense des libertés académiques et des droits

Hadamard, Paul Lévy, Julia, Coulomb, MM^e Dubreil, Waddington, Lurquin, Wavre (3), Li-bois (3), Hasse, Godeaux, Demoulin, Gonseth et M^e, Sergescu et M^e, Severi, Vaney.

⁽²⁷⁾ Voir page 23 pour les différents états de cette notice.

⁽²⁸⁾ L'exposé du séminaire Julia n'avait pas été publié, on le trouve maintenant dans [22, Exposé 4-D]. Les autres articles choisis sont, dans l'ordre, [79, 209, 116, 163, 200].

⁽²⁹⁾ Voir quand même les lettres de Schwerdtfeger et Santaló pages 293 et 295.

des savants », qui signalait que le comité parisien contenait, entre autres, Victor Basch, Paul Langevin et Jean Perrin. La lettre demandait à Cartan de rejoindre le comité. Y était adjoint un programme, essentiellement

apporter aide et protection aux savants de tous les pays, qui s'étant distingués par leurs travaux scientifiques, se trouvent empêchés de les poursuivre dans le cadre des institutions publiques, victimes de préjugés de race, de nationalité, de religion, d'opinion politique, de classe, d'« école », etc.

Le comité se proposait d'organiser

une Université internationale, ayant son siège à Paris, et où les savants visés [...] trouveront la possibilité de continuer normalement leur travail académique.

Je ne vois aucun moyen de savoir ce que Cartan a répondu à cette lettre. Mais il l'a conservée.

★

À l'occasion de ce jubilé, Élie Cartan reçut de nombreuses lettres et télégrammes⁽³⁰⁾. Il est vraisemblable qu'il a répondu à tous. Les archives de l'*Accademia dei Lincei* à Rome conservent les cartes qu'il envoya à Volterra et à Levi-Civita. Puisque nous avons commencé ce chapitre sous le signe de l'Italie et de Levi-Civita, voici ce qu'il écrivit à ce dernier :

Paris, le 29 mai 1939

Mon cher Collègue et Ami,

J'ai été très touché du télégramme vraiment trop élogieux par lequel vous avez tenu à vous associer à la célébration de mon jubilé scientifique et je vous en remercie bien vivement. Vous comprendrez que les éloges qui me viennent d'un savant et d'un homme tel que vous m'ont été particulièrement précieux.

Veuillez transmettre mes respectueux hommages à Madame Levi-Civita et croire mon cher Collègue et ami à mes sentiments très fidèlement et cordialement dévoués⁽³¹⁾.

La liste des expéditeurs de lettres et télégrammes de félicitations précède, dans le volume du jubilé, deux autres listes, celle des membres du Comité d'Organisation⁽³²⁾ et celle des « autres souscripteurs ». Ce sont de longues listes de noms, accompagnées de « titres » comme « Ahlfors, Professeur à l'Université de Helsinki » (c'est le premier, par ordre alphabétique). Le genre de

⁽³⁰⁾ Je serais étonnée qu'il ne subsiste pas, quelque part, un dossier « jubilé » contenant les lettres et télégrammes reçus à cette occasion.

⁽³¹⁾ *Accademia dei Lincei*.

⁽³²⁾ Qui n'avait sans doute d'organisation que le nom.

listes que l'on parcourt en vitesse. Ce que j'avais fait plusieurs fois avant de remarquer qu'elles sont quelque chose de remarquable (justement). En liaison avec la question du Convegno Volta (ci-dessus) et le chapitre suivant : les noms d'Enriques, Levi-Civita et Volterra sont accompagnés du titre de « ancien professeur à l'université de Rome », que de même que Fano, comme Fubini, est « ancien professeur à l'université de Turin », et Blumenthal à celle d'Aix-la-Chapelle⁽³³⁾.

⁽³³⁾Tous ces mathématiciens italiens avaient perdu leur poste par la vertu des lois antisémites. Otto Blumenthal avait, lui, perdu le sien dès 1933 et n'en avait pas trouvé d'autre. Il émigra aux Pays-Bas en juillet 1939.

CHAPITRE 19

LA GUERRE ET L'OCCUPATION

La suite sera souvent décrite à travers ce qu'en ont raconté ou écrit différents personnages. André Weil, Helmut Hasse, Camille Marbo, le problème des publications des auteurs juifs, Paulette Libermann...

Il s'agit d'évoquer ou d'essayer d'évoquer ce que fut la vie pendant cette époque pour un homme déjà un peu âgé, grand scientifique, aux prises avec des réalités angoissantes, dangereuses, difficiles.

1939

Été. Liège. À l'occasion de l'Exposition internationale de l'Eau, l'A.F.A.S. tint son congrès annuel du 17 au 22 juillet 1939, à Liège. La section des sciences mathématiques était placée sous la présidence d'honneur d'Élie Cartan (et la présidence effective de Lucien Godeaux). Cartan y donna une conférence « Sur quelques familles remarquables d'hypersurfaces ».

La guerre. Et puis, il y eut la guerre. Elle n'arriva pas comme un coup de tonnerre dans un ciel serein. Déjà en mai, personne ne doutait que cette guerre allait éclater. La famille allait être durement touchée mais, en 1939, aucun de ses membres n'était mobilisé, ni Élie bien sûr, qui avait soixante-dix ans, ni les enfants, définitivement réformés à cause des problèmes de santé évoqués dans le chapitre 8, ni même le neveu François Cuzin, pour les mêmes raisons. Élie et Marie-Louise étaient à Paris, avec Hélène. Louis, qui enseignait à Poitiers, était alors à Paris. Henri fut évacué à Clermont-Ferrand avec l'Université de Strasbourg dès septembre 1939 (mais il venait à Paris de temps en temps).

1940

Un prélude à la guerre avait été la guerre civile espagnole, à proximité de la France, par où passèrent de nombreux réfugiés. Mentionnons Luis Santaló, géomètre espagnol combattant dans l'armée républicaine, qui passa par Paris « l'an 1940 » avant de partir pour l'Argentine et qui fut aidé par Élie Cartan (comment ? nous ne le savons pas avec précision, voir la lettre page 295).

Hiver. Belgrade. C'est certainement à la demande de Michel Petrovitch, un mathématicien serbe bien connu à Paris (où il avait été élève à l'É.N.S. à la même époque qu'Élie Cartan et avait passé sa thèse) que Cartan donna un exposé à l'Institut français de Belgrade le 27 février 1940. Dans ce lieu, il parla d'un sujet général et français, bien sûr, « le rôle de la France dans le développement des mathématiques ». La conférence faisait une sorte de tableau d'honneur des mathématiciens français, commençant par Viète. Si l'article n'est pas le meilleur de son auteur, il correspond sans doute à ce que les Yougoslaves lui avaient demandé. L'exercice n'est pas très facile et il est plus que probable que les auditeurs y apprirent quelque chose — notamment sur les mathématiciens français vivants.

Histoire des différentes versions d'un article. Élie Cartan a préparé et donné la conférence en français. Il a laissé une version de son texte à Belgrade et celui-ci a été traduit en « serbo-croate » (comme on disait en ce temps-là) et publié par le journal *Saturn* dès 1940, puis comme un fascicule séparé en 1941 avec une introduction de Petrovitch.

Cinquante ans plus tard, au cours de la préparation de ce que j'ai appelé la « biographie soviétique⁽¹⁾ », B. Rosenfeld a contacté Henri Cartan, qui a fouillé les papiers laissés par son père et trouvé un exemplaire de la version originale (en français, donc) de la conférence. Rosenfeld a alors demandé à Henri Cartan et aux collègues yougoslaves l'autorisation de publier une traduction en anglais dans le livre qu'il écrivait avec Akivis.

Les « Publications mathématiques de Belgrade » s'apprêtaient à célébrer leur soixantième anniversaire, en 1992, et demandèrent donc, elles aussi, l'autorisation de publier l'article original — ce qui fut fait⁽²⁾. Nous avons ainsi une version française (la version originale) publiée en 1992. Pourquoi publier cet article en 1992, pourra-t-on se demander. La réponse est donnée par la note rédactionnelle en tête du fascicule. Celle-ci évoquait ce soixantième anniversaire et rappelait que, malgré le fait que la plupart des articles publiés par le journal étaient désormais en anglais, le titre du journal était français, rappelant

⁽¹⁾Toujours le livre [4].

⁽²⁾Comme [238].

les liens entre Belgrade et la France. Pour ceux que le contexte « Belgrade en 1992 » n'aurait pas alertés, ajoutons que cette note faisait un parallèle entre la situation du pays (?) en 1992 et cette « période poignante » que fut 1940 pour la France⁽³⁾.

★

Nous voilà revenus en 1940.

Élie Cartan rencontra certainement tous les mathématiciens présents à Belgrade, en particulier Nicolas Saltykow, qui écrivit plus tard une notice sur lui, Élie Cartan.

Comment se rendait-on de Paris à Belgrade en février 1940 ? En train, sans doute par Zurich (ou Milan) et Trieste — la Yougoslavie resta neutre jusqu'en 1941.

Printemps. André Weil. Au printemps 1940, la famille Cartan, en particulier Élie Cartan, fut mobilisée dans (ou occupée par) l'affaire de l'insoumission d'André Weil. Résumons ici les débuts de cette affaire⁽⁴⁾. André Weil, qui était maître de conférences à l'Université de Strasbourg (et qui était, comme nous l'avons vu, un ami très proche d'Henri Cartan) partit en mission à l'étranger au printemps 1939, avec l'intention affirmée de ne pas rentrer en France quand la guerre éclaterait (pour des raisons dont certaines devraient être claires pour les lecteurs du chapitre 5). Ce qui ne manqua pas d'arriver quelques mois plus tard, alors que Weil et son épouse étaient (en vacances) en Finlande. Weil était officier de réserve et, ne rentrant pas, n'obéissant pas à l'ordre de mobilisation, il devenait un « insoumis ». Suspecté d'être un espion russe, il fut arrêté en Finlande et, après diverses péripéties et prisons nordiques, finit par être

⁽³⁾Le recenseur de *Mathematical Reviews* n'avait évidemment pas vu cette note rédactionnelle, de sorte qu'il ne comprit pas pourquoi cet article était publié à ce moment-là. Il n'est pas sûr qu'il ait vraiment lu l'article non plus. Il écrivit en effet :

In this lecture the author picked out some of his great predecessors, including Descartes, Lagrange, Laplace, Fourier, Cauchy and Poncelet (almost entirely his work on geometry), Darboux and Hadamard (the only figure in the list then living). The distinguished list of absentees includes Liouville and Poincaré, among many others. The little surveys are by and large competent, although with no original points or judgements. Doubtless the public had a nice experience that day (of which circumstances no indication is given), but the lecture's publication now (the first ?) seems unnecessary.

Il va sans dire que Poincaré y est cité assez longuement et que beaucoup de mathématiciens français le sont aussi (notamment Borel, Lebesgue, Baire, Montel, Julia, Fréchet... sans parler de morts jeunes, comme Fatou et Herbrand).

⁽⁴⁾Qui est détaillée dans [365] et dans [16, pp. 488 sqq].

renvoyé en France et incarcéré, à Rouen, en attendant son procès pour insoumission. Ce qu'il fit (attendre) en s'occupant à faire des mathématiques⁽⁵⁾... grâce à l'aide de sa famille et de ses amis et notamment à celle d'Henri Cartan.

Comme à son habitude, c'est avec discrétion qu'Élie Cartan joua son rôle dans cette histoire. Avant de détailler ce rôle, signalons que, à cette époque, le jeune retraité Élie Cartan continuait à travailler. Le 15 mars 1940 par exemple, il avait terminé et expédié un article sur les groupes linéaires quaternioniens qui devait paraître à Zurich dans un volume dédié à Rudolf Fueter⁽⁶⁾.

Mais revenons à l'affaire Weil. Élie Cartan y apparaît d'au moins trois façons différentes.

Il fut, tout d'abord, le dédicataire du livre que Weil avait envisagé de lui offrir lors du jubilé⁽⁷⁾ et qu'il acheva dans sa prison. Weil avait ce livre en chantier depuis 1935, il devait paraître dans le *Mémorial des sciences mathématiques*, comme le fascicule *La théorie des groupes finis et continus et l'analysis situs* d'Élie Cartan⁽⁸⁾, dont il aurait constitué une suite naturelle⁽⁹⁾. La dédicace, ou préface (« épître dédicatoire ») est emplie de l'admiration et de l'affection que Weil portait à « Papa Cartan ». Il y fit passer aussi, bien sûr, quelques commentaires sur l'air du temps, qui occasionnèrent une discussion par courrier entre Weil, Henri Cartan et Enrique Freymann (l'éditeur du livre). André Weil avait écrit la phrase⁽¹⁰⁾ :

À une époque où les approches du temple du savoir ressemblent quelquefois à celle de la bourse, où l'on y court le risque d'être étourdi par des troupes bruyantes de marchands et de bateleurs, nous avons besoin de nous affermir dans notre croyance qu'une vie donnée toute à la science fût encore possible, sans laideurs ni compromissions : auprès de vous nous en trouvons chaque jour la certitude.

Des suggestions de modifications de cette phrase vinrent d'Henri Cartan et d'Enrique Freymann⁽¹¹⁾,

⁽⁵⁾ Je renvoie à [363] et à ses commentaires, ainsi qu'à [16, 20] pour les travaux réalisés par Weil pendant cette période. La quantité de travail qu'il abattit est très impressionnante. Il est difficile de croire que Cartan n'ait pas pensé à cette activité de Weil en prison, lorsqu'il écrivit, peu après, les commentaires sur le séjour de Sophus Lie dans la prison de Fontainebleau qui a fait l'objet de la note 10 du chapitre 2.

⁽⁶⁾ C'est l'article [219]. Le volume célébrait ses soixante ans ! — voir la note 20. Rudolf Fueter est déjà apparu dans ce livre comme président du Congrès de Zurich.

⁽⁷⁾ C'est-à-dire [360].

⁽⁸⁾ C'est-à-dire [172].

⁽⁹⁾ Dit Weil dans [363, p. 530].

⁽¹⁰⁾ Qui n'est pas sans rappeler le « Votre carrière toute droite, sans une inflexion ni un compromis », de l'allocation de Dieudonné au cours du jubilé [217].

⁽¹¹⁾ Voir [16, pp. 498 sqq].

Auprès de vous nous trouvions chaque jour la certitude qu'une vie donnée toute à la science est possible sans compromissions

ou encore

Auprès de vous nous trouvions l'exemple d'une vie sans compromission donnée tout entière à la science.

Le texte définitif fut exactement le texte initial de Weil, sauf qu'il y remplaça le mot « laideurs » par le mot « faiblesses ».

La deuxième apparition d'Élie Cartan, et sa première intervention fut de transmettre à l'Académie des sciences, le 22 avril 1940, la célèbre note⁽¹²⁾ dans laquelle Weil démontrait — ou en tout cas disait savoir résoudre — « les principaux problèmes de la théorie » (dont l'hypothèse de Riemann pour les corps finis). À quel point Élie Cartan fut informé du fait qu'André Weil ne savait pas (encore) démontrer le lemme principal de cette note, voilà qui ne nous est pas connu. Weil, qui n'avait pas manqué de le dire à Henri Cartan, ne le dit peut-être pas à son père, que cette information aurait certainement plongé dans l'embarras.

Enfin, Élie Cartan, à la demande de la famille Weil, vint témoigner au procès d'André Weil, le 3 mai 1940, à Rouen. L'idée fut lancée par Simone Weil, dans une lettre à Henri Cartan datée du 8 avril 1940⁽¹³⁾ :

[...] il ne s'agit nullement d'exprimer une opinion quelconque sur ce dont on accuse mon frère ; il n'aurait même pas à en faire mention. Il s'agit d'exposer un fait, à savoir le retentissement qu'ont pu et que pourront avoir les travaux de mon frère, parmi d'autres, auprès des milieux scientifiques de tous les pays ; et sur ce sujet précis il s'agirait pour lui de dire exactement ce qu'il pense.

Il va sans dire qu'Élie Cartan accepta. Sans grand succès. Citons les souvenirs d'André Weil⁽¹⁴⁾ :

La séance du tribunal militaire fut une comédie assez mal jouée. Les juges, tous officiers, étaient en uniforme [...] Maître Bloch⁽¹⁵⁾ était majestueux [...] Ma famille était dans la salle. Avec sa bonté habituelle, Elie Cartan avait consenti à venir témoigner en ma faveur. Techniquement, il s'agissait d'insoumission et non de désertion, puisque ma faute avait été commise lorsque que je n'étais pas militaire. Maître Bloch avait sur le commissaire l'avantage de la robe et des effets de manche qu'elle comporte ; à cela près le réquisitoire et

⁽¹²⁾La note [361]. Sur cette note, son contenu et ses suites, voir aussi [20].

⁽¹³⁾Archives privées de Sylvie Weil.

⁽¹⁴⁾Dans [365, p. 190].

⁽¹⁵⁾Il s'agit bien sûr de l'avocat d'André Weil.

sa plaidoirie me parurent d'une égale platitude. On ne prêta nulle attention à Elie Cartan, qu'on ne fit même pas asseoir.

Comment pouvait-on espérer qu'un homme si doux et « si foncièrement bon⁽¹⁶⁾ » pût se faire entendre d'un tribunal militaire ? En pleine guerre...

★

En avril 1940, Élie Cartan s'occupa aussi des choses de la vie « ordinaire », par exemple, il s'inquiéta de l'état d'avancement d'un fascicule de Vranceanu pour sa série de « Leçons de géométrie », qu'il avait lui-même porté chez Hermann en janvier 1939, et dont l'auteur n'avait toujours pas reçu les épreuves. Lorsqu'il rencontra Freymann, ils ne parlèrent pas *que* d'André Weil. La Roumanie, en avril 1940, n'était pas en guerre et Élie Cartan écrivit à Vranceanu :

Les heures que nous vivons sont évidemment dramatiques et nous comprenons bien la situation des pays qui comme le vôtre sont obligés de garder une neutralité qui ne correspond pas toujours à leurs sentiments intimes.

Le fascicule de Vranceanu ne parut jamais chez Hermann ; son auteur le fit paraître en Roumanie en 1941.

Juin 1940. Car, après la « drôle de guerre », c'était effectivement la guerre. Une authentique guerre, qui fut courte mais tua plus, en proportion, que la guerre de 1914-18. l'armée allemande entra en France par les Ardennes en mai et malgré le courage que montrèrent et les sacrifices que subirent les soldats, l'armée française ne put résister. Ce ne fut pas qu'une cinglante défaite militaire, ce fut aussi un grand exode des populations civiles vers le sud. Le gouvernement, les administrations, fuirent. De très nombreux Parisiens abandonnèrent leurs logements et partirent sur les routes.

Il m'a été difficile de déterminer avec précision ce qu'avaient fait Élie, Malise et Hélène au cours de ces journées. Clairement, ils n'avaient pas été parmi les premiers fugitifs : Élie Cartan participa à la séance de l'Académie des sciences qui se tint le 10 juin 1940 (ainsi que vingt-trois de ses collègues, parmi lesquels Hadamard, Montel, Perrin, Langevin, Mauguin), le jour où le gouvernement quitta Paris pour Bordeaux, il y présenta même une note⁽¹⁷⁾. Il n'y eut pas de séance les 17, 23 et 30 juin (l'armée allemande était entrée dans Paris le 14). Mais l'Académie des sciences reprit ses séances le 8 juillet et Cartan n'a signé aucune liste d'émargement pendant le mois de juillet. Je savais⁽¹⁸⁾ que Louis Cartan s'était réfugié, en juin 1940, avec sa femme et ses deux jeunes enfants,

⁽¹⁶⁾ Comme dit aussi André Weil, à propos de ce témoignage, dans [364] ou [16, Lettre du 15 juin 1984].

⁽¹⁷⁾ C'est [218], qui a été publiée dans le *Compte rendu* de la séance du 22 juillet.

⁽¹⁸⁾ Voir [1].

chez son frère Henri (à Beaumont, près de Clermont-Ferrand). J'ai fini par apprendre que c'est ce qu'avait fait aussi Élie Cartan. Une lettre de Santaló, après la guerre⁽¹⁹⁾, mentionnait une dernière lettre reçue d'Élie Cartan et datée de Beaumont et de juillet 1940... dans laquelle il annulait un voyage prévu en Argentine. C'est donc qu'il était à Beaumont à un moment de juillet 1940. Il rentra à Paris assez rapidement puisque, à partir du 5 août, il recommença à signer la liste d'émargement à l'Académie des sciences avec sa régularité coutumière.

Après l'armistice et l'appel du 18 juin, Louis Cartan décida, en accord avec son épouse (qui attendait un troisième enfant), de rejoindre de Gaulle. Il ne put dépasser Bordeaux.

À l'Académie des sciences. Élie Cartan était donc présent le 19 août lors de la discussion qui entraîna, à l'Académie des sciences, la démission du Général Perrier, un géographe⁽²⁰⁾, de son poste de président de l'Académie. Le comité secret avait décidé, le 19 août, de censurer la notice nécrologique que Perrier avait écrite sur Jules Breton, allant ainsi au-devant des possibles exigences des autorités d'Occupation. Le Général Perrier était parfaitement lucide sur ce qui se passait (et allait se passer) à l'Académie des sciences et certainement Élie Cartan aussi, comme nous allons le voir. Perrier écrivit, dans sa lettre de démission :

[...] j'estime que malgré l'Occupation allemande, l'Académie doit poursuivre ses travaux comme en pays libre et ne pas aller au-devant des désirs de la censure en supprimant d'avance de ses publications ce qu'elle estime à tort ou à raison devoir déplaire à celle-ci. Il sera temps d'effectuer ces suppressions si on nous les impose, mais on pourra assurer alors qu'il a fallu obéir à la seule force.

Dans une lettre de confirmation qu'il envoya le 7 septembre, il écrivit très clairement une phrase qui décrit parfaitement l'attitude de l'instance « Académie des sciences » à partir de cette époque :

La question qui me paraissait devoir faire le fond du débat, les rapports de l'Académie des sciences avec la censure allemande, a été soigneusement éludée.

À la mort de Perrier en 1946, le président de l'Académie des sciences sera Élie Cartan et ce sera à lui d'écrire une nécrologie. Relevons-y :

[...] c'était une âme franche et loyale. Président de notre Académie dans la douloureuse année 1940, il se sentit obligé de donner sa démission dans le courant de l'année. Beaucoup d'entre nous n'ont

⁽¹⁹⁾ Voir ici page 295.

⁽²⁰⁾ Georges Perrier était un géodésiste et membre de la SMF, comme nous l'avons vu page 147.

pu oublier les circonstances qui l'ont conduit à cette détermination ; elles n'ont pu qu'augmenter l'estime dans laquelle nous tenions son caractère.

Mais revenons à 1940.

XX

En 1940, Henri Cartan fut nommé à la Sorbonne et revint donc vivre à Paris avec sa famille. Il est difficile de ne pas signaler que, comme l'avait fait son père, il fit son service d'enseignement à l'École normale supérieure, où il influença des générations de jeunes mathématiciens. XX Il emménagea lui aussi 95 boulevard Jourdan, sur le même palier que ses parents. L'appartement dans lequel il s'installa avec son épouse Nicole et ses deux enfants Jean et Françoise, était celui des Flamant, que Madame Flamant mit à leur disposition après la mort de son mari — elle même occupait une chambre dans l'appartement d'Élie Cartan.

Automne. Helmut Hasse. Pour l'automne 1940, nous utilisons l'abondante correspondance de Helmut Hasse. Celui-ci n'était pas insoumis et c'est sans doute dans son bel uniforme de « Capitaine de corvette » (son grade dans la marine⁽²¹⁾) des troupes d'Occupation qu'il vint à Paris. Il vint deux fois, début octobre et fin novembre. Une des raisons de ces séjours était de recruter des mathématiciens qui collaborassent au journal d'analyses *Zentralblatt für Mathematik*. Plusieurs mathématiciens étaient prisonniers de guerre en Allemagne, à commencer par le propre frère de Julia, et leur sort fut bien entendu évoqué aussi dans les conversations que Hasse eut avec ses collègues parisiens. Il rencontra plusieurs des personnes qu'il connaissait (en octobre Julia, en novembre Ehresmann et Dieudonné, avec qui il dîna le XX) et, bien sûr, il rendit visite à Élie et Henri Cartan.

Il avait assisté au jubilé, avait été invité au déjeuner et peut-être même à la réception chez les Cartan boulevard Jourdan. Sur le chemin du retour vers Göttingen, il s'était arrêté à Strasbourg et avait donné un exposé au séminaire — devant Henri Cartan. Étant à Paris, il devait donc rendre visite aux Cartan⁽²²⁾. Hasse n'a sans doute pas mesuré à quel point son arrivée en uniforme chez les Cartan pouvait être ressentie comme choquante — ou même comme manquant de tact. Il faut ajouter que sa visite tombait à un vraiment mauvais moment : Paul Langevin, grand ami d'Élie Cartan comme nous l'avons vu et

⁽²¹⁾ Où il s'était engagé en 1917 XX.

⁽²²⁾ Il n'est pas certain que Hasse connaissait vraiment bien Élie Cartan avant son passage à Paris en 1939. La seule lettre de Hasse conservée par Élie Cartan concerne la publication, en 1933, par les *Comptes rendus*, de deux notes de Hasse, traduites par Chevalley, transmises par Élie Cartan et dont les épreuves furent corrigées par Iyanaga... Ils avaient aussi dû se rencontrer à Oslo.

sympathisant communiste⁽²³⁾, avait été arrêté le 30 octobre... ce qui n'avait pas empêché une manifestation étudiante et anti-allemande le 11 novembre. Après cette première expression publique d'opposition depuis l'armistice de juin, le Recteur, Gustave Roussy celui-là même qui avait ouvert la cérémonie du jubilé en mai 1939, avait été révoqué parce qu'il avait défendu « ses » étudiants, les autorités d'occupation avaient décrété la fermeture de la Sorbonne et des grandes écoles jusqu'à la rentrée de janvier. Aucun membre de la communauté universitaire ne pouvait prétendre ignorer qu'il s'était passé quelque chose.

Chez les Cartan, comme on peut donc s'y attendre, Hasse trouva l'atmosphère tendue. Lui-même dut en être impressionné, puisqu'il a raconté cette visite à (au moins) deux reprises, dans des lettres à deux de ses collègues⁽²⁴⁾. À Wilhelm Süß, le 19 décembre 1940, il écrivit :

Ferner besuchte ich den Vater Cartan, und sah doch auch den Sohn, der gerade unter erheblichen Schwierigkeiten von Clermont-Ferrand zurückgekehrt war. Hier war die Stimmung etwas reserviert. Ich hatte aber den Eindruck, dass dies seinem Grund hauptsächlich in zwei gerade eingetretenen politischen Ereignisse hatte : erstens war die Pariser Universität und auch alle höherent Schulen auf Grund einer Waffenstillstandstag erfolgten Demonstration junger Franzosen am Grab des unbekannten Soldaten, die leicht durch deutsche Truppen zerstreut worden war, bis auf weiteres geschlossen. Und zweitens war der französische Physiker Langevin (der Freund von Frau Curie) plötzlich verhaftet worden. Beide Dinge regten Cartan ersichtlich sehr auf. Persönlich war er aber sehr nett. Auf meine Frage nach Wiederaufnahme der Mitarbeit am Zbl. sagte mir des Sohn, das si wohl noch etwas verfrüht.

Un mois plus tard, le 23 janvier 1941, c'est à Krull qu'il raconta la même visite :

Bei meinem Besuch in Paris habe ich auch länger mit Cartan gesprochen, und zwar sowohl mit dem Vater als auch mit dem eben aus Clermont-Ferrand nach Paris zurückgekehrten Sohn. Die Stimmung bei beiden war etwas gedrückt und auch gespannt. Es hing das offensichtlich damit zusammen, daß zufolge unliebsamer Vorgänge am 11. November (Waffenstillstandstag des Weltkrieges) die Universitäten und höheren Schulen in Paris zwangsweise geschlossen waren, und

⁽²³⁾De façon publique et récente, il avait témoigné au procès des députés communistes de mars 1940.

⁽²⁴⁾Hasse, Süß et Krull étaient respectivement président et XX de la DMV (Société mathématique allemande). Süß par exemple, était l'auteur du message de félicitations que la société avait envoyé à Élie Cartan pour son jubilé.

daß der französische Physiker Langevin plötzlich verhaftet war, ohne daß, man den Grund wusste. Dieser Physiker ist als Freund der verstorbenen Mme. Curie bekannt⁽²⁵⁾ ; er soll im alten Frankreich eine politisch stark exponierte und nicht immer glückliche Rolle gespielt haben. Es ist wohl anzunehmen, daß die Verhaftung damit zusammenhängt. Cartan legte sie jedoch vollständig den Deutschen zur Last. Mein Versuch, Schritte zu einer neuen Wissenschaftlichen Zusammenarbeit zu tun, fand bei beiden Cartans wenig Gegenliebe ; man hielt das für noch verfrüht. Julia ist wohl der einzige französische Mathematiker, der sich rückhaltlos für die sofortige Wiederaufnahme engster wissenschaftlicher Beziehungen zu Deutschland einsetzt.

Que ce soit pour convaincre ses hôtes d'écrire des recensions ou par simple gentillesse un peu balourde, il envoya, dès le lendemain, des tickets d'alimentation à Élie Cartan, ce qui confirme le manque de délicatesse. Et cet homme délicieux lui répondit, le 6 décembre, en le remerciant... certainement surtout parce qu'il espérait que Hasse ferait quelque chose pour faire libérer les trois prisonniers de guerre⁽²⁶⁾ dont il lui envoyait les noms :

Mon cher collègue

Je suis bien en retard pour répondre à votre lettre. C'est que j'attendais d'avoir les adresses de Favard et de Pauc que je vous avais promis de vous procurer et que je vous indique sur la feuille ci-jointe en y ajoutant celle de René Valiron.

Vous m'avez comblé de tickets qui m'ont rempli de confusion, car ma santé n'est pas si mauvaise et je n'ai aucune raison d'être plus favorisé que les autres. Mais j'ai été touché de votre attention et vous en remercie.

Avec le bon souvenir de mon fils je vous adresse, mon cher collègue, l'expression de mes sentiments bien cordiaux et dévoués.

E. Cartan

Paul Langevin fut libéré le 7 décembre... mais assigné à résidence à Troyes. Ses amis se réunirent avec lui avant son départ, mais je ne sais pas si Élie Cartan participa à cette réunion.

⁽²⁵⁾ On aurait pu attendre une présentation de Langevin comme un physicien spécialiste de l'électron et de la théorie de la relativité, mais non, pour la deuxième fois c'est une vieille histoire personnelle (une liaison entre Paul Langevin et Marie Curie en 1911) que ressort Hasse. Les mathématiciens raffolaient déjà des ragots. Marie Curie était morte depuis six ans...

⁽²⁶⁾ L'ambiance, en ce début de la période d'Occupation, avait été à une sorte de coopération spontanée, notamment dans le but de faire libérer des collègues prisonniers, comme le note Michel Pinault [329, p. 210].

1941

Signalons une note de Bourbaki, dont le manuscrit est de la main même d'Henri Cartan⁽²⁷⁾, et transmise par « Papa Cartan » au cours de la séance du 10 février 1941.

Le 27 février, au cours d'une séance de la S.M.F., Élie Cartan donna une conférence sur « La notion d'orientation dans les différentes géométries », que le *Bulletin* de la Société publia (comme un article, et pas dans un supplément « Vie de la Société »)⁽²⁸⁾.

Nous savons que Hasse est revenu à Paris en mars 1941. Cette fois, il ne rendit pas visite aux Cartan.

Comme le montre la correspondance citée au chapitre 13, Élie Cartan entretenait des relations amicales avec Henri Lebesgue. Il est certain que la mort de celui-ci, le 26 juillet 1941, ne manqua pas d'ajouter à la tristesse du moment.

Automne. À l'automne 1941, nous retournons vers l'Académie des sciences. Élie Cartan, homme consciencieux, se rendait à toutes les séances⁽²⁹⁾. Pendant l'Occupation, et pour lui qui n'enseignait plus beaucoup, c'était aussi une façon de maintenir un peu de vie sociale. Sociale mais pas toujours très agréable. Les 10 et 11 octobre 1941, plusieurs membres de l'Académie des sciences sont arrêtés : Émile Borel, Louis Lapicque, Charles Mauguin, Aimé Cotton et Paul Langevin⁽³⁰⁾. Leurs domiciles sont perquisitionnés. Les raisons sont, d'une part par les perquisitions, d'obtenir des renseignements sur les positions des scientifiques (apparemment, une perquisition de l'Académie des sciences avait même été envisagée) et, d'autre part, par cette sorte de « prise d'otages », de se prémunir contre de nouvelles manifestations « du 11 novembre ». Borel avait soixante-dix ans, Lapicque soixante-quinze, Mauguin soixante-trois, Cotton soixante-douze et Langevin soixante-neuf. Ils sont détenus pendant un mois à la prison de Fresnes. Parmi eux, Borel, Cotton et Langevin (et peut-être les autres) sont des amis proches d'Élie Cartan. Camille Marbo décrit précisément la perquisition (brutale et sans égard) chez les Borel et l'arrestation d'Émile Borel. Cette femme énergique s'est bien entendu lancée dans des démarches pour voir et faire libérer son mari. En particulier à l'Académie des sciences :

D'autres savants ayant été arrêtés le même jour que lui, nous pensons que l'Académie des sciences, dont ils font tous partie, peut intervenir

⁽²⁷⁾ Un résultat de topologie générale, [34].

⁽²⁸⁾ C'est [223].

⁽²⁹⁾ Registre des présences, archives de l'Académie des sciences.

⁽³⁰⁾ Assigné à résidence à Troyes, Langevin y a été écroué après que son domicile ait été perquisitionné.

pour qu'ils soient humainement traités, vu leur âge, et rapidement traduits devant un tribunal.

Il nous est répondu que c'est impossible. Il s'agirait là d'une action politique, risquant de faire dissoudre l'Académie. Le duc Maurice de Broglie, Élie Cartan, Paul Montel⁽³¹⁾, le professeur Jolibois soutiennent sans succès le principe d'une démarche. Le ministre lui-même, que je vais voir, tout en m'assurant de sa profonde sympathie, m'oppose un refus très net⁽³²⁾ :

« Hélas, j'ai les mains liées... »

Après un mois à Fresnes, les prisonniers sont libérés. Émile Borel (et sans doute les autres aussi, mais notre informatrice est l'épouse de Borel) a souffert du froid et... a perdu sept kilos.

L'affrontement avec les autorités d'Occupation s'est clairement durci dans l'Université depuis 1940. Pour en rester aux amis d'Élie Cartan, ajoutons qu'Eugénie Cotton avait été brutalement mise à la retraite en 1941. Comme Langevin, les Cotton étaient des sympathisants du Parti communiste. À l'aide qu'ils avaient apportée à des réfugiés allemands ou espagnols avant la guerre, ajoutons les efforts faits par Eugénie Cotton, comme directrice de l'École de Sèvres, pour garder les élèves juives au sein de cette école (voir le paragraphe sur Paulette Libermann page 277).

Pour préciser un peu l'ambiance du côté de l'application des dispositifs anti-sémites de Vichy⁽³³⁾, qui vont former le cadre de l'affaire de la note de Feldbau (et de l'histoire de ce mathématicien), signalons la note que Charles Jacob, administrateur du C.N.R.S. nommé par Vichy⁽³⁴⁾, au Commissaire général aux questions juives, Xavier Vallat, le 13 novembre 1941 :

Sur 628 allocataires du centre, il y a [...] 47 juifs. le pourcentage serait donc de 7,4%.

⁽³¹⁾Paul Montel était alors le Doyen de la Faculté des sciences. Son dossier biographique aux archives de l'Académie des sciences contient les petits mots qu'il envoya au Secrétaire perpétuel pour le tenir au courant des arrestations de ses collègues. Note de M.A.

⁽³²⁾Du 25 février 1941 au 18 avril 1942, le « ministre » était Jérôme Carcopino, secrétaire d'état à l'Éducation nationale. Il avait fait ses preuves en faisant office de recteur après la révocation de Roussy en novembre 1940.

⁽³³⁾Après le premier statut des juifs du 3 octobre 1940 qui, entre autres choses, interdisait un certain nombre de professions (dont l'enseignement) aux citoyens qu'il définissait comme juifs, un deuxième statut avait été promulgué le 2 juin 1941, instaurant des quotas de juifs dans certaines professions.

⁽³⁴⁾Rappelons qu'après quelques épisodes « pré-historiques » (service, caisse, etc.), le C.N.R.S. en tant que tel avait été créé (sous la houlette de Jean Perrin) le 19 octobre 1939 — une des dernières créations de la République. L'« État français » nomma Charles Jacob « un opposant résolu au C.N.R.S. de Jean Perrin », ainsi qu'il se présentait lui-même, administrateur provisoire. Sur l'histoire du C.N.R.S., voir [279].

Et puis, en décembre, un premier scientifique fut (torturé et) assassiné par la Gestapo, Fernand Hollweck, un des piliers de l'Institut du Radium, le laboratoire de Marie Curie. C'était le premier drame auquel les universitaires français étaient confrontés.

Automne 1941 (suite). Jacques Feldbau. C'est pendant cette période pour le moins tendue que se déroule, toujours à l'Académie des sciences, l'histoire de la note d'Ehresmann et Feldbau sur les fibrés associés. De Clermont-Ferrand, où vivent les deux auteurs, Élie Cartan reçoit une note, qu'il présente à l'Académie des sciences au cours de la séance du 27 octobre. Malgré la dureté des temps — imaginons l'ambiance dans la grande salle des séances, deux semaines après l'arrestation de cinq des membres et le refus de l'institution d'intervenir —, malgré peut-être aussi la difficulté des communications — je ne sais pas comment cette note a voyagé de Clermont-Ferrand à Paris, de la zone non occupée à la zone occupée, en ce temps de cartes interzones — tout commence donc normalement. Les deux auteurs poursuivent leur travail de recherche sur les fibrés. En 1939, Feldbau, qui travaillait à Strasbourg sous la direction d'Ehresmann, a démontré qu'un fibré localement trivial sur un simplexe était (globalement) trivial. Ce travail a fait l'objet d'une note qu'Élie Cartan a transmise⁽³⁵⁾. Après quelques « péripéties », dont la guerre, que Feldbau a faite dans l'aviation et Ehresmann dans l'artillerie, et la démobilisation, Feldbau et son directeur de recherche se sont retrouvés à Clermont-Ferrand et se sont remis au travail. D'ailleurs, Élie Cartan a présenté, le 4 juin 1941, une deuxième note, signée Ehresmann et Feldbau, dans laquelle était mise en évidence la suite exacte d'homotopie des fibrations⁽³⁶⁾.

Pourquoi Élie Cartan ? Mais parce qu'il avait été le directeur de thèse d'Ehresmann, tout simplement, ce qui faisait de lui un grand-père mathématique de Jacques Feldbau. Et donc, ce 27 octobre, il présenta la note suivante, la suite de ce travail. Mais voilà, il se trouve que, à ce moment-là, on ne pouvait plus s'appeler Feldbau et publier dans les *Comptes rendus* : pas plus que le C.N.R.S., l'Académie des sciences n'était une tour d'ivoire...

Que l'on ne me demande pas comment précisément ceci fut décidé. Rien ne permet, dans les archives de l'Académie des sciences, de le savoir. Les secrétaires perpétuels ? Le secrétaire-archiviste ? Une assemblée des académiciens qui n'aurait donné lieu à aucun procès-verbal semble difficile à envisager. Le fait est là : les scientifiques juifs ont peu à peu mais complètement disparu de ce journal au cours de l'année 1941⁽³⁷⁾. Et, en ce temps-là, il y avait des

⁽³⁵⁾ Le 15 mai 1939, le lundi qui a précédé la cérémonie du jubilé, c'est la note [271].

⁽³⁶⁾ Si l'expression « suite exacte » n'est pas dans la note [267], la propriété y est bien démontrée. Voir aussi la note 27 du chapitre 12.

⁽³⁷⁾ Comme je l'ai montré dans [14].

spécialistes capables de décider que « Jacques Feldbau » était le nom d'un juif mais pas « Charles Ehresmann ». Et Feldbau était juif, en effet, et c'est même une des « péripéties » que j'ai omis de mentionner : démobilisé en juin 1940, Feldbau, qui était agrégé, fut nommé au lycée de Châteauroux, puis il fut démis en application du « statut des juifs », une série de décrets français publiés le 3 octobre 1940, grâce auxquels les chères têtes blondes des enfants français n'encouraient plus le risque d'apprendre les mathématiques ou autre chose de la bouche d'un professeur désigné comme juif. Bref, ces dispositifs d'exclusion étaient la raison même pour laquelle Feldbau faisait des recherches sur les fibrés au lieu de corriger des copies⁽³⁸⁾. Le refus de publier des auteurs juifs dans les *Comptes rendus* est une application plus que zélée des lois françaises qui répondait au désir des autorités d'Occupation : les « statuts des juifs » laissaient en effet la possibilité à ceux qu'elles avaient désignés comme juifs de publier dans les revues scientifiques spécialisées⁽³⁹⁾. Comme l'avait écrit Georges Perrier dès 1940, le débat avait été soigneusement éludé — pas de traces !

Mais revenons aux fibrés associés et à Élie Cartan. Car c'est à l'attitude et au rôle d'Élie Cartan dans cette histoire que je m'intéresse ici. Il semble assez clair que Cartan a décidé de faire passer la note. Les mathématiques sont intéressantes, la note doit être publiée. D'autre part, comme nous le savons, Cartan est un homme droit et courageux, mais un peu hésitant, et il a dû avoir du mal à prendre une décision. Ensuite, il fit ce qu'il avait jugé bon de faire, même il ne lui avait pas été pas facile d'être sûr de ce qui était bon. La suite de l'affaire va donc prendre plus d'un mois, du 27 octobre (présentation de la note) au 1^{er} décembre (date de sa publication). Ah ! Cette longue attente pour le nom d'auteur de la note dut être moins amusante que celle qui s'était conclue par le choix du prénom de Bourbaki en 1935 ! Pendant ces semaines,

- Cartan a décidé qu'il fallait faire passer la note
- Il a essayé de la publier sous le nom d'auteur « Charles Ehresmann » (seul) avec la mention

Les résultats qui vont être exposés sont dus à la collaboration de l'auteur et de M. Jacques Feldbau.

Mais ceci a été jugé inacceptable (par qui ?)⁽⁴⁰⁾.

- Il a fait une deuxième rature et remplacé cette mention par

⁽³⁸⁾ Pour en savoir plus sur la vie de ce mathématicien, voir [15].

⁽³⁹⁾ Voir, toujours, [14].

⁽⁴⁰⁾ Le Secrétaire perpétuel Émile Picard devait mourir quelques jours plus tard, le 11 décembre. Il était probablement « hors course » à ce moment. C'est d'ailleurs l'« autre » Secrétaire perpétuel, Alfred Lacroix, qui signait les *Comptes rendus*.

Les résultats qui vont être exposés sont dus à la collaboration de l'auteur et de l'un de ses élèves ; ils font suite à une Note antérieure.

Il n'y a aucune spéculation dans cette description, qui est fondée sur l'examen du manuscrit⁽⁴¹⁾.

C'est ainsi que la note est parue. Ajoutons que, au cours des mêmes semaines, c'est Paul Montel qui transmet, le 3 novembre, une note qui fut publiée sous le nom de Daniel Dugué... mais dont l'auteur était Étienne Halphen⁽⁴²⁾. Une autre stratégie (le prête-nom) pour résoudre le même problème. Dans les deux cas, le nom indésirable figurait sur le manuscrit avant d'être rayé. Il n'y a aucun doute que Cartan et Montel, les académiciens qui transmettaient ces deux notes, ont discuté de ces stratégies⁽⁴³⁾.

Mais l'histoire de ces notes aux *Comptes rendus* n'est pas complètement terminée. Dans un de ses cahiers, Élie Cartan a dressé une liste de « notes aux CR, années 1941, 1942 et 1943 », en les classant par nom d'auteurs⁽⁴⁴⁾. En face du nom de Feldbau, on trouve les nombres :

$$212 (1941^I) 945; \quad 213 (1941^{II}) 762; \quad 214 (1942^I) 144.$$

Il s'agit des numéros de volumes, années, numéros de première page des notes en question. D'où il ressort qu'Élie Cartan a transmis trois (et non pas deux) notes de Jacques Feldbau pendant ces années. La troisième est, tout simplement, comme la deuxième, une note parue sous le nom de Charles Ehresmann, sur les *Espaces fibrés de structures comparables*⁽⁴⁵⁾ et qui est la suite, avec les mêmes définitions et les mêmes notations, des deux notes précédentes. Elle est d'ailleurs parue à peine quelques semaines plus tard, le 26 janvier 1942. Pour Élie Cartan, l'académicien qui recevait et transmettait les notes, il n'y a aucun doute que Feldbau était auteur de cette note-là aussi.

⁽⁴¹⁾ Archives de l'Académie des sciences et [14, 15].

⁽⁴²⁾ Voir [25].

⁽⁴³⁾ Il y eut aussi des publications sous pseudonyme(s) (André Bloch) et des envois de plis cachetés. Voir [14].

⁽⁴⁴⁾ Si je comprends bien, il s'agit de la liste des notes publiées par des mathématiciens candidats (ou susceptibles de l'être) à une bourse du C.N.R.S.. Des mathématiciens encore jeunes, donc. Sur cette liste figure en particulier le nom de Marc Krasner, qui était lui aussi menacé par les lois d'exclusion de Vichy et qui se fit discret pendant l'Occupation. Élie Cartan s'est aussi préoccupé de son sort mathématique ces années-là, comme le montre une lettre qu'il a conservée dans un de ses cahiers, datée « Grenoble, 18 septembre » (1942 ? 1943 ?) et qui fait état de relations mathématiques pendant cette période.

⁽⁴⁵⁾ C'est la note [266].

Jacques Feldbau avait peut-être d'abord choisi de s'effacer. Il a ensuite⁽⁴⁶⁾ choisi un pseudonyme, Jacques Laboureur, pour ses articles suivants, certainement en accord avec Élie et Henri Cartan : c'est Henri Cartan, comme secrétaire de la SMF publiant le *Bulletin*, qui a accueilli les deux articles de Laboureur. Qu'il ait été arrêté (en juin 1943) et déporté (en octobre 1943) vers ce qui s'appelait la Haute-Silésie, ça, Élie Cartan le savait. Mais qu'il n'en reviendrait pas, on ne pouvait pas le savoir. Feldbau survécut d'ailleurs, non seulement à Auschwitz mais aussi à sa mortelle évacuation de janvier 1945. On préparait donc son retour et, Élie Cartan s'en chargea, une bourse du C.N.R.S. l'attendait — mais ça ne l'a pas empêché de mourir, dans un camp de Bavière, tout à la fin de la guerre.



La vie continuait. La mention, dès l'automne 1940, de tickets d'alimentation, donnait une information sur la vie quotidienne et ses difficultés. L'Académie des sciences continuait à tenir ses séances du lundi. Il faisait pourtant assez froid dans la grande salle des séances, d'autant plus froid que les hivers de l'époque de l'Occupation ont été assez rigoureux... et que tout le charbon disponible partait pour l'Allemagne. Si les traces des décisions d'élimination des auteurs juifs dont discrètes et ténues, les difficultés matérielles que subissaient les membres de l'Académie des sciences restés à Paris sont visibles dans les archives. Deux exemples : sont attribués aux membres de l'Institut trois stères de bois de chauffage en provenance de Chantilly⁽⁴⁷⁾, la Compagnie parisienne de Distribution d'Electricité, qui n'a pas la possibilité d'accroître la quantité d'électricité mise à la disposition des membres de l'Institut mais qui suggère à ceux-ci, s'il sont embarrassés, de lui exposer leurs difficultés⁽⁴⁸⁾. Il y eut aussi des vexations, auxquelles la plupart des académiciens certainement furent sensibles : parmi les statues de bronze qui se trouvaient sur les places publiques et que l'on fondit pour fournir du bronze à l'Allemagne, plusieurs représentaient des savants qui avaient été membres de l'Académie des sciences⁽⁴⁹⁾.

Le 11 décembre 1941 mourut Émile Picard.

⁽⁴⁶⁾La première apparition de Jacques Laboureur, auteur de [302] et [303], est datée, pour la première de ces deux communications, du 16 avril 1942.

⁽⁴⁷⁾Comité secret, 18 mai 1942, archives de l'Académie des sciences. La forêt de Chantilly est propriété de l'Institut de France.

⁽⁴⁸⁾Comité secret, 15 novembre 1943, archives de l'Académie des sciences.

⁽⁴⁹⁾Voir les lettres adressées au maréchal Pétain à ce sujet, dossier Perrier, archives de l'Académie des sciences.

1942

Hélène. La note d'Hélène qu'Élie Cartan transmet le 5 janvier 1942⁽⁵⁰⁾, lui fut peut-être un moment de joie au milieu de cette atmosphère déprimante. Il s'agit d'une caractérisation du cercle parmi les espaces topologiques : un espace topologique E tel que E moins un point est connexe, E moins deux points ne l'est pas et, soit E est compact, soit E est localement connexe et contient un ensemble non dénombrable, est homéomorphe à un cercle. Et, comme il y avait encore des choses qui fonctionnaient vite et bien, en Allemagne en 1942, en particulier le *Zentralblatt*, la note d'Hélène fut recensée dans le numéro daté du 10 septembre de ce journal, et Kerékjártó avait déjà vu et lu cette recension le 26 septembre lorsqu'il écrivit à Élie Cartan.

Académie des sciences. Le 26 janvier 1942, le jour même où Élie Cartan présenta la troisième note de la série Ehresmann-Feldbau, les académiciens se réunirent en comité secret. La réunion dura une demi-heure, le temps que la Commission ad hoc propose des candidats au poste de Secrétaire perpétuel, auquel Émile Borel avait renoncé dans une lettre lue le 12 janvier. Ce n'est donc pas Émile Borel, représentant de la gauche radicale, qui fut élu Secrétaire perpétuel⁽⁵¹⁾. Certains — en particulier le général Perrier — avaient considéré que la désignation du nouveau Secrétaire perpétuel était prématurée⁽⁵²⁾. Mais on les suivit pas. Les académiciens proposés étaient (dans l'ordre d'ancienneté) Élie Cartan et Louis de Broglie. L'élection eut lieu la semaine suivante. Le 2 février 1942, il y avait quarante présents à la séance, ce qui était supérieur aux deux tiers des membres vivants, de sorte que le vote put avoir lieu. Il y eut trente-neuf votants. Louis de Broglie obtint 22 suffrages et Cartan 15 (il y avait deux bulletins blancs...).

Louis de Broglie était membre du Conseil National de Vichy.

Les membres vivants étaient soixante — le quorum était donc de quarante. Quarante présents, ce n'était pas trop, mais c'était assez... La mort le 3 mars d'un de ces vivants, le zoologiste Paul Marchal, posa sérieusement la question du renouvellement.

Le 23 mars 1942, après la séance publique, les académiciens des sciences se réunirent « en comité secret » (c'est-à-dire sans public) et discutèrent du remplacement de certains de ces membres. À l'Académie, remplacer les membres décédés est une activité permanente et habituelle : on est membre « à vie », on meurt donc académicien, libérant une place et provoquant ainsi, quelque temps

⁽⁵⁰⁾ La note [245].

⁽⁵¹⁾ Borel revint sur cette question à la Libération (lettre du 23 septembre 1944), essayant d'obtenir, sans succès, qu'une nouvelle élection soit organisée.

⁽⁵²⁾ Dossier Perrier, archives de l'Académie des sciences.

après, une nouvelle élection. À cette date, on avait pris du retard, puisque la dernière élection avait eu lieu le XX et que plusieurs membres étaient morts depuis⁽⁵³⁾. On dressa donc un tableau des manquants — des morts. Sauf qu'on ajouta une colonne. Voici ce tableau :

	Membres à remplacer	Membres absents		
		Émigrés	Zone libre	Zone occupée
Géométrie	Lebesgue	Hadamard		
Mécanique	Lecornu			
	L. de Broglie			
Géographie	Fichot		Tilho	
Physique	Branly	Perrin		Brillouin Langevin
Chimie	Béhal		Lespieau	
Minéralogie	Barrois			
Botanique			Guilliermond	
Zoologie	Marchal		Wintrebert	
Médecine	D'Arsonval			Faure

Il fallait remplacer les neuf membres décédés. Si Hadamard et Perrin, classés dans les « émigrés », étaient aux États-Unis⁽⁵⁴⁾, il y avait aussi, outre ceux qui apparaissent dans le tableau beaucoup d'autres membres qui ne venaient pas, ou qui venaient peu et dont on fit la liste. Par exemple, Jules Drach était dans le Var, de même que Charles Fabry⁽⁵⁵⁾. Langevin était coincé à Troyes et n'apparut plus. Le débat porta sur la question : élire ? ne pas élire ? Le *Compte rendu*, qui d'habitude indique les heures de début et de fin des réunions du Comité secret, ne mentionne pas celle-ci et nous ne savons donc pas combien de temps elle dura. Sans doute assez longtemps. Contrairement à Borel et Julia et d'accord avec Montel, Élie Cartan était d'avis d'élire. C'est l'avis

⁽⁵³⁾ Il est intéressant de noter que, selon [341], il n'y a jamais eu le quorum à l'Académie Française pendant l'Occupation et que, après avoir discuté, le 30 mars 1942, c'est-à-dire à peu près en même temps que l'Académie des sciences, en comité secret, de l'opportunité de reprendre les élections, l'Académie Française a fait savoir publiquement, en juillet 1942, qu'elle maintenait sa décision de ne pas pourvoir les sièges vacants (alors au nombre de neuf suite à la mort de neuf immortels).

⁽⁵⁴⁾ Jean Perrin mourut trois semaines plus tard le 17 avril 1942 — à New York.

⁽⁵⁵⁾ Pour une raison difficile à comprendre, la liste des membres de l'Académie des sciences qui est publiée tous les ans au début du premier volume de l'année des *Comptes rendus* comporte, en cette année 1942, les adresses complètes de tous les membres. Qui a pris cette décision (ni avant, ni après, les adresses n'ont ainsi été publiées) et pourquoi est un mystère. Ce sont ces adresses que nous avons utilisées.

qui l'emporta et, au cours des séances suivantes, les académiciens passèrent beaucoup de temps à diverses élections.

C'est peut-être à l'époque de cette réunion qu'un académicien avait demandé l'exclusion de Jacques Hadamard de l'Académie des sciences, puisqu'il ne participait plus aux séances. Ici nous sommes presque dans la rumeur : seul un autre académicien pouvait avoir eu accès à cette information et l'avoir diffusée⁽⁵⁶⁾... Qui a dit quoi sur qui ? Le fait que ce bruit ait couru confirme que, toute feutrée qu'elle était, l'ambiance était tendue.

XX

Comme Picard l'avait annoncé lors de son allocution du jubilé, l'âge de la retraite pour le professeur n'avait pas été l'âge de la retraite pour le savant, et Élie Cartan continuait à travailler.

XX

Un manuscrit inédit, voir la liste dans les OC

Paulette Libermann. Il reste à parler de ce qu'Élie Cartan fit pour Paulette Libermann. Il connut la jeune fille à l'École de Sèvres, où il donnait des cours. Un de ses carnets contient les titres et résumés des cours et les problèmes qu'Élie Cartan a donnés à Sèvres en 1939–40, à la promotion qui était alors en deuxième année à l'École et qui était celle de Paulette Libermann (elle avait réussi le concours d'entrée en 1938). On trouve aussi dans ce cahier les notes que les jeunes femmes ont obtenues au « Certificat d'aptitude ». La première était Paulette Libermann. À la rentrée 1940, elle s'apprêtait donc à préparer le concours de l'agrégation pour devenir professeur de lycée, lorsque les décrets antisémites déjà mentionnés lui interdirent les carrières de l'enseignement — et donc de passer l'agrégation⁽⁵⁷⁾. Élie Cartan lui proposa, certainement avec l'appui de « Madame Cotton » (comme l'appela toujours, avec respect et affection, Paulette Libermann), de la guider dans un travail de recherche. Sous la direction d'Élie Cartan, elle écrivit un DES (Diplôme d'études supérieures) sur les « Propriétés projectives des courbes gauches ». Le texte existe, il a été

⁽⁵⁶⁾ Laurent Schwartz le dit dans [342, p. 152], sans dire le nom de l'académicien (sauf qu'il dit qu'il s'agit d'un professeur de l'École polytechnique, ce qui limite les possibilités...) ni citer sa source. C'était probablement ce qu'Hadamard lui avait raconté, mais, n'est-ce pas, Hadamard n'était pas là, il tenait cette information de quelqu'un... ou alors Schwartz utilise les souvenirs qu'écrivit Jacqueline Hadamard, racontant sa vie et celle de ses parents, en particulier pendant cette période. Dans ce document inédit, Jacqueline Hadamard nomme l'académicien, mais ne donne pas sa source non plus.

⁽⁵⁷⁾ Paulette Libermann a raconté ses années d'école (la guerre, l'exode, le retour, le nouveau départ, etc.) dans [315].

imprimé, le diplôme a été soutenu en avril 1942 à Paris. Un des cahiers d'Élie Cartan contient des notes qu'il a prises en lisant son projet de mémoire⁽⁵⁸⁾.

Puis, Paulette Libermann partit pour Lyon. De Lyon en 1942, elle écrit trois lettres à Élie Cartan. Les voici, avec quelques commentaires explicatifs.

Lyon le 28 août 1942

Cher Monsieur

Au début d'août, je me suis fixée à Lyon. Je suis désolée de ne pouvoir continuer avec vous des travaux qui m'avaient tant intéressée et pour lesquels vous m'aviez témoigné tant de bienveillante attention ; j'espère que vous comprendrez les raisons qui m'ont poussée à abandonner mes projets⁽⁵⁹⁾. J'ai cependant l'intention, si cela est possible, de continuer mes recherches et je vous serais bien reconnaissante si vous pouviez m'indiquer un Professeur qui voudrait bien me conseiller, soit à Lyon de préférence (car nous avons trouvé un appartement) soit à Grenoble ou à Clermont. Je me suis renseignée ici au sujet de ma bourse ; je ne sais si la bourse Visconti peut-être transférée mais si j'obtenais une bourse d'Etat le transfert de celle-ci serait possible. Je ne continuerai mes recherches qu'à cette condition car autrement je me verrais obligée de chercher une situation me trouvant sans autres ressources.

J'ai remis à Mademoiselle Ferrand⁽⁶⁰⁾ les livres que vous m'aviez si obligeamment prêtés pour qu'elle vous les rende. D'ailleurs j'ai mis Mademoiselle Ferrand au courant de mes projets avant son départ en vacances.

Je vous remercie pour l'aide que vous avez bien voulu m'accorder pour mes travaux et pour tout ce que vous avez fait pour moi.

En vous souhaitant une bonne fin de vacances, je vous prie d'agréer, Monsieur, l'expression de mon profond respect

P. Libermann

⁽⁵⁸⁾ Ces pages ne sont pas datées mais les précédentes portent la date du 27 février 1942 et les suivantes celle du 14 mai 1942.

⁽⁵⁹⁾ Rappelons que l'obligation de porter l'étoile dans la zone occupée frappa les juifs à partir du 7 juin 1942, et que les grandes rafles ont eu lieu aussitôt à Paris (raffe dite « du Vél d'Hiv » le 16 juillet, notamment). Paulette Libermann et sa famille ont eu la chance d'échapper à ces rafles avant de quitter Paris. Comment elle est parvenue en zone « non occupée » ne nous est pas connu avec précision. Mais son trajet de Paris à Lyon passa par Limoges (voir [315]). Les raisons de ce départ ne pouvaient pas manquer d'être claires pour Élie Cartan, qui savait que les élèves juives avaient dû quitter l'École de Sèvres en juin 1942. Une des condisciples de Paulette Libermann, Andrée Dana, mourut en déportation.

⁽⁶⁰⁾ Jacqueline Ferrand enseignait alors à l'École de Sèvres, comme agrégée-répétitrice.

Lyon le 15 octobre 1942

Cher Monsieur

Je vous remercie beaucoup de votre carte que je viens de recevoir et je vous suis reconnaissante de vous occuper de moi à un moment où vous êtes éprouvé⁽⁶¹⁾. J'espère que cette épreuve sera de courte durée.

Je suis allée rendre visite à Madame Weiss⁽⁶²⁾ qui m'a reçue très gentiment et m'a donné des nouvelles de vous et des vôtres.

En ce qui concerne une bourse je suis allée voir le Doyen de la faculté des Sciences de Lyon avant de recevoir votre carte. Celui-ci va essayer de se mettre en contact avec Monsieur Montel⁽⁶³⁾. J'espère que vos démarches aboutiront et je m'excuse de vous causer tant de dérangements. Je suis allée voir Monsieur Paul Lévy, professeur à Polytechnique qui m'a indiqué et prêté des livres mais ne pourra s'occuper de moi, ne restant pas à Lyon⁽⁶⁴⁾.

Je vous prie de croire, cher Monsieur, à l'expression de ma profonde sympathie

P. Libermann

Lyon le 3 décembre 1942

Cher Monsieur

J'ai le plaisir d'apprendre que ma bourse vient de m'être transférée et que je vais la toucher en totalité cette semaine.

Je vous remercie pour toutes les démarches que vous avez faites à ce sujet et je ne saurais comment exprimer ma reconnaissance pour tout ce que vous avez fait pour moi.

En ce qui concerne mes recherches, Monsieur Lichnerowicz m'a adressée à Monsieur Ehresmann ; celui-ci, à qui je suis allée rendre visite à Clermont-Ferrand cette semaine, veut bien me guider dans mon travail et m'a indiqué plusieurs ouvrages de topologie des groupes à lire.

⁽⁶¹⁾C'est à l'arrestation de Louis Cartan le 3 septembre que Paulette Libermann fait allusion. Voir ci-dessous.

⁽⁶²⁾Madame Weiss, la belle-mère d'Henri Cartan, vivait à Lyon.

⁽⁶³⁾Paul Montel était doyen de la faculté des sciences à Paris. Rien de ce qui se faisait à la Sorbonne ne pouvait se faire sans son aide. Il était au courant du DES et de la bourse de Paulette Libermann.

⁽⁶⁴⁾Si Paul Lévy était à Lyon c'est parce que l'École polytechnique, où il enseignait, y était repliée. Il quitta Lyon pour vivre, plus ou moins caché, chez une de ses filles dans l'Isère. Voir [313].

J'espère que vous avez de bonnes nouvelles de tous les vôtres et que l'hiver ne présentera pas trop de difficultés pour vous, l'année prochaine nous voyant tous réunis.

Mes parents qui devaient venir nous rejoindre n'ont pu le faire à leur grand regret.

En vous remerciant encore pour le dévouement dont vous avez fait preuve à mon égard, je vous prie d'agréer, cher Monsieur, l'expression de ma respectueuse sympathie

P. Libermann

Pour conclure sur Paulette Libermann. Elle eut plus de chance que Jacques Feldbau. Elle et sa famille se tirèrent indemnes de cette guerre. Elle passa un concours spécial d'agrégation à la fin de 1944 et elle enseigna quelques années dans un lycée. Mais elle avait pris goût à la recherche et elle continua de se livrer à cette activité, obtint une bourse du C.N.R.S., passa une thèse sur *les Problèmes d'équivalence* — un titre à la Élie Cartan — sous la direction d'Ehresmann, devint une spécialiste renommée de sa discipline et fit une carrière universitaire... grâce à Élie Cartan « et aux lois antisémites de Vichy », disait-elle avec humour. Elle resta toute sa vie fidèle au souvenir d'Élie Cartan, écrivant par exemple l'article que lui consacra l'*Encyclopædia Universalis* en 1974⁽⁶⁵⁾ et n'oubliant jamais d'offrir, en chaque début d'année, des chocolats à la famille Cartan.

Louis. La répression allemande a durement frappé les scientifiques. La terrible année 1941 s'était terminée par l'assassinat, par la Gestapo, de Fernand Hollweck (voir page 271). Le 23 mai 1942, c'est Jacques Solomon qui fut fusillé. Jacques Solomon était un physicien et le gendre de Langevin, dont nous connaissons les liens avec Élie Cartan. Hélène Solomon, son épouse et la fille de Langevin, avait été arrêtée en même temps que lui, elle fut emprisonnée et déportée. Tous deux travaillaient pour *l'Université libre*. Cette répression frappa aussi, nous l'avons déjà dit, Louis Cartan, le plus jeune fils d'Élie Cartan. Finalement resté en France (voir page 265) et retourné à Poitiers, il y faisait partie d'une organisation de résistance. Son groupe comprenait des personnes assez variées (socialement, politiquement). Dès août 1942, ce groupe fut touché par des arrestations, sans doute à la suite d'une imprudence. Louis Cartan fut arrêté par la Milice avec d'autres membres de son réseau, à Poitiers, le 3 septembre 1942. Il furent livrés à la police allemande. Sa femme put lui apporter un colis chaque jour, elle put le voir trois fois. En février 1943, les vingt-neuf inculpés du groupe furent conduits à Paris, puis en Allemagne. À partir de ce moment, malgré de nombreux efforts et démarches tentés par la famille et des

⁽⁶⁵⁾[314].

savants français et étrangers, on n'eut plus aucune nouvelle. Henri Cartan, par exemple, avait essayé de faire intervenir son ami et collègue allemand Heinrich Behnke, mais en vain. Pendant deux ans, sa famille (ses parents, sa femme et ses trois enfants, son frère et sa sœur) n'eurent aucune information sur ce qui lui était arrivé. Il fallut attendre, non seulement la Libération, mais vraiment la toute fin de la guerre pour avoir des nouvelles. C'est seulement le 3 mai 1945 que les Cartan apprirent que le jeune physicien, après avoir été condamné à mort, avait été décapité dans la prison de Wolfenbüttel. C'était le deuxième fils que Marie-Louise et Élie Cartan perdaient, Jean à l'âge de vingt-six ans et Louis à trente-trois ans⁽⁶⁶⁾.

Levi-Civita. C'est cette année-là (1942) que, juste après s'être occupé de Paulette Libermann, juste après l'arrestation de Louis, Élie Cartan écrit la notice nécrologique de Tullio Levi-Civita à l'Académie des sciences. Tullio Levi-Civita, géomètre italien dont nous avons déjà parlé, mourut à Rome le 29 décembre 1941. Nous l'avons dit, il était membre associé étranger de l'Académie des sciences de Paris depuis le 27 juin 1938 (il avait été élu correspondant le 19 juin 1911). Cette institution tarda pourtant à apprendre sa mort, dont la nouvelle ne fut enregistrée que le 20 juillet 1942⁽⁶⁷⁾ avec celle de deux autres associés étrangers :

M. le Secrétaire perpétuel fait part que l'Académie a reçu confirmation du décès de trois de ses associés étrangers, Sir J. J. Thomson, mort le 30 août 1940 ; M. Tullio Levi-Civita, mort à Rome le 29 décembre 1941, et Sir W. H. Bragg, mort le 12 mars 1942. Des Notices seront lues ultérieurement à l'Académie sur ses trois Associés disparus.

Si la pochette de la séance du 20 juillet 1942 contient une page récapitulant les titres⁽⁶⁸⁾ des trois collègues dont on annonçait la mort, ils n'apparaissent pas dans l'annonce publiée par les *Comptes rendus*. Noter que le Secrétaire perpétuel était Louis de Broglie, qu'il avait rédigé une annonce exactement semblable à celle qui fut publiée, à l'exception de la mention « Sénateur d'Italie », qui fut supprimée sur les épreuves : on n'eut pas l'élégance du « ancien Sénateur », comme l'avait fait Cartan dans son jubilé (voir page 257).

⁽⁶⁶⁾ Voir les trois articles sur Louis Cartan dans [1].

⁽⁶⁷⁾ Pour ces informations-là, voir le tome 215 des *Comptes rendus*, page 77 et la notice [225] dans le même volume. *L'Osservatore Romano* publia une nécrologie le 31 décembre 1941 et le *New York Times* le 2 janvier 1942. Merci à Annalisa Capristo pour ces informations-ci.

⁽⁶⁸⁾ Joseph Thomson (1856–1940) avait reçu le Prix Nobel de physique en 1906 pour des recherches ayant conduit à démontrer l'existence de l'électron ; William Bragg (1862–1942) avait lui aussi reçu le Prix Nobel de physique, en 1915.

Le Secrétaire perpétuel Alfred Lacroix écrit à Élie Cartan après la séance. Celui-ci était en Normandie et lui répondit⁽⁶⁹⁾ :

Barenton (Manche), le 28 juillet 1942

Monsieur le Secrétaire perpétuel et cher Confrère

Je reçois aujourd'hui votre lettre m'annonçant la mort de M. Levi-Civita. Cette perte bien inattendue pour moi me cause personnellement un très grand chagrin et elle sera vivement ressentie par tous les savants et particulièrement les Français. Je rédigerai volontiers la notice bibliographique⁽⁷⁰⁾ que vous me demandez, mais j'aimerais bien voir le rapport qui a été lu sur ses travaux⁽⁷¹⁾ et puisque vous n'y voyez pas d'inconvénient, j'attendrai que M. Gauja ait pu le ramener à Paris au début de septembre⁽⁷²⁾.

Je pense assister à la séance du 3 août prochain et avoir le plaisir de vous voir à cette séance.

Je vous prie d'agréer, Monsieur et cher Confrère, l'expression de mes sentiments respectueusement dévoués.

E. Cartan

Au cours de la séance du 14 septembre 1942, Élie Cartan prononça, devant ses confrères, une notice nécrologique sur son collègue italien. Ce texte occupe trois pages des *Comptes rendus* et Cartan y décrit les travaux de Levi-Civita, qu'il connaissait bien, et en particulier l'invention de « sa » connexion, dont nous avons parlé au chapitre XX. C'est une notice digne⁽⁷³⁾. Élie Cartan n'hésita pas à mentionner « notre Confrère Einstein » (puisque Einstein était associé étranger, c'était un confrère). Et il conclut sa notice par une appréciation

⁽⁶⁹⁾ Archives de l'Académie des sciences.

⁽⁷⁰⁾ C'est *biographique* qu'il faut lire, bien entendu. Ce que Lacroix lui a demandé, c'est « une courte notice nécrologique ». Pour cette demande de Lacroix et toute cette discussion, pochette de séance, archives de l'Académie des sciences.

⁽⁷¹⁾ Les rapports pour l'élection de Levi-Civita comme correspondant en 1911 et comme associé étranger en 1938 ont été écrits par Léauté et Borel respectivement (il est un peu étonnant que ce dernier rapport n'ait pas été demandé à Cartan, il y avait sans doute une raison mais elle ne nous est pas connue). Ils figurent, et figuraient sans doute déjà, dans le dossier biographique de Levi-Civita aux archives de l'Académie des sciences.

⁽⁷²⁾ Les archives de l'Académie des sciences avaient été, dès septembre 1938, emballées dans soixante-seize caisses, qui avaient été transférées en août 1939 dans une propriété de l'Académie des sciences, le château du Ry-Chazerat, à Journet dans la Vienne (elles y restèrent jusqu'en juin 1945). Le secrétaire-archiviste, Pierre Gauja, devait donc ramener ces papiers à Paris.

⁽⁷³⁾ Les éditeurs du livre [322] mentionnent le contraste entre la publication de cette notice et le silence qui accompagna la mort de Levi-Civita en Italie.

chaleureuse des qualités humaines de Levi-Civita qui n'est pas sans rappeler l'épître dédicatoire de Weil (ci-dessus page 263) :

Dans sa vie tout entière consacrée à la Science, Levi-Civita s'était attiré, par ses qualités d'homme, l'estime profonde de ses collègues et l'affectueuse vénération de ses élèves.

Ainsi les juifs n'avaient pas droit à la fonction « auteur » aux *Comptes rendus de l'Académie des sciences* mais ils pouvaient occuper la fonction « titre », au moins dans les rubriques nécrologiques. Bien entendu, les conditions étaient différentes en Angleterre, et il y avait davantage de place dans les notices obituaires de la *Royal Society*. À peu près en même temps, Hodge put commencer une notice de huit pages (sans compter la bibliographie) par :

The death of Tullio Levi-Civita, following within fifteen months on that of Vito Volterra, removes from the roll of foreign members of the Royal Society the last representative of a great school of mathematics. Both of these mathematicians had in the course of active lives contributed greatly to the high reputation enjoyed by Italian mathematics in general, and the school of mathematics in Rome in particular; both had made many contributions which have found a fundamental place in mathematical literature, and both ended their days as victims of a political system which destroyed institutions and liberties in which they were firm believers⁽⁷⁴⁾.

Comme nous l'avons mentionné au chapitre 18, le nom de Levi-Civita avait, peu d'années auparavant, été un symbole de l'intrusion de la réalité politique dans le monde feutré des mathématiciens avec son éviction en 1938 en tant que juif du Comité de rédaction de la revue d'analyses *Zentralblatt für Mathematik* (celle-là même pour laquelle Hasse cherchait des recenseurs à Paris en 1940) et son éviction de la vie scientifique italienne par les lois racistes promulguées par Mussolini.

« Notre confrère Einstein », oui, l'Académie publia bien, au début du premier de ses volumes de cette année 1942, la liste des membres de ses diverses sections, avec Einstein et Levi-Civita parmi les associés étrangers, même s'ils étaient juifs et n'auraient pas pu publier dans les *Comptes rendus*, avec Langévin parmi les physiciens, même s'il était assigné à résidence à Troyes, ce qui l'empêchait de participer aux séances, avec Hadamard parmi les géomètres, même si lui aussi était juif et réfugié aux États-Unis.

C'est probablement aussi cette année-là que, répondant à une demande de François Le Lionnais⁽⁷⁵⁾, Élie Cartan rédigea, ou commença à penser à rédiger

⁽⁷⁴⁾ Voir [285].

⁽⁷⁵⁾ François Le Lionnais avait commencé à travailler à ce livre [305], c'est-à-dire à demander des articles, dès 1942, ainsi que le précise l'introduction du livre. Le projet fut interrompu par

un article sur Sophus Lie : « Un centenaire : Sophus Lie », qui ne paraîtrait qu'en 1948 et que nous avons cité au chapitre 2. Le Lionnais le recontacta pour lui demander un autre article, mais Élie Cartan déclina la proposition — ce à quoi François Le Lionnais lui répondit, le 26 septembre :

Monsieur

J'ai bien reçu votre aimable carte du 21 août et m'excuse de n'y avoir pas répondu plus tôt ayant été absent de Marseille pendant près de six semaines. J'ai eu le plaisir, il y a environ un mois, de rencontrer votre fils Mr. Henri Cartan, à son passage à Clermont-Ferrand.

Je note avec regret, mais en comprenant très bien vos raisons, que vous ne pensez pas pouvoir me promettre un autre article en plus de celui sur Sophus Lie. Notre N° ne devant pas sortir avant plusieurs mois, peut-être verrez vous surgir des possibilités que vous n'apercevez pas maintenant et, dans ce cas, nous serions très heureux de l'apprendre.

Je ne sais si je vous ai déjà indiqué qu'en sus des collaborations mentionnées dans une carte précédentes (que nous n'avons pas ?) nous avons recueilli celles de MM. Buhl, Bouligand, Fréchet, « Bourbaki », Paul Montel, etc. J'attends d'autres réponses.

Veuillez agréer, Monsieur, l'assurance de mes sentiments bien dévoués.

Zaremba. Le 9 décembre 1942, au cours d'une séance de la S.M.F., Élie Cartan prononça

l'éloge funèbre de M. S. Zaremba, qui était l'un des plus anciens membres de la Société et faisait partie des membres honoraires du Bureau⁽⁷⁶⁾.

Au cours de la même séance, Henri Cartan fit une conférence sur les fondements des mathématiques.

Il y a comparativement assez peu de correspondance pour la durée de l'Occupation. Quelques lettres quand même. Émile et Marguerite Borel, chez eux en Aveyron après les problèmes de l'automne précédent, écrivent le 1^{er} octobre

l'arrestation et la déportation de François Le Lionnais en avril 1944. Plusieurs articles furent bien écrits pendant la guerre. Par exemple, le livre contient un article d'Albert Lautman (c'est [304], que nous avons cité au chapitre 7) — Albert Lautman fut fusillé le 1^{er} août 1944.

⁽⁷⁶⁾Selon le cahier « Vie de la Société » du *Bulletin*. Zaremba était mort le 23 novembre à Cracovie, il était membre de la S.M.F. depuis 1920. Levi-Civita était membre de la société depuis 1900 et, lui aussi, membre honoraire du bureau, mais son éloge avait été fait à l'Académie des sciences.

1942, ils ont eu des nouvelles de la famille à Lyon (Marthe, le côté Weiss) et ont hâte d'avoir des nouvelles de Louis. Une des belles-filles (Nicole ? Thérèse ?) leur répond, leur donnant « des détails relativement favorables », disent-ils dans la lettre suivante, le 26 octobre. André Roussel, qui écrit de Clermont-Ferrand à propos d'une éventuelle titularisation d'Ehresmann (ce sont les affaires de l'université de Strasbourg) et qui, bien sûr ajoute « Nous espérons que vous ne tarderez pas à être rassuré sur la santé de ceux des vôtres qui vous causent quelque inquiétude ». Début 1943, les nouvelles semblent encore plus inquiétantes, puisque les Borel écrivent, le 6 mars : « nous avons été consternés par les nouvelles que tu nous donnes de la santé de ton fils... »

1943

Guy Hirsch. Citons aussi une lettre du topologue belge Guy Hirsch, qui montre que Cartan continuait à aider les jeunes à publier leurs travaux, dans ce cas le journal est les *Annales scientifiques de l'École normale supérieure*. Un des articles dont il est question dans cette lettre fut en effet publié dans ce journal en 1943 (et l'autre à Liège). On notera aussi la décision prise par les *Commentarii*.

Je vous remercie bien vivement de votre lettre du 9 mars, ainsi que pour votre si obligeante intervention auprès de M. Montel.

Je ne tombe pas sous l'application des lois raciales, et M. Montel peut par conséquent avoir tous ses apaisements à ce sujet. Je me permets donc de vous faire parvenir ci-inclus les manuscrits nos 5 et 6 ; il serait souhaitable, je crois, que le n° 5 (Une propriété des points fixes...) précède immédiatement le n° 6 (Sur des propriétés de représentations permutables...) dans lequel je fais appel (§ 2) au théorème principal de la note n° 5. Les manuscrits que je vous envoie ci-joint sont prêts et annotés pour l'impression ; si M. Montel veut bien accepter de les insérer dans les Annales, vous pourriez donc transmettre directement ces exemplaires à l'imprimeur, sans me les retourner au préalable.

M. H. Hopf vient de me faire savoir que la rédaction des *Commentarii Mathematici Helvetici* a pris la décision, depuis l'été dernier, de ne plus accepter des travaux de mathématiciens ne résidant pas en Suisse ; M. Hopf m'a offert en même temps de se renseigner pour savoir si la rédaction des *Portugaliae Mathematicae* (avec laquelle il est en relation) peut publier actuellement des articles étrangers. Il

se pourrait que j'aie encore sous peu un mémoire assez long (environ 50 pages dactylographiées) sur l'influence de l'homomorphisme du groupe fondamental sur le type d'homologie des représentations, que j'aimerais voir également publier en France. Au sujet des parallélismes, la multiplication que je construis n'est pas associative, ainsi que vous le faites en effet remarquer. En revoyant attentivement mes démonstrations (comme je vous l'écrivais dans ma lettre du 27-II⁽⁷⁷⁾), j'ai constaté en effet qu'une certaine représentation n'est pas involutive, ce qui entraîne la non-associativité de la multiplication dans P^7 . J'ai l'intention d'aborder le problème dans un autre sens, en partant des décompositions en « rubans de Möbius » généralisés (c'est-à-dire complexes ou quaternioniens) ; je me permettrai de vous tenir au courant des résultats que je pourrai obtenir.

En vous exprimant encore ma profonde gratitude, je vous prie de croire, Monsieur et cher Professeur, à l'expression de mes sentiments les plus respectueux.

Il y eut aussi quelques lettres de Kerékjártó, celle du 26 septembre 1942, que nous avons déjà mentionnée à propos de la note d'Hélène, page 275 et qu'il avait fait porter par quelqu'un qui allait à Paris, et une autre, datée du 10 mai 1943, dans laquelle il proposait... d'inviter Hélène à venir étudier à Budapest pour un ou deux semestres.

Physiciens. Et, puisque nous sommes arrivés au printemps 1943, notons rapidement, dans la vie de l'Académie des sciences, un moment un peu plus remarquable, celui de l'élection de Joliot. Le groupe des physiciens « de gauche » (et amis d'Élie Cartan) (Lapicque, Cotton,...) fit élire Joliot (en remplacement de Branly⁽⁷⁸⁾, si l'on veut se reporter au tableau de la page 276). Rien de particulièrement notable jusque là. Le notable, c'est que les physiciens réussirent à faire inscrire, brièvement, leurs collègues Henri Abraham et Eugène Bloch sur la liste des présentés en deuxième ligne. C'est Aimé Cotton qui fit la proposition. Brièvement, parce que le Secrétaire perpétuel Alfred Lacroix les rappela à l'ordre, faisant remarquer que

cette liste comprend les noms de deux savants dont les travaux sont fort estimés, mais dont les lois actuellement en vigueur ne permettraient pas l'élection. Il pense que ces noms ne peuvent, sans inconvénients peut-être graves⁽⁷⁹⁾, être maintenus sur la liste.

⁽⁷⁷⁾ Lettre que nous n'avons pas.

⁽⁷⁸⁾ Un des titres de gloire de l'Académie des sciences avait été de préférer, le 23 janvier 1911, Branly à Marie Curie...

⁽⁷⁹⁾ Ceci se passait le 21 juin 1943 (registre des comités secrets, archives de l'Académie des sciences). C'est le surlendemain, 23 juin 1943, qu'Henri Abraham fut arrêté par la milice,

De sorte que leurs noms ne furent pas maintenus n'apparaissent pas dans les *Comptes rendus*, mais que cet « incident » laissa une trace dans le registre des Comités secrets, peut-être la seule mention explicite de l'application des « lois en vigueur » — l'éviction des auteurs juifs s'était faite de façon plus feutrée. Au cours de la discussion qui suivit les remarques de Lacroix, seuls les physiciens intervinrent et ce qu'ils dirent n'a pas été inscrit au procès verbal. Les mathématiciens Élie Cartan et Paul Montel étaient présents.

XX

Au cours de l'été 1943, Élie Cartan se rendit à Dolomieu. XX la lettre Krasner.

XX vacances terminées (en juillet ?), lettre de Luc Gauthier

Il est vraisemblable que Cartan n'en sut rien⁽⁸⁰⁾, mais le 7 décembre 1943, le Sénat de l'Université de Bucarest lui décerna le grade de Docteur « honoris causa ».

1944

François Cuzin. C'est juste avant la Libération que François Cuzin fut exécuté. Il était né à Dolomieu, à la veille de la guerre, la précédente, le 15 août 1914, dans la maison même d'Élie et Marie-Louise Cartan. La famille vivait à Lyon et le garçon fréquenta le lycée Ampère. La famille se déplaça ensuite à Toulon. Nous l'avons signalé, une tuberculose rénale devait lui valoir l'ablation d'un rein, mais ceci ne l'empêcha pas de préparer, au lycée Lakanal, et de réussir le concours d'entrée à l'É.N.S., en lettres. Il entra donc dans cette école (premier) en 1936 et il y prépara l'agrégation de philosophie, qu'il ne passa qu'en 1943 (la guerre et/ou son état de santé était responsable de ce retard). S'il n'avait pas été mobilisé pour d'évidentes raisons de santé, il s'engagea dans la résistance. Comme son cousin Louis dont il était très proche. Nommé au collège de Digne à la rentrée 1943, il devint responsable FFI. Dénoncé, il fut arrêté le 16 juillet 1944 avec plusieurs membres de son groupe. Il fut torturé puis exécuté le 19 juillet 1944 à Signes (dans le Var).

★

Libération... Et puis, il y eut la Libération. L'Académie des sciences revint à la vie normale. André Bloch, qui avait envoyé des notes sous pseudonyme, réapparut, sous son propre nom, à peine un mois après la Libération de Paris,

prélude à son assassinat à Auschwitz le 22 décembre. Ce n'est certainement pas à ce genre d'inconvénient grave que pensait Lacroix.

⁽⁸⁰⁾ Il l'apprit sans doute par une lettre du 22 mars 1947. Fonds Élie Cartan, archives de l'Académie des sciences.

Paul Lévy fit ouvrir un pli cacheté qu'il avait envoyé quelques semaines auparavant, et de même les biologistes Ernest Kahane et Jeanne Lévy, les contenus de ces plis cachetés devinrent d'authentiques notes aux *Comptes rendus*, Georges Claude, qui avait été un collaborateur très virulent et très voyant, vit son élection comme académicien des sciences annulée, Gaston Julia fut brièvement suspendu.

... et fin de la guerre. Hadamard revint de Londres où il avait passé un an après son retour des États-Unis, Langevin de Suisse⁽⁸¹⁾. Malgré les deuils, la mort de François Cuzin pour la famille Cartan, malgré l'angoisse de ceux qui attendaient des nouvelles d'un proche déporté, Louis Cartan pour la famille Cartan dont, comme nous l'avons dit, la nouvelle de la mort n'arriva que le 3 mai 1945, la vie redevint à peu près normale.

⁽⁸¹⁾ À quelles dates exactement ils arrivèrent à Paris, je l'ignore, mais Hadamard assista à la séance de l'Académie des sciences du 23 avril et Langevin à celle du 30 avril 1945.

CHAPITRE 20

UNE APRÈS-GUERRE

Voyage à Moscou

Le dernier grand voyage que fit Élie Cartan, fut avec (dans) la délégation de l'Académie des sciences qui répondit à l'invitation de l'Académie des sciences de l'Union soviétique. À peine la guerre terminée, celle-ci organisa en effet des festivités pour célébrer son deux cent vingtième anniversaire — l'invitation arriva sur le bureau de l'Académie à Paris le 28 mai, moins de trois semaines après la signature de la reddition allemande. Elles se tinrent du 15 au 28 juin. La délégation était constituée de Maurice Caullery (qui était le Président), Hadamard, Borel, Cartan, Pérès, Maurain, Joliot et Chevalier (ce qui fait beaucoup de mathématiciens). Elle séjourna à Moscou et à Leningrad. Ce fut un événement festif, international et amical, le ton enthousiaste de Caullery dès le lendemain de son retour⁽¹⁾ le montre. Les invités furent menés à l'Opéra, aux ballets, dans les musées. Il circula des anecdotes sur ce qu'avait fait un tel ou untel et bien sûr, en particulier, Jacques Hadamard. Mais rien sur Élie Cartan qui, avec sa discrétion habituelle, ne tomba pas à l'eau en voulant cueillir une fougère inconnue de lui, et n'insista pas, dans un musée, pour voir un portrait de Trotski⁽²⁾. Il est probable qu'Élie Cartan retrouva et put discuter avec quelques collègues qu'il avait rencontrés au cours de ses voyages précédents, mais nous ne savons pas exactement qui. Nous allons voir qu'il apporta à Moscou les nouveautés mathématiques françaises.

La délégation arriva à Orly le 1^{er} juillet 1945. Au même moment, et plus précisément du 22 juin au 4 juillet se tenait aussi le « Congrès de Paris » de Bourbaki. Les collaborateurs de Nicolas Bourbaki se retrouvaient après des années de séparation. André Weil, qui était venu de São Paulo pour l'occasion

⁽¹⁾Dans la séance du 2 juillet 1945, dans le volume 221 des *Comptes rendus*.

⁽²⁾Ce que fit Hadamard, si l'on en croit [319].

(et n'était pas revenu en France depuis son départ pour les États-Unis au début de 1941) habitait chez son ami Henri Cartan.

Sur quoi mieux conclure⁽³⁾ que sur l'image que je conserve de lui à son retour de Moscou en 1945 ? J'étais avec toi boulevard Jourdan, fraîchement arrivé du Brésil où j'allais retourner peu après. Il avait fait partie de la délégation académique chargée de renouer les relations avec les savants soviétiques après l'interruption de la guerre ; il avait porté à Moscou les premiers fascicules de Bourbaki, et aussi le volume sur l'intégration dans les groupes que je lui avais dédié. Il venait d'atterrir à Orly : peut-être n'était-il même pas encore attendu ce jour-là. Je le voyais pour la première fois depuis le jour de mai 1940 où cet homme si foncièrement bon avait porté témoignage pour moi devant le tribunal militaire qui me jugeait pour « insoumission ». Il paraissait enchanté de son voyage ; de longtemps il ne m'avait semblé aussi jeune. Crois-tu qu'il fut surpris de mon émotion à le revoir ? Je ne pus me retenir de l'embrasser

Et après...

La guerre était finie, après la longue attente... Mais on n'en finissait pourtant pas avec elle. On commémorait les morts, les lettres recommençaient à s'échanger, les nouvelles circulaient : le contact avait été le plus souvent rompu pendant toutes ces années. J'ai rangé les lettres dans l'ordre où elles étaient vraisemblablement arrivées chez Élie Cartan.

Des nouvelles d'Allemagne... Dès le 30 mai 1945, William Threlfall écrivit à Élie Cartan, d'Oberwolfach, en Forêt-Noire, où Wilhelm Süss avait créé un institut de mathématiques. Peut-être cette lettre mit-elle longtemps à arriver, toujours est-il qu'elle porte la mention « répondu le 6 novembre » :

Monsieur et cher Collègue,

Le bonheur d'avoir échappé de cette terrible guerre a été changé en consternation quand nous avons appris que votre fils et tant d'autres savants ont été assassinés. Jusqu'au dernier moment nous avons conservé l'espoir que les démarches répétées de Mr. Süss et de Mr. Behnke auraient permis d'éviter le pire.

Vous me permettrez de me faire l'interprète de mes collègues pour vous dire tout ce que nous avons éprouvé en apprenant votre peine.

Il m'a été permis de travailler dans l'institut de Oberwolfach avec mon ami Seifert, où nous avons été réunis par M. Süss avec Mrs.

⁽³⁾Il s'agit toujours de [16, Lettre du 15 juin 1984].

Roger, Pisot, Behnke, le hollandais Bol et quelques autres jeunes mathématiciens. Nous n'avons pas de nouvelles de Mr. Carathéodory depuis plus d'un mois, mais un de ses élèves, Mr. Börner, est à l'institut.

Veillez agréer, Monsieur et cher Collègue, l'assurance de mes sentiments les plus respectueux.

... des États-Unis... Chern, qui était à Princeton et qui certainement avait des nouvelles de la famille Cartan par André Weil, envoya des savons — les effets de la guerre sur la vie quotidienne avaient évidemment été moindres aux États-Unis qu'en Europe.

... d'Epe... Jan Arnoldus Schouten écrivit d'Epe, aux Pays-Bas, le 20 août 1945, une lettre un peu longue, mais qu'il est intéressant de citer intégralement (après les nouvelles graves, la lettre tourne peu à peu à la vraie lettre de mathématicien... et à des questions de mathématiques) :

Monsieur et très honoré collègue,

En usant la possibilité neuve d'envoyer des lettres à la France, je vous écris pour gagner quelques informations concernant vous même, votre famille, les mathématiciens en France et les mathématiques françaises, etc., etc. J'espère de recevoir seulement de bonnes nouvelles. Ainsi ma lettre commence avec un grand nombre de questions et à fin de me [illisible] par avant je vous raconterai maintenant quelque chose de moi-même et de mes collègues hollandais. En somme nous avons beaucoup souffert de la guerre, mais ces choses vous avez déjà certainement lu dans les journaux. Notre collègue Wolff d'Utrecht est mort⁽⁴⁾, et il a trouvé la mort dans un « Konzentrationslager » de nos ennemis avec toute sa famille sauf une fille ! Heureusement, notre collègue van Dantzig, qui avait marié une femme chrétienne, est encore vivant. Naturellement, M. Weitzenböck est en prison, il était un « Nazi »⁽⁵⁾. Et il semble que M. Brouwer

⁽⁴⁾ Il est question ici de Julius Wolff (1882–1945), spécialiste néerlandais de théorie des fonctions, dont le nom apparaît dans celui du « théorème de Denjoy-Wolff » — pour une transformation holomorphe du disque unité dans lui-même qui n'est pas conjuguée à une rotation, les itérées $f^n(z)$ convergent vers un point du cercle indépendant de z . Julius Wolff est mort au camp de Bergen-Belsen.

⁽⁵⁾ Sans nous prononcer sur les choix politiques de Roland Weitzenböck (ni d'ailleurs sur ceux de Brouwer et Heyting), rappelons que ce mathématicien autrichien spécialiste de géométrie différentielle, dont le nom est aujourd'hui associé aux « formules de Weitzenböck », mais qui a aussi travaillé sur le « parallélisme absolu », était professeur à Amsterdam depuis 1921. L'introduction de son livre *Invariantentheorie*, paru en 1923, est un acrostiche qui se lit *Nieder mit die Franzosen*, à bas les Français (et en effet, il ne cite pratiquement jamais un auteur français et en tout cas jamais Cartan).

n'a pas agi comme un bon patriote pendant la guerre, mais on ne peut pas encore donner un jugement final, le cas étant encore en investigation. Aussi le cas pareil de M. Heyting n'est pas encore complètement éclairci. Les autres collègues hollandais sont tous sauvés, sauf M. [illisible] qui est mort par une maladie du cerveau.

Moi-même, je ne suis pas plus à Delft. En septembre 1942, les Allemands ont pris ma maison à Delft et mon médecin, qui m'avait déjà pendant quelques années donné l'avis de me retirer a prononcé un veto définitif. Ainsi je m'ai retiré à la campagne et je vis maintenant dans une petite maison bâtie par moi-même en Wissel chez Epe⁽⁶⁾. Heureusement, ma maladie n'est autre chose qu'une insuffisance de la glande suprarénale, je peux travailler avec la tête sans aucune limite, seulement de grands efforts physiques doivent être évités. Monsieur van der Kulk, mon ancien assistant à Delft, et moi ont beaucoup travaillé dans ces années et je vous enverrai si tôt que possible des tirés à part de nos publications dans les *Proceedings of the Royal Academy of Amsterdam*. Nous avons écrit dans ces années un grand livre sur le problème de Pfaff et ses généralisations, naturellement beaucoup de pages sont dédiées à vos investigations. Le livre paraîtra en langue anglaise et probablement en langue russe⁽⁷⁾. En 1943 je suis divorcé et j'ai remarié une dame hollandaise d'Amsterdam⁽⁸⁾. Mes trois enfants sont tous sauvés et en bonne santé. M. van der Kulk est maintenant chez nous, nous travaillons ensemble et il prépare son thèse sur la généralisation du problème de Pfaff pour sa promotion en septembre à Leiden. Nous espérons qu'il peut aller bientôt en Amérique pour une année. Maintenant nous sommes de nouveau très intéressés pour l'intégration des systèmes par prolongement. Il serait très agréable si à la fin de notre livre nous pouvions donner une démonstration assez rigoureuse du théorème des prolongements successifs. Mais nous avons pas encore trouvé une démonstration suffisante. Le but principal de notre livre est de démontrer que votre méthode d'intégration est meilleure que la méthode de Ricquier⁽⁹⁾ par son élégance et son invariance. Mais dans

⁽⁶⁾ J'ai conservé les tournures même fautives de Schouten qui faisait beaucoup d'efforts pour s'exprimer en français. Le « en Wissel chez Epe » désigne une route nommée Wissel dans le village de Epe.

⁽⁷⁾ On va voir dans la suite de la lettre que le livre n'était pas tout à fait terminé. Il parut en 1949 en anglais chez Clarendon Press à Oxford.

⁽⁸⁾ Né en 1885, Schouten avait cinquante-huit ans en 1943.

⁽⁹⁾ Il s'agit de Charles Riquier (1853–1929) et de son livre *Les systèmes d'équations aux dérivées partielles*, paru chez Gauthier-Villars en 1910. Il y démontrait que, en utilisant seulement des opérations algébriques et des dérivations, on pouvait décider si un système

ce raisonnement je crois qu'il fut un défaut si ce dernier théorème ne fut pas démontré d'une manière assez suffisante. Dans votre lettre à M.v.d.Kulk du 27.12.1941 vous avez écrit :

« À la vérité, ce théorème général n'est pas sans, en ce qui concerne sa démonstration rigoureuse, certaines difficultés mais je ne crois pas que dans mes applications courantes il tombe en défaut... jusqu'au moment où on formera un contre exemple étrange et très ingénieux. J'en ai donné dans un cours, il y a quelques années, une démonstration que je ne garantis pas absolument rigoureuse. »

Ainsi je vous prie de nous donner, si possible, quelques renseignements. Est-il possible d'acheter ou d'emprunter ce qui est mentionné dans votre lettre ? Ou avez-vous peut-être publié une note sur cette matière ? Nous seraient très heureux de recevoir si plus de renseignements que possible afin de pouvoir achever notre projet de souligner la supériorité de votre belle méthode.

De votre publication sur la structure des groupes infinis de transformations 1904–1905, nous n'avons que la deuxième partie pp. 219–318, Ann. de l'école norm. sup. mais nous n'avons pas la première partie pp. 153–201, troisième série, tome XXI 1904. Serait-il possible de nous envoyer un tiré à part de cette partie ?

En vous remerciant par avant, agréez Monsieur et très honoré collègue l'expression de mes sentiments les plus dévoués.

Lorsque le livre de Schouten et van der Kulk parut, il commençait par une belle dédicace :

We dedicate this book to PROFESSEUR E. CARTAN, whose valuable investigations have thrown so much light on all the fields of differential geometry.

... d'Adelaide... Hans Schwerdtfeger fut un des mathématiciens allemands qui quittèrent l'Allemagne après l'arrivée des nazis au pouvoir, pas parce qu'ils y étaient persécutés pour des raisons raciales ou religieuses, mais parce qu'ils ne pouvaient simplement plus y vivre. Il commença par aller à Prague (il y était dès 1936), ce qui s'avéra être un mauvais choix, il décida donc de quitter l'Europe, il passa par Zurich et Grenoble en avril 1939 et il semble que Cartan l'ait aidé à obtenir le visa qui lui permit de passer par la France⁽¹⁰⁾.

d'un nombre fini d'équations aux dérivées partielles admet des solutions, et le nombre de degrés de liberté de la solution générale. La discussion qui suit porte sur le fait que les deux auteurs trouvent la démonstration de l'existence d'une solution par Cartan XX beaucoup plus simple et élégante que celle de Riquier, alors que la méthode de prolongement de Riquier est plus simple.

⁽¹⁰⁾ Ainsi que le montre une correspondance de Max Born avec la *Society for the Protection of Science and Learning*. Pour cette information, archives de la SPSL, Bodleian Library,

Il écrivit à Élie Cartan, dès le 1^{er} décembre 1945 :

Cher Monsieur

Par toutes les années de la guerre nous n'avons pas cessé de penser à vous et aux autres en France qui, par leurs soins et leur bonté, nous ont rendu la possibilité d'échapper et de vivre en tranquillité relative, interrompue seulement par les nouvelles d'Europe. Quoique je sache qu'il n'y a pas encore des communications normales, des lettres que j'ai reçu récemment m'ont encouragé de vous écrire pour vous exprimer encore une fois notre gratitude.

Depuis 1940 je suis ici dans la position d'un lecturer (maître de conférences) de mathématiques. J'ai eu l'opportunité de faire des leçons sur quelques parties des mathématiques supérieures et de contribuer le peu que j'ai aux recherches.

Je viens de lire la belle dédicace que M.A.Weil a fait précéder son livre sur l'intégration des les groupes continus. Loin de vouloir me comparer à un des mathématiciens dont il parle là, j'ai bien senti la vérité de tout ce qu'il dit. Cela, je le crois, a été une rassurance pour vous dans toutes ces années sombres.

Le courrier fonctionnait assez bien : Cartan lui répondit, et lui-même put récrire, le 22 janvier 1946 :

Cher monsieur

J'ai été très heureux d'avoir votre lettre qui malgré les nouvelles tristes me rassura que la gestapo ne vous a pas persécuté.

... de Prague... C'est de cette ville qu'arriva la première demande d'aide faite par un Allemand. Cet Allemand était Gerhard Kowalewski, un ancien élève de Lie et Engel dont Cartan connaissait les travaux. Il était professeur à l'université allemande de Prague, une université créée par le troisième Reich après l'annexion de la Tchécoslovaquie en 1939. Sauf que, en 1945, la situation avait changé. Kowalewski avait sérieusement besoin que des collègues des pays en guerre avec l'Allemagne témoignent de ses qualités. Il avait obtenu un certificat signé par Alexandrov et Kagan, sur ordre de l'Académie des sciences de Moscou, et il en demandait autant à Cartan, parce qu'il allait essayer d'obtenir un poste dans la zone d'occupation française en Allemagne. Je ne sais pas ce que fit Cartan. Toujours est-il que Kowalewski, qui avait quand même soixante-neuf ans, réussit à trouver un point de chute près de Munich et en zone d'occupation française.

L'histoire n'est pas terminée. La vie était dure en Allemagne en ce temps-là et, pour obtenir les autorisations nécessaires à un déplacement à Sarrebourg

University of Oxford. Merci à Colin Harris, et à Reinhard Siegmund-Schultze qui m'a mise sur cette piste. XX

pour raisons familiales, Kowalewski eut encore à demander de l'aide à Cartan. Après quoi, il voulut que Cartan l'aidât à faire obtenir la nationalité française à sa femme (qui était allemande mais née en Alsace avant 1918). Six lettres en tout, entre le 7 décembre 1945 et le 9 mars 1947... dans cette dernière, il envoyait des condoléances, venant d'apprendre, par Élie Cartan, qui sans doute commençait à trouver les plaintes un peu longues, la mort de Louis.

C'est une honte éternelle qu'on a commis tant de cruautés bestiales écrivit Kowalewski. Cartan avait reçu en février, en même temps que la lettre précédente, un « certificat » qui qualifiait Kowalewski de « grand et brave anti-fasciste exilé »... Si l'histoire de Kowalewski est sûrement plus compliquée que ce que les qualificatifs « nazi » et « antifasciste » veulent bien laisser entendre, cette lettre ne peut manquer d'en évoquer une autre⁽¹¹⁾, celle qui lui avait permis de devenir Recteur de l'université technique Adolf Hitler de Dresde, en 1935, malgré le fait qu'il n'avait adhéré au parti nazi qu'après l'arrivée au pouvoir d'Hitler et selon laquelle il était un « national socialiste né »⁽¹²⁾.

... de Rosario... Luis Santaló, qui avait invité Cartan en Argentine en 1940, écrivit, le 10 décembre 1945 :

Cher Professeur

Après cinq ans passés sans que j'aie pu vous écrire (les communications avec France étaient toujours interrompues), j'espère que cette fois, cette lettre ne me sera pas retourné[e] et arrivera à vous. Mon but c'est de vous saluer et de vous envoyer mes vœux de bonheur et de félicité pour ces fêtes prochaines de Noël et de fin d'année et de vous désirer, cher Professeur, un heureux nouvel an de 1946 dans lequel la France se récupère du malheur des derniers ans et nous ayons la joie de la voir nuovamente reconquérir son splendeur d'avant guerre.

Votre dernière lettre que j'ai reçu était datée à Beaumont (juillet 1940) et vous m'énonçait la suspension de votre voyage à l'Argentine, projeté pour l'an 1940. Il ne serait pas possible de penser de nouveau dans la réalisation de ce voyage ? Il y aurait ici un grand intérêt pour vous écouter et particulièrement moi je serais très content de pouvoir vous voir de nouveau et de pouvoir vous exprimer de parole combien je vous remercie de tout ce que vous avez fait pour moi pendant mon séjour à Paris l'an 1940.

⁽¹¹⁾Cette autre lettre est citée, avec sa source, dans [344]. Toutes les autres informations viennent des lettres de Kowalewski conservées dans le fonds Élie Cartan des archives de l'Académie des sciences.

⁽¹²⁾Raison pour laquelle sans doute, sept de ses articles, de 1936 à 1942, étaient parus dans la revue *Deutsche Mathematik*.

L'Argentine avait accueilli avant la guerre de nombreux réfugiés européens, ici un républicain espagnol, et nous le verrons, des Italiens. Le directeur de l'institut de Rosario était d'ailleurs un Italien, Beppo Levi.

... de Poona... Kosambi écrivit, très vite, le 3 janvier 1946 :

Une lettre de M. André Weil vient de nous apporter les nouvelles funestes de Mons. votre fils, condamné à peine de mort par l'ennemi sauvage. La perte est grande non seulement pour vous mais aussi pour sa patrie et pour la science. Si vous pardonnez que je me permette si tard de rouvrir la blessure triste, daignez accepter ce témoignage de ma douleur.

Et, quatre jours plus tard :

Nous étions considérés dignes de nous battre pour la liberté en Europe sans être dignes nous-mêmes d'avoir un gouvernement démocratique. Plus récemment on a employé nos soldats pour supprimer les mouvements populaires libératrices dans les colonies asiatiques. Quelques millions de mes compatriotes sont morts de faim et des épidémies diverses, mais il nous manque encore toute autre sorte de libération.

C'est en 1947 que l'Inde devint un pays indépendant.

... de Tucumán... C'est Alessandro Terracini qui écrivit, de cette autre ville argentine, le 6 janvier 1946.

Cher Maître

J'espère que vous avez pu sortir avec tranquillité de l'orage épouvantable dans lequel les allemands ont submergé notre pauvre Europe et qui a apporté la ruine et la désolation dans tant de familles. Je serais bien satisfait de recevoir directement de vos nouvelles et je voudrais aussi être renseigné par vous sur vos collègues mathématiciens français. Entre les pertes des années passées, je regrette avec beaucoup de douleur celle du pauvre Fubini!

Dans le milieu tranquille où j'ai vécu dans ces années — ma pensée dirigée très souvent aux souffrances de l'Europe — j'ai souvent eu le bonheur de pouvoir travailler assez : et j'ai aussi continué à donner mes soins à la « Revista de Matemáticas y física teórica », dans le premier volume de laquelle j'ai eu le plaisir de publier un de vos travaux⁽¹³⁾.

Et il continuait en demandant à Cartan un article pour son journal.

⁽¹³⁾Il s'agit de l'article [220].

... de l'île de Ré... C'est là que Kähler, celui-là même dont on accolait le nom à celui d'Élie Cartan (« Cartan-Kähler », voir le chapitre XX), celui aussi qui avait imposé la notation $d\omega$ pour la dérivée extérieure de ω , celle que Cartan avait inventée sous le nom de ω' , Erich Kähler, donc, était prisonnier. Il écrivit à Cartan le 22 janvier 1946 pour le remercier des livres qu'il lui avait envoyés. C'est Henri Cartan qui avait commencé à aider Kähler à se remettre au travail.

Élie et Henri Cartan l'aidèrent beaucoup en lui envoyant des livres et des articles pour qu'il puisse travailler et en l'aidant à correspondre avec différents mathématiciens. Plus tard, beaucoup plus tard, Erich Kähler a affirmé avec force ses sympathies nazies⁽¹⁴⁾.

... de Brno... Boruvka avait sans doute reçu des nouvelles un peu partielles, puisqu'il écrivit, le 3 mars 1946 (c'était sa première lettre depuis la fin de la guerre) :

Avec un vif intérêt et une grande émotion j'ai pris connaissance du sort de votre famille pendant l'époque de guerre et spécialement du sort de M. François Cuzin. C'est vraiment très douloureux de perdre un membre cher de la famille, mais d'autre part, la guerre n'aurait pas pu être gagnée sans pareils héros. J'ai vous ai écrit déjà, mon cher maître, de la persécution exercée par les Allemands dans notre pays. Vraiment, pendant ce temps triste le sort de soldats et d'autres combattants nous paraissait très beau en comparaison avec celui de très nombreux victimes civiles de la gestapo qui ne pouvaient nullement se défendre. Moi même je suis échappé au sort de mes collègues de la Faculté qui moururent au Konzentrationslager à Mauthausen seulement par un hasard extraordinaire. Au moment décisif de l'interrogatoire, que j'ai du subir sans mes lunettes, je reconnus que l'homme à qui j'étais confronté et qui me conseillait de tout avouer, n'était nullement mon collègue de la Faculté mais un agent de gestapo masqué. Espérons que l'humanité sera à l'avenir plus prudente pour éviter une pareille catastrophe mondiale qui vient de passer.

... de Bordeaux... Le 6 avril 1946, Charles Pisot écrivit à Élie Cartan :
Cher Monsieur le Président⁽¹⁵⁾,

Je ne voudrais pas commencer mon enseignement à Bordeaux sans vous exprimer toute ma reconnaissance pour tout ce que vous n'avez cessé de faire pour moi. Je sais l'importance qui s'attache

⁽¹⁴⁾ À l'auteur de [344], au cours d'une interview réalisée en 1988. Voir aussi ce que Weil pensait des opinions politiques de Kähler dans [16].

⁽¹⁵⁾ En 1946, Cartan présidait l'Académie des sciences.

à un jugement de vous et j'ai été profondément touché par votre intervention pour tourner les opinions en ma faveur⁽¹⁶⁾. C'est aussi grâce à vous que j'ai obtenu ma nomination à Bordeaux.

... de Hambourg... Un autre des correspondants d'Élie Cartan, Wilhelm Blaschke, écrivit de Hambourg, le 18 novembre 1946⁽¹⁷⁾, une lettre dans laquelle il donnait des nouvelles, évoquant les malheurs qui l'avaient frappé au cours de la « tragédie ». Les bombardements alliés de l'été 1943 sur Hambourg et leurs quarante mille morts civils sont un des épisodes tragiques de l'histoire de cette époque mais ce n'est pas le lieu d'en discuter davantage⁽¹⁸⁾. Blaschke avait perdu sa maison et ses livres mais aucun membre de sa famille. Il avait déjà retrouvé son poste après une période de suspension (ce n'était pas le lieu de le faire, alors il ne rappelait pas dans sa lettre qu'il avait été un membre convaincu du parti nazi). Il ne prenait pas de nouvelles de la famille d'Élie Cartan⁽¹⁹⁾ mais lui demandait deux services :

- de venir faire un exposé à Hambourg
- d'aider son ami Kähler, qui était prisonnier de guerre en France.

Nous l'avons vu, la famille Cartan s'occupait de Kähler depuis au moins le début de l'année. Il était maintenant au Mans. Blaschke envoyait son adresse

Oberleutnant E.Kähler, pris. de guerre 831 623, Dépôt 401, Le Mans (Sarthe).

XX lettres Mme Zarembo
XX et Zarembo junior
XX et Virginia Volterra

⁽¹⁶⁾Voici ce qu'on peut lire dans l'obituaire [7] de Charles Pisot, écrit par huit de ses collègues français après sa mort en 1984 :

Il soutient sa thèse le 23 mars 1938. Il est nommé Maître de Conférences à Bordeaux en 1946, puis Professeur en 1948.

Le saut vertigineux de 1938 à 1946 oublie que Pisot, sans doute comme alsacien (il était né à Obernai) a passé toute la durée de la guerre en Allemagne, notamment à l'université de Greifswald comme Dozent et à Freiburg (nous l'avons vu à Oberwolfach dans la lettre de Threlfall page 290), ce qui lui a valu des ennuis après la guerre.

⁽¹⁷⁾Henri Cartan s'était rendu en Allemagne dès le 4 novembre 1946, jour où il avait donné un exposé à Oberwolfach — c'est peut-être ce qui encouragea Blaschke à écrire cette lettre.

⁽¹⁸⁾Je renvoie les lecteurs intéressés aux remarquables articles de W.G. Sebald [343].

⁽¹⁹⁾À peine plus d'un an après, un éditeur allemand qui publiait un nouveau livre de Blaschke, *Projektive Geometrie* envoya son prospectus publicitaire à Élie Cartan. Son siège était à Wolfenbüttel, la ville où Louis Cartan avait été décapité. Le prospectus est conservé avec la correspondance d'Élie Cartan.

CHAPITRE 21

LES DERNIÈRES ANNÉES... ET APRÈS

Dans son livre de souvenirs, Weil précisa, à propos d'Élie Cartan lors de leurs retrouvailles de 1945 :

En 1945 sa santé, qui devait bientôt décliner, semblait encore intacte.

XX

L'Académie, encore

En 1946, Élie Cartan fut le président de l'Académie des sciences. Ce fut une très grosse année, il suffit pour s'en convaincre de regarder les volumes des *Comptes rendus* dans une bibliothèque (si on a la chance d'en avoir une), près de trois mille pages (deux mille neuf cent six exactement) pour les volumes 222 et 223 de 1946. Les difficultés dues à la guerre et que nous avons évoquées dans le chapitre précédent, sans parler de la pénurie de papier, avaient retardé la publication des *Comptes rendus*, normalement si rapide et efficace et cette publication avait eu jusqu'à une année de retard. Cartan put annoncer, le 1^{er} mars 1946, que les *Comptes rendus* avaient repris leur cours régulier.

Il fit ce que font les présidents, c'est-à-dire présider les séances, donner lecture des décrets nommant les nouveaux membres, accueillir ces nouveaux membres et les invités qui assistent aux séances, ouvrir publiquement les plis cachetés, annoncer qu'à cause des fêtes de Pâques, la séance du lundi aurait lieu le mercredi, que la séance publique annuelle aurait lieu le 16 décembre et, cette année-là, qu'il n'y aurait pas de séance le 30 décembre à cause des problèmes de chauffage (la guerre n'était pas vraiment loin et il continuait à faire froid l'hiver dans la grande salle des séances), annoncer la mort des confrères et prononcer des éloges presque au pied levé, refaire la liste de tous les morts avant d'annoncer le palmarès des prix...

De la lecture des *Comptes rendus* et de la correspondance, on peut déduire une partie de l'emploi du temps d'Élie Cartan en 1946 : il a participé à une cérémonie donnée par la Société d'encouragement de l'industrie nationale en l'honneur du bi-centenaire de Monge le 24 janvier, il a prononcé un discours aux obsèques du général Perrier en février, il a participé à une cérémonie en hommage à Sadi Carnot le 7 mai, au centenaire de la découverte de Neptune en octobre, au colloque pour les cinquante ans de la mort de Pasteur en novembre, il a pris des vacances entre le 18 juillet et le 6 octobre (il a présidé les séances du 17 juillet et du 7 octobre mais aucune entre ces deux-là), il a prononcé un hommage à Monge dans son discours lors de la séance solennelle du 16 décembre. Tout ceci est un peu futile. Reprenons, plus sérieusement.

- La vie normale d'académicien continuait : Élie Cartan transmettait toujours des notes, en particulier de jeunes gens — et il y avait de nouveaux jeunes, par exemple, la toute première note qu'il présenta au tout début de l'année, le 2 janvier, était due à Roger Godement.

- Les problèmes de chauffage ne sont pas la seule façon dont la guerre proche se manifesta dans la vie de président d'Élie Cartan.

- Il y eut la commission sur l'énergie atomique XX

- Le souvenir de la guerre fut encore très présent dans le palmarès des prix lors de la séance publique du 16 décembre⁽¹⁾. On décerna en 1946 un prix à la mémoire de Jean Perrin — mort en exil à New York en avril 1942 (et dont les cendres seraient transférées au Panthéon en 1948) —, un autre à la veuve d'Henri Abraham, à la mémoire de son mari assassiné à Auschwitz ; on réserva le prix Albert 1^{er} de Monaco à la mémoire des savants assassinés...

- La dernière mort de l'année endeuilla la toute dernière séance, après la succession des décès annoncés tout au long des lundis, après la litanie de leur récapitulation au cours de la séance publique annuelle. C'est Élie Cartan qui dut encore annoncer, le 23 décembre, la mort de son ami Langevin le 19.

Cette année fut aussi, comme la liste des activités du président le laisse voir, l'année du bi-centenaire de la naissance de Gaspard Monge. En mai et juin, Élie Cartan entretint une correspondance avec le général Marry-Monge (dont Gaspard Monge était un trisaïeul), qui lui communiqua des documents — nous savons même qu'ils se virent le mardi 25 juin dans l'après-midi⁽²⁾. Élie Cartan prononça un assez long hommage à Monge lors de la séance publique

⁽¹⁾L'année précédente, des prix avaient été attribués à Georges Bruhat et à Louis Cartan (« déportés et assassinés en Allemagne ») ainsi qu'à Hélène Langevin-Solomon, en mémoire de son mari.

⁽²⁾Fonds Élie Cartan, archives de l'Académie des sciences.

annuelle de l'Académie des sciences, et un discours lors d l'inauguration au Palais de la Découverte, en janvier 1947, d'une exposition consacrée à Monge.

Et le CNRS

Élie Cartan était le président de la Commission du C.N.R.S. pendant l'Occupation. Il a préparé un rapport sur l'activité des mathématiciens en France entre 1940 et 1943. XX

Le 2 novembre 1945 fut mis en place le Comité national de la Recherche scientifique. la commission de mathématiques pures comprenait, entre autres XX

Le livre de Bloch et Gullaumin. En 1946, Élie Cartan entretint une correspondance avec André Bloch à propos d'un livre que celui-ci avait écrit, en collaboration avec Gustave Guillaumin, et qu'il souhaitait que Cartan l'aide à publier. Ce qui est moins banal que cela en a l'air.

D'André Bloch, on sait peut-être qu'il était interné dans un hôpital psychiatrique à la suite d'un multiple meurtre familial. Il avait mené une vie mathématique assez riche et démontré notamment des résultats sur les fonctions analytiques que l'on utilise encore aujourd'hui. Il correspondait avec plusieurs mathématiciens, libellant son adresse

André Bloch
57 Grand-Rue
Saint-Maurice,

ce qui suffisait à la poste mais aurait pu aussi s'écrire

André Bloch
Asile psychiatrique
57 Grand-Rue
Saint-Maurice.

Il finit quand même par se savoir que c'était un hôpital (et les raisons de l'internement de Bloch se surent aussi).

XX son théorème sur les fonctions sur le disque

Pendant l'Occupation, André Bloch, qui n'était vraiment pas fou, avait publié quelques articles sous deux pseudonymes (le premier était René Binaud et le second Marcel Segond⁽³⁾). Nous nous intéresserons ici plus au sujet de ces articles qu'aux noms de leur auteur. Il s'agissait du « théorème de Guldin » et de ses généralisations. Le théorème de Guldin est une formule intégrale. La formule exprime le volume d'une surface de révolution comme produit de

⁽³⁾Voir ici page 287 et [14].

la longueur d'une courbe plane qui engendre cette surface par celle du cercle décrit par le centre de gravité de cette courbe.

Le livre dont Bloch demandait à Cartan de l'aider à le publier s'intitulait « La géométrie intégrale du contour gauche » et était consacré à l'étude d'une intégrale

$$\int_C x^\alpha y^\beta z^\gamma (\lambda dx + \mu dy + \nu dz)$$

— sur une courbe (puisque c'est une forme de degré 1 qu'on intègre), et une courbe « gauche », c'est-à-dire de l'espace de dimension 3, puisqu'il y a trois variables. Quand $\alpha + \beta + \gamma = 1$, c'est une aire et on revient au cas de Guldin.

Lorsque Bloch écrivit à Cartan, le 21 mai 1946, le livre était prêt, mais Bloch ne savait pas trop s'il voulait le publier chez Hermann ou chez Gauthier-Villars et il demandait à Cartan de l'aider à choisir. Il faut croire que la décision fut prise assez vite, puisque le livre, publié par Gauthier-Villars, porte la mention

Le manuscrit a été remis à l'Éditeur en mai 1946, et honoré d'une subvention du *Centre National de la Recherche Scientifique* en décembre 1946⁽⁴⁾.

Il est possible que le manuscrit ait été apporté chez l'éditeur par le deuxième auteur. Car il y avait un deuxième auteur... Gustave Guillaumin était, lui aussi, interné à Saint-Maurice mais lui sortait deux fois par semaine pour rendre visite à sa famille au Quartier latin, comme l'écrivit Bloch à Cartan. C'était un polytechnicien et ingénieur des Ponts et Chaussées, né en 1886, qui, depuis 1923 était en congé, puis en disponibilité pour raisons de santé, puis en retraite. Et donc, en 1946, il était interné à Saint-Maurice.

Il fallut demander une subvention à la « Caisse nationale des recherches » (comme le disait Bloch, c'est-à-dire au C.N.R.S.). La subvention fut accordée, le livre fut publié avec une préface d'Élie Cartan. Mais André Bloch était mort, brutalement, le 11 octobre 1948. L'achevé d'imprimer du livre porte la date du 15 janvier 1949.

Autres activités

En 1946, un groupe de scientifiques catholiques décida de former une « Union catholique des scientifiques français »,

voulant montrer qu'une valeur scientifique indiscutable n'est pas nécessairement liée à une philosophie matérialiste

⁽⁴⁾C'est le livre [29].

et demanda à Élie Cartan de faire partie de son conseil. L'union fut formée (?), Cartan conserva la lettre mais je ne sais pas ce qu'il répondit⁽⁵⁾.

En 1947, Élie Cartan fut fait docteur honoris causa de l'Université libre de Bruxelles, et aussi de celle de Louvain (le 20 octobre). XX y alla-t-il ?

Il participa à la commémoration à Paris du dixième anniversaire de la mort de Lord Rutherford, du 7 au 10 novembre 1947... comme représentant de l'université Harvard : Joliot avait invité le président de cette université qui, ne pouvant venir en Europe, avait prié Cartan, dont nous savons qu'il était docteur Honoris causa de Harvard, de le représenter.

Les mathématiques

Élie Cartan continuait à s'intéresser aux mathématiques, et pas seulement à leurs aspects institutionnels, à l'activité administrative qui leur était liée. Lisant la deuxième édition du livre de géométrie de Lucien Godeaux pour le recenser, il nota qu'il manquait en France un livre de géométrie projective de cette nature... et il rédigea quelques remarques, que cette lecture lui avait inspirées, à propos des 27 droites sur une surface cubique et des 28 bitangentes à une courbe de degré 4. Il explicita les relations entre ces deux phénomènes (dans une projection de la cubique, les droites qu'elle contient sont envoyées sur les bitangentes au contour apparent, qui est une courbe de degré 4) et les groupes E_8 et E_7 qui leur sont attachés. Il revenait ainsi sur un sujet qui l'avait occupé toute sa vie, montrant que « le groupe de Galois de l'équation caractéristique du groupe de Lie de rang 7 et d'ordre 133 [Le groupe de Weyl de E_7] est isomorphe au groupe de Galois de [au groupe qui préserve] la configuration des vingt-huit bitangentes à une quartique plane sans point double » (et de même du groupe de Weyl de E_6 avec les vingt-sept droites d'une surface cubique). Ce fut un de ses derniers articles publiés⁽⁶⁾.

Le tout dernier parut alors qu'il atteignait les quatre-vingts ans.

La famille

Henri. Henri Cartan avait promis de retourner à Strasbourg pour aider à la réinstallation de l'Université. Il y passa les deux années universitaires 1945–46 et 1946–47. Pendant ce temps, la femme et les enfants de Louis habitait l'appartement sur le même palier qu'Élie et Marie-Louise Cartan.

⁽⁵⁾Fonds Élie Cartan, archives de l'Académie des sciences.

⁽⁶⁾Comme [231], à la suite de la recension de [277], dans le *Bulletin des sciences mathématiques*.

Au retour d'Henri Cartan et de sa famille de Strasbourg, tout le monde habita dans le grand appartement du deuxième étage. XX

Hélène. Hélène était malade. Elle était atteinte de tuberculose, et même d'une forme très contagieuse de cette maladie, la tuberculose micronodulaire ou miliaire. Le risque de contagion interdit à Hélène d'enseigner. Dangereux pour les élèves et pour la famille, les jeunes neveux, enfants d'Henri et de Louis. La maladie faisait terriblement peur à la famille, après la mort de plusieurs proches et en particulier de Jean Cartan.

Elle avait été professeur à Besançon et, bien sûr, y avait fréquenté les mathématiciens, en particulier les Vincensini — Paul Vincensini était celui qui avait rédigé le livre XX. On en trouve trace dans la correspondance, le 13 mars 1946 :

Nous aurions voulu recevoir de meilleures nouvelles de Mademoiselle Cartan. Il est sage qu'elle prenne le congé que lui conseille le médecin, et il faudrait, si cela était possible, qu'elle oublie pendant ce congé qu'elle a, comme elle nous disait, « un devoir d'état à remplir », et surtout qu'elle a des élèves. Elle pourra bien mieux se consacrer tout entière à ses élèves lorsqu'elle aura pleinement recouvré sa santé.

Si elle retourne à Pierrefontaine les Varrans⁽⁷⁾, si elle s'arrêtait alors à Besançon, et si, sans que cela soit une fatigue pour elle, il lui était possible de venir jusque chez nous, nous la reverrions bien volontiers ; et il va sans dire que nous sommes tout à sa disposition pour quoique ce soit dont elle pourrait avoir besoin⁽⁸⁾.

Elle alla les voir, en effet, puisque, le 25 mai, Vincensini écrivit encore :

Ma femme a bien reçu la bonne lettre et les tickets que Mademoiselle Cartan a eu a gentillesse de lui envoyer à son retour à Paris⁽⁹⁾. [...] Nous espérons que malgré les fatigues de fin d'année dues à l'approche des examens, la nette amélioration que nous avons constatée chez Mademoiselle Cartan se sera maintenue, et qu'elle arrivera aux vacances prochaines dans un état lui permettant d'en profiter pleinement⁽¹⁰⁾.

⁽⁷⁾Le village de Pierrefontaine-les-Varans, dans le Doubs, à quarante kilomètres de Besançon, possédait un sanatorium dans lequel Hélène fit plusieurs séjours.

⁽⁸⁾Lettre de Paul Vincensini à Élie Cartan, fonds Élie Cartan, archives de l'Académie des sciences.

⁽⁹⁾La mention des tickets nous rappelle que, en 1946, la population française était encore soumise au rationnement. C'est sans doute parce qu'elle avait été invitée chez les Vincensini qu'Hélène avait envoyé, au retour, les tickets correspondants.

⁽¹⁰⁾Lettre de Paul Vincensini à Élie Cartan, fonds Élie Cartan, archives de l'Académie des sciences.

Elle avait donc passé assez peu de temps à Pierrefontaine et sans doute repris le travail.

L'amélioration constatée par les Vincensini fut de courte durée. Au printemps 1947, la famille Cartan, se préoccupait toujours de la tuberculose d'Hélène. En mars, il était question qu'elle se fit soigner dans un sanatorium de Leysin, dans le canton de Vaud, et Georges de Rham proposait à Henri Cartan⁽¹¹⁾ l'aide de son frère, médecin dans cette ville. Le 4 avril, c'est Jules Haag qui, de Besançon, écrivait à Élie Cartan : « j'espère que les difficultés seront vite aplanies en ce qui concerne Leysin et que Mlle Cartan s'y guérira complètement ». La nature des difficultés en question ne nous est pas connue. Toujours est-il qu'en juin, c'est dans un sanatorium de Sankt-Blasien, dans la Forêt-Noire (et dans la zone d'occupation française en Allemagne) qu'Hélène était soignée. La correspondance conservée d'Élie Cartan contient trois brouillons d'une lettre qu'il envoya (sans doute) à Adrien Pouliot, le doyen de l'université Laval, à Québec, avec qui il était en relation et en très bons termes. Dans ces brouillons, il explique « très bien organisé, nourriture abondante et excellente », et il demande « un service personnel ». Le fait qu'il ait fallu trois brouillons montre qu'il lui était beaucoup plus difficile de demander un service que d'en rendre un. Il demandait donc si Pouliot, au Canada, pouvait se procurer de la streptomycine. Cet antibiotique récent (1943) était en effet utilisé contre la tuberculose. En 1947, ni Élie Cartan ni le Docteur Joussaume, qui soignait Hélène à Sankt-Blasien ne pouvaient en trouver. Élie Cartan demandait donc si son correspondant pouvait en envoyer cent grammes (dose dont le Docteur Joussaume avait besoin pour deux ou trois mois) au Docteur Joussaume (et la facture à lui). Il n'est pas impossible que le « petit colis » dont Hans Schwerdtfeger se réjouissait quelques jours auparavant qu'il fût bien arrivé d'Adelaide ait été de la même nature.

En décembre, Vincensini prit encore des nouvelles : « Nous pensons bien souvent à elle, surtout depuis que nous habitons tout près de son ancienne pension (4 rue du Porteau, juste en face de Mademoiselle Saint) »⁽¹²⁾. Hélène était toujours à Sankt-Blasien lorsque Charles Racine, puis Adolphe Buhl en demandèrent des nouvelles, et c'était encore le cas en mars 1948, comme nous l'apprennent quelques lettres de Sophie Piccard qui, en bonne Suissesse, proposait de lui envoyer du chocolat :

Transmettez, s.v.p. Mes meilleures amitiés à Mademoiselle Hélène Cartan, avec tous mes vœux pour sa santé. J'espère que vous la

⁽¹¹⁾Dans un post-scriptum à une lettre dans laquelle il était question de distributions, de Schwartz et de Weil, voir [16, p. 567]. Pour toutes les autres informations de ce paragraphe, lettres adressées à Élie Cartan, fonds Élie Cartan, archives de l'Académie des sciences.

⁽¹²⁾Lettre de Paul Vincensini à Élie Cartan, fonds Élie Cartan, archives de l'Académie des sciences.

trouverez beaucoup mieux et qu'en se retrouvant avec vous, elle retrouvera la joie de vivre. Je vous serais très obligée de me donner son adresse exacte, afin que je puisse lui envoyer un peu de chocolat.

De ses lettres, il ressort aussi qu'Élie Cartan se rendit à Sankt-Blaisen entre le 18 mars et le 5 avril 1948.

Elle a passé beaucoup de temps dans des sanatoriums, après Pierrefontaine, Sankt-Blasien, à Saint-Hilaire du Touvet (près de Grenoble).

Il est difficile de parler d'Hélène Cartan. Son frère Henri (douleur ? sentiment de culpabilité ?) a fait une sorte de black-out sur Hélène, de sorte que, alors que c'est beaucoup par lui que nous en savons tant sur la famille, il n'a jamais parlé d'elle⁽¹³⁾.

XX

Les dernières publications

XX les livres et les derniers articles (1947)

L'article sur Vessiot dans le numéro dédié à Vessiot du *Bulletin* de la SMF.

1948–1949

En 1948, Élie Cartan se rendit à Pise :

Il est bien inutile de vous dire avec quelle joie je vous reverrai à Pise à l'occasion du Congrès de l'Union mathématique italienne. Je n'ai pas oublié le Congrès de Bologne où j'ai eu le plaisir de vous revoir en 1928 ; mes trois fils m'y avaient accompagné. Depuis deux d'entre eux ont disparu ; le second, compositeur est mort en 1932 et le troisième, physicien, a été assassiné par les Allemands en 1943, Cette fois, ma femme m'accompagnera à Pise ; le Recteur de l'Université de Pise m'a gentiment remercié de cette initiative. Ma femme se réjouit d'avoir enfin l'occasion de faire votre connaissance ; elle a si souvent entendu parler de vous, depuis l'année 1912, quand j'ai reçu votre première lettre me prouvant que mes travaux sur la théorie des groupes avaient été appréciés beaucoup plus que je ne le pensais — et que je le méritais peut-être par un géomètre italien.

⁽¹³⁾ Voir par exemple l'interview [287] réalisée par Allyn Jackson en 1999, dont l'auteur a été extrêmement surpris d'apprendre, près de dix ans après, qu'Henri Cartan avait eu aussi une petite sœur. Sur Hélène Cartan, voir aussi [11] et [16, Lettre du 7 septembre 1951 et notes].

Trente-six ans se sont écoulés depuis et notre amitié ne s'est jamais démentie et n'a fait que se renforcer.

Écrivit-il à Ugo Amaldi le 6 août 1948. Et, le 23 octobre⁽¹⁴⁾ :

M. Finzi⁽¹⁵⁾ m'avait fait remarquer à la fin de notre séjour à Pise qu'aucun exemplaire de ma Thèse n'existait à la Bibliothèque de l'Université de Rome. Je croyais à ce moment-là que je n'en avais plus aucun exemplaire. En réalité j'ai constaté que j'avais encore 4 exemplaires de la 2e édition et des recherches faites à la Sorbonne ont permis de retrouver un exemplaire de l'édition originale. Peut-être sera-t-il possible de faire une 3ieme édition. Au besoin pourrez-vous faire hommage à la bibliothèque de l'Université de Rome de l'exemplaire que je vous ai envoyé ?

À la même époque, la revue *Annali di matematica*, qui célébrait son centenaire, publia la conférence qu'Élie Cartan avait donnée à Pise, « Deux théorèmes de géométrie anallagmatique réelle à n dimensions »⁽¹⁶⁾.

Le 1^{er} mars 1949, alors que l'on fêtait les 70 ans d'Einstein, Élie Cartan lui écrivit une nouvelle lettre⁽¹⁷⁾ :

Mon cher Collègue et cher Maître,

C'est lundi prochain 14 mars, à l'occasion de votre soixante-dixième anniversaire, que les savants du monde entier, mathématiciens, physiciens et chimistes, fêteront votre jubilé. J'avais été prévenu que deux volumes d'articles et de mémoires seraient consacrés à la commémoration de ce jubilé.

Comme j'approche de mon quatre-vingtième anniversaire, je me suis senti incapable de faire paraître dans ces volumes un article dont la valeur scientifique soit digne de vous. C'est pour cela que je viens vous dire simplement mes sentiments d'affectueuse admiration pour vos travaux, qui ont bouleversé les notions les plus anciennes de l'humanité sur l'espace et le temps, et qui ont renouvelé complètement les principes de la Physique.

⁽¹⁴⁾ [322, pp. 318 et 320].

⁽¹⁵⁾ Arrigo Finzi, qui avait commencé ses études avec Levi-Civita, fut appelé « mon élève » par Élie Cartan dans une lettre à Amaldi du 8 avril 1949. :

Mon élève Arrigo Finzi a dû rentrer il y a quelques jours en Italie ; il viendra sans doute vous transmettre mes meilleurs amitiés ; je l'aime beaucoup ; il doit, d'après ce qu'il m'a dit, arriver à Rome aux environs de Pâques, ou plutôt de la Pâque israélite qui aura lieu le 14 avril.

⁽¹⁶⁾ C'est [235].

⁽¹⁷⁾ Citée dans [242].

Permettez-moi de vous rappeler que j'ai eu l'honneur d'avoir avec vous une correspondance suivie après la publication de votre théorie unitaire du champ. Puisque j'en suis à rappeler mes souvenirs, je me vois encore avec vous dans le bureau de Paul Langevin à l'École de Physique et de Chimie. Je sais quelle admiration, pour ne pas dire quelle vénération, vous aviez pour lui, pour ses qualités scientifiques et humaines, pour la clarté bien rare avec laquelle il savait dominer les problèmes les plus difficiles. Je ne puis séparer sa mémoire de votre œuvre, qu'il avait contribué puissamment à faire connaître et à répandre.

C'est en pensant à Paul Langevin que je vous renouvelle mes sentiments d'admiration, avec l'espoir que vous vivrez encore assez longtemps pour assister au développement des progrès, peut-être encore imprévus, dont la Science trouvera la source dans votre œuvre elle-même.

Je vous prie d'agréer, cher Maître, l'expression de ma dévouée sympathie.

Le 27 avril 1949, au cours de la réunion annuelle de la *National Academy of Sciences* (des États-Unis) qui se tint à Washington, Élie Cartan fut élu *foreign associate* de cette académie :

The Academy thus desires to express its high appreciation of your services to science and trusts you will signify your acceptance of this election

écrivit le foreign secretary, Detlev W. Bronk. Et Marston Morse envoya une gentille lettre de félicitations.

Quelques mois plus tard, le 29 juillet 1949, un télégramme envoyé par Severi⁽¹⁸⁾ annonça à Cartan son élection à l'*Accademia delle Scienze, detta del XL*⁽¹⁹⁾.

C'est à cette époque que Malise a été victime d'un grave AVC, « qui l'a laissée non seulement hémiplégique, mais mentalement très diminuée et incapable de parler. Elle a vécu un an dans cet état, très entourée dans l'appartement commun », dit Françoise Cartan⁽²⁰⁾.

Arigo Finzi, que Cartan considérait comme un de ses élèves, mais qui avait aussi été l'élève de Levi-Civita, écrivit une gentille lettre :

Rome, le 6 juillet 1949

Cher Maître,

⁽¹⁸⁾ Qui avait retrouvé sa place éminente.

⁽¹⁹⁾ Pour ces deux informations, fonds Élie Cartan, archives de l'Académie des sciences.

⁽²⁰⁾ Dans [3], cité dans [16, p. 612].

J'ai été très touché par la nouvelle de la maladie de Madame Cartan, qui apparaissait en si bonne santé lorsque j'ai quitté Paris quelques semaines avant.

J'espère que ses conditions puissent lui permettre bientôt d'entreprendre le voyage pour Dolomieu, et que son état puisse se rétablir aussi parfaitement que possible. J'exprime mes meilleurs vœux pour sa santé, avec la plus vive et respectueuse affection.

Quelques jours seulement après mon retour de Paris, ma grand-mère, qui vit avec nous, a été elle aussi atteinte d'une hémorragie cérébrale, ses conditions ont été très graves pendant plusieurs jours ; elle a pu surmonter cette crise, et elle a même partiellement repris les fonctions qui avaient été atteintes. Elle avait déjà été atteinte d'une attaque semblable il y a une dizaine d'années ; alors elle été [sic] arrivée, peu à peu, à se remettre presque parfaitement.

J'espère recevoir bientôt de vous de nouvelles plus favorables, et je compte vous voir à Paris l'automne prochain. Je vous prie d'agréer, cher Maître, mes hommages dévoués et affectueux.

Arigo Finzi

Malise et Élie avaient été bien entourés en effet : Henri et Nicole Cartan, avec leurs enfants Jean, Françoise, Étienne et Mireille⁽²¹⁾. Thérèse Cartan et ses trois enfants Annette, Isabelle et Pierre, vivaient sur le même palier. Nicole Cartan s'occupait de tout... y compris de conduire Élie Cartan à l'Académie des sciences le lundi.

La fin

À la liste des voyages et des congrès internationaux, nous n'ajoutons pas celui qui se tint, dix ans plus tard que prévu, à Cambridge, aux États-Unis, en 1950. Il apparaît quand même dans la correspondance d'Élie Cartan par une lettre d'Arigo Finzi :

Rome, le 22, 2, 1950

Cher Maître,

J'ai trouvé votre lettre en rentrant à Rome il y a une semaine ; je regrette de ne pas vous avoir répondu jusqu'ici, mais je n'avais pas pu obtenir les travaux de Fichera sur les formes de Pfaff, dont je n'avais pas une connaissance directe.

⁽²¹⁾Suzanne, la petite dernière, ne naquit qu'en 1951 et ne connut pas ses grands-parents.

[...]⁽²²⁾

J'ai eu l'occasion de parler avec M. Bompiani et je lui ai communiqué ce que m'avait dit M. Henry Cartan sur la participation française au congrès américain. De son côté M. Bompiani n'a pas eu jusqu'ici beaucoup de succès au Ministère de l'Instruction Publique. J'ai parlé aussi à M. Amaldi, qui a été très content d'avoir de vos nouvelles et qui m'a chargé de vous transmettre ses salutations dévouées.

Je voudrais vous dire encore en terminant combien j'ai été content de vous revoir en bonne santé et combien j'ai été touché par votre aimable accueil. [...]

Arigo Finzi

Malise vécut, survécut, jusqu'au 21 mai 1950.

Le centre belge de recherches mathématiques organisa à Bruxelles, du 5 au 8 juin 1950, un colloque de Topologie. Les participants envoyèrent une lettre exprimant

leur profonde admiration à

Monsieur Élie Cartan

dont les travaux ont ouvert la voie à la plupart des recherches exposées au cours de cette réunion.

Parmi les trente signataires, Hopf, Ehresmann, Leray, Koszul, Armand Borel, Henri Cartan, Eckmann, Guy Hirsch... la relève était assurée.

Élie Cartan déclinait. Il mourut, à l'âge de quatre vingt-deux ans, le 6 mai 1951.

La situation d'Hélène était certainement de plus en plus déprimante, au fur et à mesure que les années passaient. Un jour de 1952, elle est sortie se promener et a disparu pendant plusieurs jours, jusqu'à ce que son corps soit retrouvé dans la rivière Isère.

L'association des anciens élèves de l'É.N.S. lui a consacré quelques lignes à la suite de la notice nécrologique sur son père, Élie Cartan, mort en mai 1951.

Hommages...

La Société mathématique de France inclut, dans son volume de 1951 et sur du papier glacé, la belle photographie d'Élie Cartan réalisée par le studio Harcourt, avec ses dates de naissance et de mort, sans commentaire.

⁽²²⁾ Il est question dans cette lettre de travaux de Fichera à transmettre à Lalan.

Des notices nécrologiques parurent dans plusieurs journaux mathématiques de par le monde et dans plusieurs langues, en Angleterre et en anglais (par Whitehead dans les notices nécrologiques de la *Royal Society* en septembre 1952 et Hodge dans le journal de la *London mathematical Society* en 1953), aux États-Unis et en anglais (par Chern et Chevalley dans le *Bulletin* de l'AMS en mars 1952), en serbe (par Saltykow dans le *Bulletin* de la Société de mathématiques et de physique de Serbie) et même en hébreu (par Finzi dans *Riveon Lematematika*)⁽²³⁾. À part la traditionnelle notice prononcée par Javillier, le président de l'Académie des sciences, le 16 mai 1951, il n'y eut aucun article nécrologique sur Élie Cartan ni aucun article sur son œuvre dans aucune publication française. Il est vrai que Chevalley participa à l'hommage américain et que les héritiers se réunirent bientôt pour publier les Œuvres complètes.

La publications des œuvres fut dirigée par un comité de publication que présida Paul Montel, formé de Henri Cartan, Albert Châtelet, Georges Darmon, Jean Leray et André Lichnérowicz (qui en était le secrétaire). Le comité était patronné par l'Académie des sciences. Il y avait aussi un comité d'honneur international. Les livres furent proposés en souscription et publiés par Gauthier-Villars en six volumes, entre 1952 et 1954. Trente ans après, ces livres étaient épuisés et le C.N.R.S. en fit une deuxième édition, en quatre volumes, pour laquelle on se contenta d'ajouter les deux articles nécrologiques [251] et [376]. L'ensemble était vendu 900 francs (130 euros de 2015 – sans commentaire).

Outre la publication des Œuvres complètes et un préclassement de ses papiers et de sa correspondance, Henri Cartan s'est occupé de l'héritage de son père :

- Publication des lettres roumaines en 1974
- Publication de la correspondance avec Einstein sur le parallélisme absolu en 1979
- Discussions avec van der Waerden et avec Armand Borel à propos de la correspondance avec Weyl
- Colloque Élie Cartan et les mathématiques d'aujourd'hui en 1984
- Correspondance avec Amaldi
- Publication de l'article yougoslave en 1992

XX ça, c'est la fin :

La date de cette photographie familiale ne m'est pas connue. C'est probablement juste après la guerre. Mais peut-être aussi avant. Élie Cartan est assis dans son jardin de Dolomieu. Grands arbres, chaises pliantes, théière sur une

⁽²³⁾ Cette liste n'est sans doute pas exhaustive. Les articles sont, dans l'ordre cité, [376, 286, 251, 340].

nappe, soleil et ombre, costume sombre et cravate, cheveux blancs, moustache et barbiche blanches, il lit, sans se préoccuper du photographe.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] *À la mémoire de quinze savants français lauréats de l'Institut assassinés par les Allemands (1940–1945)* – Gauthier-Villars, 1959.
- [2] *Élie Cartan (1869–1951) – Hommage de l'Académie de la République Socialiste de Roumanie à l'occasion du centenaire de sa naissance* – Editura Academiei Republicii Socialiste România, Bucarest, 1975.
- [3] F. ADAM-CARTAN – « À propos d'Henri Cartan », Texte non publié, 2010.
- [4] M. A. AKIVIS & B. ROSENFELD – *Elie Cartan (1869-1951)*, American Mathematical Society, 1993.
- [5] H. ALDEBERT, H. BAUER & J. BOCLÉ – « Christian Pauc – Ein Französischer Mathematiker als Wegbereiter der deutsch-französischen Freundschaft », *DMV Mitteilungen* **2/95** (1995), p. 24–26.
- [6] P. ALEXANDROFF & H. HOPF – *Topologie*, Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften, Band 45, Springer-Verlag, Berlin, 1935.
- [7] Y. AMICE, M.-J. BERTIN, F. BERTRANDIAS, A. DECOMPS, F. DRESS, M. GRANDET, M. MENDÈS FRANCE & G. RAUZY – « Charles Pisot », *Acta Arith.* **51** (1988), no. 1, p. 1–4.
- [8] E. ARTIN – « Über einen Satz von Herrn J. H. Maclagan Wedderburn », *Abhandlungen Hamburg* **5** (1927), p. 245–250.
- [9] ASSOCIATION DES ANCIENS ÉLÈVES, ÉLÈVES, ET AMIS DE L'ÉCOLE NORMALE SUPÉRIEURE – *Supplément historique*, 2010.
- [10] M. AUDIN – *Souvenirs sur Sofia Kovalevskaya*, Orizzonti, Calvage & Mounet, 2008.

- [11] ———, « Dans la famille Cartan, je demande... la sœur », *Gazette des mathématiciens* **122** (2009), p. 45–51.
- [12] ———, *Fatou, Julia, Montel, le grand prix des sciences mathématiques de 1918, et après*, Springer, 2009.
- [13] ———, « La Vérité sur la Poldévie », (2009), <http://www-irma.u-strasbg.fr/~maudin/poldevie.pdf>.
- [14] ———, « Publier sous l’Occupation I. Autour du cas de Jacques Feldbau et de l’Académie des sciences », *Rev. Hist. Math.* **15** (2009), p. 5–57.
- [15] ———, *Une histoire de Jacques Feldbau*, Collection T, Société mathématique de France, Paris, 2010.
- [16] ———, *Correspondance entre Henri Cartan et André Weil*, Documents mathématiques, Société mathématique de France, Paris, 2011.
- [17] ———, « Portrait d’Élie Cartan par André Weil », *Images des mathématiques* (2011), en ligne <http://images.math.cnrs.fr/Portrait-d-Elie-Cartan-par-Andre.html>.
- [18] ———, « Cartan, Lebesgue, de Rham et l’analysis situs dans les années 1920, scènes de la vie parisienne », *Gazette des mathématiciens* **134** (2012), p. 49–75.
- [19] ———, « Henri Cartan et André Weil Du vingtième siècle et de la topologie », in *Henri Cartan & André Weil mathématiciens du XX^e siècle*, X-UPS, Éditions de l’École Polytechnique, Palaiseau, 2012, p. 1–61.
- [20] ———, « La guerre des recensions (autour d’une note d’André Weil en 1940) », *Math. Semesterber.* **59** (2012), p. 243–260.
- [21] ———, « Einstein à Paris », *Images des mathématiques* (2014), en ligne <http://images.math.cnrs.fr/Einstein-a-Paris>.
- [22] ———, *Le séminaire Julia*, cedram, 2014, en ligne <http://books.cedram.org/MALSM/>.
- [23] ———, « Rome (ou pas ?), 1939 », *Images des Mathématiques, CNRS* (2014), En ligne <http://images.math.cnrs.fr/Rome-ou-pas-1939.html>.
- [24] ———, *La formule de Stokes, roman*, Cassini, 2016.
- [25] M. AUDIN & R. BRASSEUR – « Publier sous l’Occupation I. Addendum », *Rev. Hist. Math.* **17** (2011), p. 5–7, Addendum à [14].

- [26] L. BEAULIEU – « Bourbaki, une histoire du groupe de mathématiciens français et de ses travaux (1934–1944) », *Thèse, Université de Montréal* (1990).
- [27] M. BERGER – « Riemannian geometry during the second half of the twentieth century », *Jahresber. Deutsch. Math.-Verein.* **100** (1998), p. 45–208.
- [28] M. BIEZUNSKI – « Le réseau français des correspondants d'Einstein », *Mil Neuf Cent* **8** (1990), p. 10–22.
- [29] A. BLOCH & G. GUILLAUMIN – *La Géométrie Intégrale du Contour Gauche*, Gauthier-Villars, Paris, 1949.
- [30] A. BOREL – « Élie Cartan, Hermann Weyl et les connexions projectives », in *Essays on geometry and related topics, Vol. 1, 2*, Monogr. Enseign. Math., vol. 38, Enseignement Math., Geneva, 2001, p. 43–58.
- [31] E. BOREL – « Définition arithmétique d'une distribution de masses s'étendant à l'infini et quasi périodique, avec une densité moyenne nulle », *C. R. Acad. Sci. Paris* **174** (1922), p. 977–979.
- [32] N. BOURBAKI – « Sur un théorème de Carathéodory et la mesure dans les espaces topologiques », *C. R. Acad. Sci. Paris* **201** (1935), p. 1309–1311.
- [33] ———, *Éléments de mathématique. Théorie des ensembles, fascicule de résultats*, Hermann, Paris, 1940.
- [34] ———, « Espaces minimaux et espaces complètement séparés », *C. R. Acad. Sci. Paris* **212** (1941), p. 215–218.
- [35] R. BRASSEUR – « Étienne Halphen », *L'Archicube* **9bis** (2011), numéro spécial.
- [36] R. BRAUER & H. WEYL – « Spinors in n dimensions », *Amer. J. Math.* **57** (1935), p. 425–449.
- [37] E. BRIAN & C. DEMEULENAERE-DOUYÈRE (éds.) – *Histoire et mémoire de l'Académie des sciences – Guide de recherches*, Paris, Lavoisier, 1996.
- [38] I. BROUÉ – « Henri Cartan, une vie de mathématicien », DVD, CNRS Images, 1995, visible en ligne sur <http://videotheque.cnrs.fr/doc=199>.
- [39] M. BUTOR – *La Modification*, Minuit, Paris, 1957.

- [40] A. CAMUS – *Œuvres complètes*, La Pléiade, Gallimard, Paris, 2006.
- [41] A. CAPRISTO – « L'alta cultura e l'antisemitismo fascista. Il Convegno Volta del 1939 (con un appendice su quello del 1938) », *Quaderni di storia* **64** (2006), p. 165–226.
- [42] É. CARTAN – « Sur la structure des groupes simples finis et continus », *C. R. Acad. Sc.* **116** (1893), p. 784–786.
- [43] ———, « Sur la structure des groupes finis et continus », *C. R. Acad. Sc.* **116** (1893), p. 962–964.
- [44] ———, « Über die einfachen Transformationsgruppen », *Leipz. Ber.* **45** (1893), p. 395–420.
- [45] ———, « Sur la réduction de la structure d'un groupe à sa forme canonique », *C. R. Acad. Sc.* **119** (1894), p. 639–642.
- [46] ———, « Sur la structure des groupes de transformations finis et continus », Thèse, Faculté des sciences, Paris, Nony et Co, 1894.
- [47] ———, « Sur un théorème de M. Bertrand », *C. R. Acad. Sc.* **119** (1894), p. 902.
- [48] ———, « Sur un théorème de M. Bertrand », *Bull. Soc. Math. France* **22** (1894), p. 230–234.
- [49] ———, « Sur certains groupes algébriques », *C. R. Acad. Sc.* **120** (1895), p. 544–548.
- [50] ———, « Sur la réduction à sa forme canonique de la structure d'un groupe de transformations », *Amer. J. of Math.* **18** (1896), p. 1–61.
- [51] ———, « Le principe de dualité et certaines intégrales multiples de l'espace tangentiel et de l'espace réglé », *Bull. Soc. Math. France* **24** (1896), p. 140–177.
- [52] ———, « Sur les systèmes de nombres complexes », *C. R. Acad. Sc.* **124** (1897), p. 1217–1220.
- [53] ———, « Sur les systèmes réels de nombres complexes », *C. R. Acad. Sc.* **124** (1897), p. 1296–1297.
- [54] ———, « Les groupes bilinéaires et les systèmes de nombres complexes », *Ann. Fac. Sci. Toulouse* **12** (1898), p. B1–B99.
- [55] ———, « Sur certaines expressions différentielles et le problème de Pfaff », *Ann. Scient. Éc. Norm. Sup. (3)* **16** (1899), p. 239–332.

- [56] ———, « Sur quelques quadratures dont l'élément différentiel contient des fonctions arbitraires », *Bull. Soc. Math. France* **29** (1901), p. 118–130.
- [57] ———, « Sur l'intégration des systèmes d'équations aux différentielles totales », *Ann. Scient. Éc. Norm. Sup. (3)* **18** (1901), p. 241–312.
- [58] ———, « Sur l'intégration de certains systèmes de Pfaff de caractère deux », *Bull. Soc. Math. France* **29** (1901), p. 233–302.
- [59] ———, « Sur l'intégration des systèmes différentiels complètement intégrables », *C. R. Acad. Sc.* **134** (1902), p. 1415–1417.
- [60] ———, « Sur l'intégration des systèmes différentiels complètement intégrables », *C. R. Acad. Sc.* **134** (1902), p. 1564–1566.
- [61] ———, « Sur l'équivalence des systèmes différentiels », *C. R. Acad. Sc.* **135** (1902), p. 781–783.
- [62] ———, « Sur la structure des groupes infinis », *C. R. Acad. Sc.* **135** (1902), p. 851–854.
- [63] ———, « Sur la structure des groupes infinis de transformations », *Ann. Scient. Éc. Norm. Sup. (3)* **21** (1904), p. 153–206.
- [64] ———, « Sur la structure des groupes infinis de transformations », *Ann. Scient. Éc. Norm. Sup. (3)* **22** (1905), p. 219–308.
- [65] ———, « Les groupes de transformations continus, infinis, simples », *C. R. Acad. Sc.* **144** (1907), p. 1094–1097.
- [66] ———, « Sur la définition de l'aire d'une portion de surface courbe », *C. R. Acad. Sc.* **145** (1907), p. 1403–1406.
- [67] ———, « Sur la définition de l'aire d'une portion de surface courbe », *C. R. Acad. Sc.* **146** (1908), p. 168.
- [68] ———, « Les sous-groupes des groupes continus de transformations », *Ann. Scient. Éc. Norm. Sup. (3)* **25** (1908), p. 57–194.
- [69] ———, « Nombres complexes », in [320] **1** (1908), d'après l'article allemand de E. Study.
- [70] ———, « Les groupes de transformations continus, infinis, simples », *Ann. Scient. Éc. Norm. Sup. (3)* **26** (1909), p. 93–161.
- [71] ———, « Sur les développables isotropes et la méthode du trièdre mobile », *C. R. Acad. Sc.* **151** (1910), p. 919.

- [72] ———, « Les systèmes de *Pfaff* à cinq variables et les équations aux dérivées partielles du second ordre », *Ann. Scient. Éc. Norm. Sup. (3)* **27** (1910), p. 109–192.
- [73] ———, « La structure des groupes de transformation continus et la théorie du trièdre mobile », *Bull. Sci. Math.* **34** (1910), p. 250–284.
- [74] ———, « Le calcul des variations et certaines familles de courbes », *Bull. Soc. Math. France* **39** (1911), p. 29–52.
- [75] ———, « Sur les systèmes en involution d'équations aux dérivées partielles du second ordre à une fonction inconnue de trois variables indépendantes », *Bull. Soc. Math. France* **39** (1911), p. 352–443.
- [76] ———, « Sur les caractéristiques de certains systèmes d'équations aux dérivées partielles », *Bull. Soc. Math. France, Vie de la Société* **40** (1912), p. 18.
- [77] ———, « Sur les groupes de transformations de contact et la cinématique nouvelle », *Bull. Soc. Math. France, Vie de la Société* **40** (1912), p. 23.
- [78] ———, « Remarques sur la composition des forces », *Bull. Soc. Math. France, Vie de la Société* **41** (1913), p. 58–60.
- [79] ———, « Les groupes projectifs qui ne laissent invariante aucune multiplicité plane », *Bull. Soc. Math. France* **41** (1913), p. 53–96.
- [80] ———, « Les groupes réels simples, finis et continus », *Ann. Scient. Éc. Norm. Sup. (3)* **31** (1914), p. 263–355.
- [81] ———, « Les groupes projectifs continus réels qui ne laissent invariante aucune multiplicité plane », *J. Math. Pures Appl. (6)* **10** (1914), p. 149–186.
- [82] ———, « Sur l'intégration de certains systèmes d'équations différentielles », *C. R. Acad. Sc.* **158** (1914), p. 326–328.
- [83] ———, « Sur certaines familles naturelles de courbes », *Bull. Soc. Math. France, Vie de la Société* **42** (1914), p. 15–17.
- [84] ———, « Sur l'équivalence absolue de certains systèmes d'équations différentielles et sur certaines familles de courbes », *Bull. Soc. Math. France* **42** (1914), p. 12–48.
- [85] ———, « La théorie des groupes », *Revue du Mois* **17** (1914), p. 438–468.

- [86] ———, « Sur l'intégration de certains systèmes indéterminés d'équations différentielles », *Journal für die reine und angewandte Mathematik* **145** (1915), p. 86–91.
- [87] ———, « Sur les transformations de Bäcklund », *Bull. Soc. Math. France* **43** (1915), p. 6–24.
- [88] ———, « La théorie des groupes continus et la géométrie », in [320] **1** (1915), d'après l'article allemand de G. Fano, impression interrompue pendant la guerre, publié dans les Œuvres complètes.
- [89] ———, « La déformation des surfaces dans l'espace euclidien réel à n dimensions », *Bull. Soc. Math. France* **44** (1916), p. 65–99.
- [90] ———, « La déformation des surfaces dans l'espace conforme réel à $n \geq 5$ dimensions », *Bull. Soc. Math. France* **45** (1917), p. 57–121.
- [91] ———, « Sur certaines hypersurfaces de l'espace conforme à cinq dimensions », *Bull. Soc. Math. France* **46** (1918), p. 84–105.
- [92] ———, « Sur les variétés à trois dimensions », *C. R. Acad. Sc.* **167** (1918), p. 357–360.
- [93] ———, « Sur les variétés développables à trois dimensions », *C. R. Acad. Sc.* **167** (1918), p. 426–428.
- [94] ———, « Sur les variétés de Beltrami à trois dimensions », *C. R. Acad. Sc.* **167** (1918), p. 482–484.
- [95] ———, « Sur les variétés de Riemann à trois dimensions », *C. R. Acad. Sc.* **167** (1918), p. 550–551.
- [96] ———, « Sur les variétés de courbure constante dans un espace euclidien ou non euclidien », *Bull. Soc. Math. France* **47** (1919), p. 125–160.
- [97] ———, « Sur les variétés de courbure constante dans un espace euclidien ou non euclidien », *Bull. Soc. Math. France* **48** (1920), p. 132–208.
- [98] ———, « Sur la déformation projective des surfaces », *C. R. Acad. Sc.* **170** (1920), p. 1439–1442.
- [99] ———, « Sur la déformation projective des surfaces », *Ann. Scient. Éc. Norm. Sup. (3)* **37** (1920), p. 259–356.
- [100] ———, « Sur le problème général de la déformation », in *Compte rendu du Congrès International des Mathématiciens, Strasbourg 1920* (Toulouse), Édouard Privat, 1921, p. 397–406.

- [101] ———, « Sur les équations de la gravitation d'Einstein », *J. Math. Pures Appl. (9)* **1** (1922), p. 141–203.
- [102] ———, « Sur une définition géométrique du tenseur d'énergie d'Einstein », *C. R. Acad. Sc.* **174** (1922), p. 437–439.
- [103] ———, « Sur une généralisation de la notion de courbure de Riemann et les espaces à torsion », *C. R. Acad. Sc.* **174** (1922), p. 593–595.
- [104] ———, « Sur les espaces généralisés et la théorie de la relativité », *C. R. Acad. Sc.* **174** (1922), p. 734–737.
- [105] ———, « Sur les espaces conformes généralisés et l'Univers optique », *C. R. Acad. Sc.* **174** (1922), p. 857–860.
- [106] ———, « Sur les équations de structure des espaces généralisés et l'expression analytique du tenseur d'Einstein », *C. R. Acad. Sc.* **174** (1922), p. 1104–1108.
- [107] ———, « Sur un théorème fondamental de M. H. Weyl dans la théorie de l'espace métrique », *C. R. Acad. Sc.* **175** (1922), p. 82–85.
- [108] ———, « Sur les petites oscillations d'une masse fluide », *Bull. Sci. Math.* **46** (1922), p. 317–352.
- [109] ———, « Sur les petites oscillations d'une masse fluide », *Bull. Sci. Math.* **46** (1922), p. 356–369.
- [110] ———, *Leçons sur les invariants intégraux. Cours professé à la Faculté des Sciences de Paris*, Hermann, Paris, 1922.
- [111] ———, « Sur un théorème fondamental de M. H. Weyl », *J. Math. Pures Appl. (9)* **2** (1923), p. 167–192.
- [112] ———, « Sur les variétés à connexion affine et la théorie de la relativité généralisée », *Ann. Scient. Éc. Norm. Sup. (3)* **40** (1923), p. 325–412.
- [113] ———, « Les fonctions réelles non analytiques et les solutions singulières des équations différentielles du premier ordre », *Ann. Soc. pol. Math.* **2** (1923), p. 1–8.
- [114] ———, « Les espaces à connexion conforme », *Ann. Soc. pol. Math.* **2** (1923), p. 171–221.
- [115] ———, « Sur les variétés à connexion affine et la théorie de la relativité généralisée », *Ann. Scient. Éc. Norm. Sup. (3)* **41** (1924), p. 1–25.

- [116] ———, « Sur les variétés à connexion projective », *Bull. Soc. Math. France* **52** (1924), p. 205–241.
- [117] ———, « Les récentes généralisations de la notion d'espace », *Bull. Sci. Math.* **48** (1924), p. 294–320.
- [118] ———, « La théorie de la relativité et les espaces généralisés », *Atti V. Cong. int. Filosofia* (1924), p. 427–436.
- [119] ———, « Sur les formes différentielles en géométrie », *C. R. Acad. Sc.* **178** (1924), p. 182–185.
- [120] ———, « Sur la connexion affine des surfaces », *C. R. Acad. Sc.* **178** (1924), p. 292–295.
- [121] ———, « Sur la connexion affine des surfaces développables », *C. R. Acad. Sc.* **178** (1924), p. 449–451.
- [122] ———, « Sur la connexion projective des surfaces », *C. R. Acad. Sc.* **178** (1924), p. 750–752.
- [123] ———, « Les groupes d'holonomie des espaces généralisés et l'Analysis situs », *Assoc. Avan. Sciences, Grenoble* (1925), p. 47–49.
- [124] ———, « Sur les variétés à connexion affine et la théorie de la relativité généralisée », *Ann. Scient. Éc. Norm. Sup. (3)* **42** (1925), p. 17–88.
- [125] ———, « Les tenseurs irréductibles et les groupes linéaires simples et semi-simples », *Bull. Sci. Math.* **49** (1925), p. 130–152.
- [126] ———, « Le principe de dualité des groupes simples et semi-simples », *Bull. Sci. Math.* **49** (1925), p. 361–374.
- [127] ———, *La géométrie des espaces de Riemann*, Mémorial des sciences mathématiques, vol. 9, Gauthier-Villars, 1925.
- [128] ———, « Sur le mouvement à deux paramètres », *Nouvelles Annales* **1** (1925), p. 33–37.
- [129] ———, « L'application des espaces de Riemann et l'Analysis situs », *Assoc. Avan. Sciences, Lyon* (1926), p. 53.
- [130] ———, « Sur certains systèmes différentiels dont les inconnues sont des formes de Pfaff », *C. R. Acad. Sc.* **182** (1926), p. 956–958.
- [131] ———, « Sur les espaces de Riemann dans lesquels le transport par parallélisme conserve la courbure », *Rend. Acc. Lincei (6)* **3** (1926), p. 544–547.

- [132] ———, « Les groupes d'holonomie des espaces généralisés », *Acta Math.* **48** (1926), p. 1–42.
- [133] ———, « Sur les sphères des espaces de Riemann à trois dimensions », *J. Math. Pures Appl. (9)* **5** (1926), p. 1–18.
- [134] ———, « L'axiome du plan et la géométrie différentielle métrique », *In Memoriam N.I. Lobachevskii* **2** (1926), p. 4–12.
- [135] ———, « Sur une classe remarquable d'espaces de Riemann », *Bull. Soc. Math. France* **54** (1926), p. 214–264.
- [136] ———, « Sur une classe remarquable d'espaces de Riemann », *Bull. Soc. Math. France* **55** (1927), p. 114–134.
- [137] ———, « Sur les courbes de torsion nulle et les surfaces développables dans les espaces de Riemann », *C. R. Acad. Sc.* **184** (1927), p. 138–141.
- [138] ———, « Sur les géodésiques des espaces de groupes simples », *C. R. Acad. Sc.* **184** (1927), p. 862–864.
- [139] ———, « Sur la topologie des groupes continus simples réels », *C. R. Acad. Sc.* **184** (1927), p. 1036–1038.
- [140] ———, « Sur l'écart géodésique et quelques questions connexes », *Rend. Acc. Lincei (6)* **5** (1927), p. 609–613.
- [141] ———, « Sur certaines formes riemanniennes remarquables des géométries à groupe fondamental simple », *C. R. Acad. Sc.* **184** (1927), p. 1628–1630.
- [142] ———, « Sur les formes Riemanniennes des géométries à groupe fondamental semi-simple », *C. R. Acad. Sc.* **185** (1927), p. 96–98.
- [143] ———, « La géométrie des groupes de transformations », *J. Math. Pures Appl., IX. Sér.* **6** (1927), p. 1–119.
- [144] ———, « Sur certains cycles arithmétiques », *Nouvelles Annales* **2** (1927), p. 33–43.
- [145] ———, « La géométrie des groupes simples », *Annali di Mat.* **4** (1927), p. 209–256.
- [146] ———, « Sur la possibilité de plonger un espace riemannien donné dans un espace euclidien », *Ann. Soc. pol. Math.* **6** (1927), p. 209–256.
- [147] ———, « La théorie des groupes et la géométrie », *Ens. Math.* **26** (1927), p. 200–225.

- [148] ———, « Sur certaines formes riemanniennes remarquables des géométries à groupe fondamental simple », *Ann. Scient. Éc. Norm. Sup. (3)* **44** (1927), p. 345–467.
- [149] ———, « Sur un problème du calcul des variations en géométrie projective plane », *Recueil Soc. Math. Moscou* **34** (1927), p. 349–364.
- [150] ———, « Rapport sur le Mémoire de J.A. Schouten intitulé « Erlanger Programm und Übertragungslehre. Neue Gesichtspunkte zur Grundleitung der Geometrie » », *Bull. Soc. phys. math. Kazan* **2** (1927), p. 71–76.
- [151] ———, « La théorie des groupes et les recherches récentes de géométrie différentielle », in *Proc. Internat. Math. Congress Toronto 1924* (Toronto), vol. 1, The University of Toronto Press, 1928, p. 85–94.
- [152] ———, « Sur la stabilité ordinaire des ellipsoïdes de Jacobi », in *Proc. Internat. Math. Congress Toronto 1924* (Toronto), vol. 2, The University of Toronto Press, 1928, p. 9–17.
- [153] ———, « Sur les systèmes orthogonaux complets de fonctions dans certains espaces de Riemann clos », *C. R. Acad. Sci. Paris* **186** (1928), p. 1594–1597.
- [154] ———, « Sur les espaces de Riemann clos admettant un groupe continu transitif de déplacements », *C. R. Acad. Sci. Paris* **186** (1928), p. 1817–1819.
- [155] ———, « Sur les nombres de Betti des espaces de groupes clos », *C. R. Acad. Sci. Paris* **187** (1928), p. 196–198.
- [156] ———, « Complément au mémoire : La géométrie des groupes simples », *Annali di Mat.* **5** (1928), p. 255–260.
- [157] ———, « Sur les substitutions orthogonales imaginaires », *Assoc. Avan. Sciences, La Rochelle* (1928), p. 38–40.
- [158] ———, *Leçons sur la géométrie des espaces de Riemann*, Cahiers scientifiques, Gauthier-Villars, Paris, 1928.
- [159] ———, « Sur les espaces clos admettant un groupe transitif clos fini et continu », in *Atti Cong. Internat. Mat., Bologna 1924* (Bologna), vol. 4, Nicolà Zanichelli, 1929, p. 243–252.
- [160] ———, « Sur la représentation géométrique des systèmes matériels non holonomes », in *Atti Cong. Internat. Mat., Bologna 1924* (Bologna), vol. 4, Nicolà Zanichelli, 1929, p. 253–261.

- [161] ———, « Groupes simples clos et ouverts et géométrie riemannienne », *Journ. de Math. (9)* **8** (1929), p. 1–33.
- [162] ———, « Sur la détermination d'un système orthogonal complet dans un espace de Riemann symétrique clos », *Rendiconti Palermo* **53** (1929), p. 217–252.
- [163] ———, « Sur les invariants intégraux de certains espaces homogènes clos et les propriétés topologiques de ces espaces », *Ann. Soc. pol. Math.* **8** (1929), p. 181–225.
- [164] ———, « Les représentations linéaires du groupe des rotations de la sphère », *C. R. Acad. Sci. Paris* **190** (1930), p. 610–612.
- [165] ———, « Les représentations linéaires des groupes clos simples et semi-simples », *C. R. Acad. Sci. Paris* **190** (1930), p. 723–724.
- [166] ———, « Le troisième théorème fondamental de Lie », *C. R. Acad. Sci. Paris* **190** (1930), p. 914–916.
- [167] ———, « Le troisième théorème fondamental de Lie », *C. R. Acad. Sci. Paris* **190** (1930), p. 1005–1007.
- [168] ———, « Notice historique sur la notion de parallélisme absolu », *Math. Ann.* **102** (1930), p. 698–706.
- [169] ———, « Sur les représentations linéaires des groupes clos », *Comment. Math. Helv.* **2** (1930), p. 269–283.
- [170] ———, « Sur un problème d'équivalence et la théorie des espaces métriques généralisés », *Mathematica* **4** (1930), p. 114–136.
- [171] ———, « Géométrie projective et géométrie riemannienne », *Travaux du 1^{er} Congrès des mathématiciens de l'U.R.S.S.* (1930), p. 179–190.
- [172] ———, *La théorie des groupes finis et continus et l'analysis situs*, Mémoires des sciences mathématiques, vol. 42, Gauthier-Villars, 1930.
- [173] ———, « Géométrie euclidienne et géométrie riemannienne », *Scientia* **49** (1931), p. 393–402.
- [174] ———, « Sur la théorie des systèmes en involution et ses applications à la Relativité », *Bull. Soc. Math. France* **59** (1931), p. 88–118.
- [175] ———, « Sur les développantes d'une surface réglée », *Bull. Acad. roumaine* **14** (1931), p. 167–174.

- [176] ———, « Le groupe fondamental de la géométrie des sphères orientées réelles », *Assoc. Avan. Sciences, Nancy* (1931), p. 21–28.
- [177] ———, *Leçons sur la géométrie projective complexe*, Cahiers scientifiques, Gauthier-Villars, Paris, 1931.
- [178] ———, « Le parallélisme absolu et la théorie unitaire du champ », *Revue de Métaphys. et de Morale* **38** (1931), p. 13–28.
- [179] ———, *Le parallélisme absolu et la théorie unitaire du champ*, Actualités sci. et ind., vol. 49, Hermann, Paris, 1932.
- [180] ———, « Sur le groupe de la géométrie hypersphérique », *Comment. Math. Helv.* **4** (1932), p. 158–171.
- [181] ———, « Sur la géométrie pseudo-conforme des hypersurfaces de l'espace de deux variables complexes, I », *Annali di Mat.* **11** (1932), p. 18–90.
- [182] ———, « Sur la géométrie pseudo-conforme des hypersurfaces de l'espace de deux variables complexes, II », *Ann. Sc. Norm. Super. Pisa (2)* **1** (1932), p. 333–354.
- [183] ———, « Sur les propriétés topologiques des quadriques complexes », *Publ. Math. Univ. Belgrade* **1** (1932), p. 57–74.
- [184] ———, « Les espaces riemanniens symétriques », in *Verh. Internat. Math.-Kongr. 1932* (Zürich und Leipzig), vol. 1, Orell Füssli Verlag, 1932, p. 152–161.
- [185] ———, « Sur l'équivalence pseudo-conforme de deux hypersurfaces de l'espace de deux variables complexes », in *Verh. Internat. Math.-Kongr. 1932* (Zürich und Leipzig), vol. 2, Orell Füssli Verlag, 1932, p. 54–56.
- [186] ———, *Les espaces métriques fondés sur la notion d'aire*, Exposés de géométrie, vol. 1, Hermann, Paris, 1933.
- [187] ———, « La cinématique newtonnienne et les espaces à courbure euclidienne », *Bull. Math. Soc. Roum. des Sciences* **35** (1933), p. 69–73.
- [188] ———, « Sur les espaces de Finsler », *C. R. Acad. Sci. Paris* **196** (1933), p. 582–586.
- [189] ———, « Observations sur le mémoire précédent (lettre à D.D. Kosambi) », *Math. Z.* **37** (1933), p. 619–622.
- [190] ———, *Les espaces de Finsler*, Exposés de géométrie, vol. 2, Hermann, Paris, 1934.

- [191] ———, « Remarques au sujet d'une communication d'A. Weil », *C. R. Acad. Sci. Paris* **198** (1934), p. 1742–1743.
- [192] ———, « Le calcul tensoriel en géométrie projective », *C. R. Acad. Sci. Paris* **198** (1934), p. 2033–2037.
- [193] ———, *La méthode du repère mobile, la théorie des groupes continus et les espaces généralisés*, Exposés de géométrie, vol. 5, Hermann, Paris, 1935.
- [194] ———, « Sur les domaines bornés homogènes de l'espace de n variables complexes », *Abh. Math. Semin. Hamb.* **11** (1935), p. 116–162.
- [195] ———, « Observations sur une note de M. G. Bouligand », *C. R. Acad. Sci. Paris* **201** (1935), p. 702.
- [196] ———, « Le calcul tensoriel projectif », *Recueil Soc. Math. Moscou* **42** (1935), p. 131–148.
- [197] ———, « La géométrie de l'intégrale $\int F(x, y, y', y'') dx$ », *J. Math. Pures Appl., IX. Sér.* **15** (1936), p. 42–69.
- [198] ———, « Sur les champs d'accélération uniforme en relativité restreinte », *C. R. Acad. Sci. Paris* **202** (1936), p. 1125–1128.
- [199] ———, *La topologie des groupes de Lie*, Exposés de géométrie, vol. 8, Hermann, Paris, 1936.
- [200] ———, « La topologie des espaces représentatifs des groupes de Lie », *Enseign. Math.* **35** (1936), p. 177–200.
- [201] ———, « Rapport sur le mémoire de J.A. Schouten intitulé « Erlanger Programm und Übertragungslehre. Neue Gesichtspunkte zur Gundlegung der Geometrie » », *Bull. Soc. Phys.-Math. Kazan* **2** (1937), p. 71–76, en russe, avec un résumé en allemand.
- [202] ———, « Le rôle de la théorie des groupes de Lie dans l'évolution de la géométrie moderne », in *C. R. Congrès Math. Internat., Oslo 1936* (Oslo), Broggers Boktrykkeri, 1937, p. 92–103.
- [203] ———, « Les espaces de Finsler », *Mém. Sémin. Anal. vector.* **4** (1937), p. 70–81.
- [204] ———, « Les espaces à connexion projective », *Mém. Sémin. Anal. vector.* **4** (1937), p. 147–159.

- [205] ———, « La topologie des espaces homogènes clos », *Mém. Sémin. Anal. vector.* **4** (1937), p. 388–394.
- [206] ———, « L’extension du calcul tensoriel aux géométries non affines », *Ann. of Math. (2)* **38** (1937), p. 1–13.
- [207] ———, *Leçons sur la théorie des espaces à connexion projective*, Cahiers Scient., Gauthier-Villars, Paris, 1937.
- [208] ———, *La théorie des groupes finis et continus et la géométrie différentielle traitées par la méthode du repère mobile. Rédigée par Jean Leray*, Cahiers Scient., Gauthier-Villars, Paris, 1937.
- [209] ———, « Les représentations linéaires des groupes de Lie », *J. Math. Pures Appl., IX. Sér.* **17** (1938), p. 1–12.
- [210] ———, « Les espaces généralisés et l’intégration de certaines classes d’équations différentielles », *C. R. Acad. Sci. Paris* **206** (1938), p. 1689–1693.
- [211] ———, « La théorie de Galois et ses généralisations », *Comment. Math. Helv.* **11** (1938), p. 9–25.
- [212] ———, « Familles de surfaces isoparamétriques dans les espaces à courbure constante », *Annali di Mat.* **17** (1938), p. 177–191.
- [213] ———, *Leçons sur la théorie des spineurs I, II*, Exposés de géométrie, vol. 11, Hermann, Paris, 1938.
- [214] ———, « Sur les familles remarquables d’hypersurfaces isoparamétriques », *Math. Z.* **45** (1939), p. 335–367.
- [215] ———, « Sur quelques familles remarquables d’hypersurfaces », in *C. R. Congrès des Sci. Math. de Liège 1939* (Liège), G. Thone, 1939, p. 30–42.
- [216] ———, « Le calcul différentiel absolu devant les problèmes récents de géométrie riemannienne », *Atti Fond. Volta* **9** (1939), p. 443–461.
- [217] ———, *Jubilé scientifique de M. Élie Cartan célébré à la Sorbonne le 18 mai 1939*, Gauthier-Villars, Paris, 1939.
- [218] ———, « Sur un théorème de J.A. Schouten et W. van der Kulk », *C. R. Acad. Sci. Paris* **211** (1940), p. 21–24.
- [219] ———, « Sur les groupes linéaires quaternioniens », *Vierteljahr. Naturf. Gesellschaft Zürich* **85** (1940), p. 191–203.

- [220] ———, « Sur les familles d'hypersurfaces isoparamétriques des espaces sphériques à 5 et 9 dimensions », *Revista Univ. Tucuman, Série A* **1** (1940), p. 5–22.
- [221] ———, « Sur les surfaces admettant une seconde forme fondamentale donnée », *C. R. Acad. Sci. Paris* **212** (1941), p. 825–828.
- [222] ———, « La geometria de las ecuaciones diferenciales de tercer orden », *Rev. Mat. Hispano-Amer.* **4** (1941), p. 1–31.
- [223] ———, « La notion d'orientation dans les différentes géométries », *Bull. Soc. Math. France* **69** (1941), p. 47–70.
- [224] ———, « Sur les couples de surfaces applicables avec conservation des courbures principales », *Bull. Sci. Math.* **66** (1942), p. 55–85.
- [225] ———, « Notice sur Tullio Levi-Civita », *C. R. Acad. Sci. Paris* **215** (1942), p. 233–235.
- [226] ———, « Sur une classe d'espaces de Weyl », *Ann. Scient. Éc. Norm. Sup. (3)* **60** (1943), p. 55–85.
- [227] ———, « Les surfaces qui admettent une seconde forme fondamentale donnée », *Bull. Sci. Math.* **67** (1943), p. 8–32.
- [228] ———, « Sur une classe de surfaces apparentées aux surfaces R et aux surfaces de Jonas », *Bull. Sci. Math.* **68** (1944), p. 41–50.
- [229] ———, « Sur un problème de géométrie différentielle projective », *Ann. Scient. Éc. Norm. Sup. (3)* **62** (1945), p. 205–231.
- [230] ———, *Les Systèmes différentiels extérieurs et leurs applications géométriques*, Hermann, Paris, 1945.
- [231] ———, « Quelques remarques sur les 28 bitangentes d'une quartique plane et les 27 droites d'une surface cubique », *Bull. Sci. Math.* **70** (1946), p. 42–45.
- [232] ———, *Leçons sur la géométrie des espaces de Riemann*, Gauthier-Villars, Paris, 1946, 2^e édition.
- [233] ———, « Sur l'espace anallagmatique réel à n dimensions », *Ann. Soc. pol. Math.* **20** (1947), p. 266–278.
- [234] ———, « Un centenaire : Sophus Lie », in [305] (1948), p. 253–257.
- [235] ———, « Deux théorèmes de géométrie anallagmatique réelle à n dimensions », *Annali di Mat.* **28** (1949), p. 1–12.

- [236] ———, « La théorie unitaire d'Einstein-Mayer », in *Élie Cartan, Œuvres complètes, volume 3*, Gauthier-Villars, 1955, p. 1863–1875.
- [237] ———, *Notice sur les travaux scientifiques*, Discours de la méthode, Gauthier-Villars, Paris, 1974, Réédition.
- [238] ———, « Le rôle de la France dans le développement des mathématiques (conférence d'Élie Cartan à Belgrade, 1940) », *Publ. Inst. Math. (Beograd) (N.S.)* **51(65)** (1992), p. 2–21.
- [239] ———, *Riemannian geometry in an orthogonal frame*, World Scientific Publishing Co. Inc., River Edge, NJ, 2001, From lectures delivered by Élie Cartan at the Sorbonne in 1926–27, With a preface to the Russian edition by S. P. Finikov, Translated from the 1960 Russian edition by Vladislav V. Goldberg and with a foreword by S. S. Chern.
- [240] É. CARTAN & H. CARTAN – « Note sur la génération des oscillations entretenues », *Ann. Postes, Tél. et Tél.* **14** (1925), p. 1196–1207.
- [241] ———, « Les transformations des domaines cerclés bornés », *C. R. Acad. Sci. Paris* **192** (1931), p. 709–712.
- [242] É. CARTAN & A. EINSTEIN – *Letters on absolute parallelism, 1929–1932*, Princeton University Press, Princeton, N.J., 1979, Original text with English translation by Jules Leroy and Jim Ritter, Edited by Robert Debever.
- [243] É. CARTAN & J. A. SCHOUTEN – « On the geometry of the group-manifold of simple and semi-simple groups », *Proc. Amsterdam* **29** (1926), p. 803–815.
- [244] ———, « On the Riemannian geometries admitting an absolute parallelism », *Proc. Amsterdam* **29** (1926), p. 933–946.
- [245] H. CARTAN – « Sur une caractérisation topologique de la circonférence », *C. R. Acad. Sci. Paris* **214** (1942), p. 23–25.
- [246] H. CARTAN & S. EILENBERG – *Homological algebra*, Princeton University Press, Princeton, N. J., 1956.
- [247] L. CARTAN – *Spectrographie de masse – Les isotopes et leurs masses*, Hermann, Paris, 1937.
- [248] L. CARTAN, P. COMPARAT & J. THIBAUD – *Quelques techniques actuelles en physique nucléaire*, Gauthier-Villars, Paris, 1938.

- [249] C. CHARLE & E. TELKÈS – *Les professeurs de la Faculté des sciences de Paris Dictionnaire biographique (1901–1939)*, CNRS-INRP, Paris, 1989.
- [250] S.-S. CHERN – « My mathematical education », in *Chern — A great geometer of the twentieth century*, International Press, Hng-Kong, 1992.
- [251] S.-S. CHERN & C. CHEVALLEY – « Élie Cartan and his mathematical work », *Bull. Amer. Math. Soc.* **58** (1952), p. 217–250.
- [252] R. CHORLAY – « Passer au global : le cas d'Élie Cartan, 1922–1930 », *Rev. Histoire Math.* **15** (2009), p. 231–316.
- [253] A. CORBIN – *Les conférences de Morterolles, hiver 1895–96*, Champs, Flammarion, Paris, 2012.
- [254] G. DARBOUX – *Leçons sur la théorie générale des surfaces et les applications géométriques du calcul infinitésimal. 3e partie*, Gauthier-Villars, Paris, 1894.
- [255] P. DEHEUVELS – « Daniel Dugué (1912–1987) », *Journal de la Société de statistique de Paris* **128** (1987), p. 258–260.
- [256] J. DIEUDONNÉ – « Allocution », Université de Paris-Sud, Orsay, 1975.
- [257] P. DUGAC – « Nicolas Lusin : lettres à Arnaud Denjoy », *Arch. Internat. Hist. Sci.* **27** (1977), no. 101, p. 179–206 (1978).
- [258] ———, *Jean Dieudonné, mathématicien complet*, Jacques Gabay, Paris, 1995.
- [259] ———, « The “case” of Luzin and French mathematicians », *Istor.-Mat. Issled. (2)* (2000), no. 5(40), p. 119–142, 382, Publication, introduction, and comments by the author, Translated from the French and with additional comments by N. S. Ermolaeva.
- [260] D. DUGUÉ – « Jules Dubourdiou (1903–1986) », *Journal de la Société de statistique de Paris* **128** (1987), p. 115.
- [261] P. DUPUY (éd.) – *Le Centenaire de l'Ecole normale, 1795-1895*, Paris, Hachette, 1895.
- [262] ———, « La vie d'Évariste Galois », *Ann. Sci. École Norm. Sup. (3)* **13** (1896), p. 197–266.
- [263] C. ECKES – *Les groupes de Lie dans l'œuvre de Hermann Weyl*, PUN Éditions universitaires de Lorraine, 2014.

- [264] ÉCOLE DE SÈVRES – *Le Cinquantenaire de l'École de Sèvres 1881–1931*, Printory, 1931.
- [265] L. EFTHYMIU – « Récits de voyage Quatre enseignantes à la Belle Époque », *Clio* **28** (2008), p. 133–144.
- [266] C. EHRESMANN – « Espaces fibrés de structures comparables », *C. R. Acad. Sci. Paris* **214** (1942), p. 144–147.
- [267] C. EHRESMANN & J. FELDBAU – « Sur les propriétés d'homotopie des espaces fibrés », *C. R. Acad. Sci. Paris* **212** (1941), p. 945–948.
- [268] A. EINSTEIN – « Théorie unitaire du champ physique », *Annales Institut Poincaré* **1** (1931), p. 1–24.
- [269] A. EINSTEIN & W. MAYER – « Einheitliche Theorie von Gravitation und Elektrizität », *Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss., Phys.-Math. Kl.* **25** (1931), p. 541–557.
- [270] H. FEHR – « Obituary : A. Buhl, 1878–1949 », *Enseignement Math.* **39** (1942–1950), p. 6–8 (1951).
- [271] J. FELDBAU – « Sur la classification des espaces fibrés », *C. R. Acad. Sci. Paris* **208** (1939), p. 1621–1623.
- [272] L. FÉLIX – *Message d'un mathématicien : Henri Lebesgue*, Librairie scientifique et technique Albert Blanchard, Paris, 1974.
- [273] ———, *Réflexions d'une agrégée de mathématiques au XX^e siècle*, L'Harmattan, Paris, 2005.
- [274] P. FINSLER – *Über Kurven und Flächen in allgemeinen Räumen. Unveränderter Nachdruck der Dissertation von 1918. Mit ausführlichem Literaturverzeichnis von H. Schubert*, Lehrbücher u. Monographien aus dem Gebiete der exakten Wissenschaften, Math. Reihe. 11. , Verlag Birkhäuser, Basel, 1951.
- [275] G. FUBINI – « Fondamenti di geometria proiettivo-differenziale », *Rend. Circ. Mat. Palermo* **43** (1919), p. 1–46.
- [276] H. GISPERT – *La France mathématique*, Cahiers d'histoire & de philosophie des sciences, vol. 34, Société française d'histoire des sciences et des techniques, Paris, 1991.
- [277] L. GODEAUX – *Introduction à la géométrie supérieure*, Masson & Cie, Paris, 1946, 2^{ème} éd.

- [278] S. A. GOL'ĀB – « Einige Bemerkungen über die Winkelmetrik in den Finslerschen Räumen », in *Verh. Internat. Math.-Kongr. 1932* (Zürich und Leipzig), vol. 2, Orell Füssli Verlag, 1932, p. XX.
- [279] D. GUTHLEBEN – *Histoire du CNRS de 1939 à nos jours*, Armand Colin, Paris, 2010.
- [280] J. HADAMARD – « Récents progrès de la géométrie anallagmatique », *Nouv. Ann. de Math.* (6) **2** (1927), p. 257–270.
- [281] ———, « Sur la géométrie anallagmatique (addition à l'article précédent) », *Nouv. Ann. de Math.* (6) **2** (1927), p. 314–320.
- [282] ———, *Essai sur la psychologie de l'invention dans le domaine mathématique*, Librairie scientifique Albert Blanchard, Paris, 1959, traduit de l'anglais par Jacqueline Hadamard.
- [283] G. HARDY – *A Mathematician's Apology*, Cambridge University Press, Cambridge, England, 1940.
- [284] T. HAWKINS – *Emergence of the theory of Lie groups*, Sources and Studies in the History of Mathematics and Physical Sciences, Springer-Verlag, New York, 2000, An essay in the history of mathematics 1869–1926.
- [285] W. V. D. HODGE – « Tullio levi-civita », *Obit. Not. Fell. R. Soc.* **11** (1942), p. 151–165.
- [286] ———, « Obituary : Elie Cartan », *J. London Math. Soc.* **28** (1953), p. 115–119.
- [287] A. JACKSON – « Interview with Henri Cartan », *Notices of the AMS* **46** (1999), p. 782–788.
- [288] C. JORDAN – *Traité des substitutions et des équations algébriques*, Gauthier-Villars, 1870.
- [289] G. JULIA – « Sur les substitutions rationnelles », *C. R. Acad. Sci. Paris* **165** (1917), p. 1098–1100.
- [290] ———, *Leçons sur les fonctions uniformes à point singulier essentiel isolé*, Collection de monographies sur la théorie des fonctions, Gauthier-Villars, Paris, 1924, Rédigées par P. Flamant.
- [291] ———, « Essai sur le développement de la théorie des fonctions de variables complexes », *Vorhandlungen des Internationalen Mathematiker-Kongresses Zürich, 1932, Erster Band, Bericht und allgemeine Vorträge*, p. 102–127.

- [292] ———, *Œuvres de Gaston Julia. Vol. VI*, Gauthier-Villars, Paris, 1970, éditées par Michel Hervé.
- [293] W. KILLING – « Die Zusammensetzung der stetigen endlichen Transformationsgruppen I », *Math. Ann.* **31** (1888), p. 252–290.
- [294] ———, « Die Zusammensetzung der stetigen endlichen Transformationsgruppen II », *Math. Ann.* **33** (1889), p. 1–48.
- [295] ———, « Die Zusammensetzung der stetigen endlichen Transformationsgruppen III », *Math. Ann.* **34** (1889), p. 57–122.
- [296] ———, « Die Zusammensetzung der stetigen endlichen Transformationsgruppen IV », *Math. Ann.* **36** (1890), p. 161–189.
- [297] M. KIRSCH – « Albert Einstein et le Collège de France : quelques points d'histoire », *La Lettre du Collège de France* **13** (2005), p. 34–35.
- [298] D. KOSAMBI – « Parallelism and path-spaces », *Math. Z.* **37** (1933), p. 608–618.
- [299] J.-L. KOSZUL – *Lectures on fibre bundles and differential geometry*, Notes by S. Ramanan. Tata Institute of Fundamental Research Lectures on Mathematics, No. 20, Tata Institute of Fundamental Research, Bombay, 1960.
- [300] S. S. KUTATELADZE – « Roots of the Luzin affair », *J. Appl. Ind. Math.* **1** (2007), p. 261–267.
- [301] ———, « An epilog to the Luzin case », *Sib. Elektron. Mat. Izv.* **10** (2013), p. A.1–A.6.
- [302] J. LABOUREUR – « Les structures fibrées sur la sphère et le problème du parallélisme », *Bull. Soc. Math. France* **70** (1942), p. 181–186, (Jacques Laboureur est un pseudonyme de Jacques Feldbau).
- [303] ———, « Propriétés topologiques du groupe des automorphismes de la sphère S^n », *Bull. Soc. Math. France* **71** (1943), p. 206–211, (Jacques Laboureur est un pseudonyme de Jacques Feldbau).
- [304] A. LAUTMAN – « Symétrie et dissymétrie en mathématiques et en physique », in [305] (1948), p. 54–65.
- [305] F. LE LIONNAIS (éd.) – *Les grands courants de la pensée mathématique*, Cahiers du Sud, 1948.

- [306] H. LEBESGUE – « Lettres d’Henri Lebesgue à Émile Borel », *Cahiers du Séminaire d’Histoire des Mathématiques* **12** (1991), p. 1–506.
- [307] ———, *Les lendemains de l’intégrale, lettres d’Henri Lebesgue à Émile Borel*, Vuibert, Paris, 2004.
- [308] O. LEHTO – *Mathematics without borders*, Springer-Verlag, New York, 1998, A history of the International Mathematical Union.
- [309] J. LELOUP – « L’entre-deux guerres mathématique à travers les thèses soutenues en France », Thèse, Paris, 2009.
- [310] T. LEVI-CIVITA – « Vereinfachte Herstellung der Einsteinschen einheitlichen Feldgleichungen », *Sitzungsber. Preuß. Akad. Wiss., Phys.-Math. Kl.* **1929** (1929), p. 137–153.
- [311] ———, *La trigonométrie des petits triangles curvilignes sur une surface*, Gauthier-Villars, Paris, 1938.
- [312] P. LÉVY – *Quelques aspects de la pensée d’un mathématicien. Introduction. Première partie : Souvenirs mathématiques. Deuxième partie : Considérations philosophiques*, Librairie Scientifique et Technique Albert Blanchard, Paris, 1970.
- [313] P. LÉVY & M. FRÉCHET – *50 ans de correspondance mathématique*, Hermann, Paris, 2004, lettres éditées par Marc Barbut, Bernard Locker, Laurent Mazliak.
- [314] P. LIBERMANN – « Élie Cartan », *Encyclopædia Universalis* (1974).
- [315] ———, « Souvenirs de l’Ecole de Sèvres », *A l’Ecole de Sèvres, 1938-1945* (1995).
- [316] S. LIE – « L’influence de Galois sur le développement des mathématiques », 1895, in [261], p. 481–489.
- [317] S. MANDELBROJT – « Centenaire de Jacques Hadamard », *La Jaune et la Rouge* **204** (1966), p. 1–35.
- [318] C. MARBO – *À travers deux siècles – Souvenirs et rencontres (1883–1967)*, Grasset, Paris, 1968.
- [319] V. MAZ’YA & T. SHAPOSHNIKOVA – *Jacques Hadamard, un mathématicien universel*, EDP-Sciences, Les Ulis, 2005, traduit de l’anglais par Gérard Tronel.

- [320] J. MOLK – *Encyclopédie des sciences mathématiques*, Gauthier-Villars, Paris, 1912.
- [321] P. MONTEL – « Sur les fonctions méromorphes limites de fractions rationnelles à termes entrelacés », *Ann. Scient. Éc. Norm. Sup.* **50** (1933), p. 171–196.
- [322] P. NASTASI & E. ROGORA – *Mon cher ami — Illustre Professore. Corrispondenza di Ugo Amaldi (1897–1955)*, Nuova Cultura, Roma, 2007.
- [323] P. NASTASI & R. TAZZIOLOI – « Toward a scientific and personal biography of Tullio Levi-Civita (1873–1941) », *Historia Math.* **32** (2005), p. 203–236.
- [324] J. VON NEUMANN – « Zur Theorie der Darstellungen kontinuierlicher Gruppen », *Sitzungsberichte Akad. Berlin* **1927** (1927), p. 76–90.
- [325] C. NORDMANN – *Le roman de la science. Einstein et l'univers. Une lueur dans le mystère des choses*, Hachette, Paris, 1921.
- [326] ———, « Einstein expose et discute sa théorie », *Revue des deux Mondes* **9** (mai-juin 1922), p. 129–166.
- [327] ———, « Einstein à Paris », *Revue des deux Mondes* **8** (mars-avril 1922), p. 926–937.
- [328] E. PERRIER – « Allocution », *C. R. Acad. Sci. Paris* **161** (1915), p. 801–819.
- [329] M. PINAULT – *Frédéric Joliot-Curie*, Odile Jacob, Paris, 2000.
- [330] H. POINCARÉ – « Sur les nombres complexes », *C. R. Acad. Sci. Paris* **99** (1884), p. 740–742.
- [331] ———, « Analysis situs », *J. de l'Éc. Pol. (2)* **1** (1895), p. 1–123.
- [332] ———, *Les méthodes nouvelles de la mécanique céleste*, Librairie Scientifique et Technique Albert Blanchard, Paris, 1899, réimpression de 1987.
- [333] ———, « Sur l'intégration algébrique des équations linéaires et les périodes des intégrales abéliennes », *J. Math. Pures Appl. (5)* **9** (1903).
- [334] ———, « Rapport sur les travaux de M. Cartan », *Acta Mathematica* **38** (1921), p. 137–145.
- [335] R. QUENEAU – *Exercices de style*, Gallimard, Paris, 1947, disponible en Folio.

- [336] A. RENAUD – « Les collègues mathématiciens d'Élie Cartan à Nancy », 1903–2003 Un siècle de mathématiques à Nancy, <http://www.iecn.u-nancy.fr/100ansdemath/IECN2003-6.pdf>, 2003.
- [337] G. DE RHAM – « Sur l'analysis situs des variétés à n dimensions », *J. Math. Pures Appl. (9)* **10** (1931), p. 115–200.
- [338] ———, « L'Œuvre d'Élie Cartan et la topologie », in *Élie Cartan, 1869–1951 (hommage de l'Acad. République Socialiste de Roumanie à l'occasion du centenaire de sa naissance)*, Editura Acad. R.S.R., Bucharest, 1975, p. 11–20.
- [339] ———, « Quelques souvenirs des années 1925–1950 », *Cahiers du Séminaire d'Histoire des Mathématiques* **1** (1980), p. 19–36.
- [340] N. SALTYSKOW – « La vie et l'oeuvre de Elie Cartan », *Bull. Soc. Math. Phys. Serbie* **4** (1952), no. 3-4, p. 59–64, en serbo-croate, résumé en français, avec une planche.
- [341] G. SAPIRO – *La guerre des écrivains, 1940–1953*, Histoire de la pensée, Fayard, Paris, 1999.
- [342] L. SCHWARTZ – *Un mathématicien aux prises avec le siècle*, Odile Jacob, Paris, 1997.
- [343] W. SEBALD – *De la destruction comme élément de l'histoire naturelle*, Actes sud, 2004, traduit de l'allemand par Patrick Charbonneau.
- [344] S. SEGAL – *Mathematicians under the Nazis*, Princeton University Press, Princeton, 2003.
- [345] H. SEIFERT & W. THRELFALL – *Lehrbuch der Topologie*, Teubner, Leipzig und Berlin, 1934.
- [346] R. SIEGMUND-SCHULTZE – « “Scientific control” in mathematical reviewing and German–U.S.-American relations between the two world wars », *Historia Math.* **21** (1994), p. 306–329.
- [347] SOCIÉTÉ FRANÇAISE DE PHYSIQUE – « La théorie de la relativité », *Bulletin* **22** (1922), p. 349–370.
- [348] *Souvenirs du centenaire de l'É.N.S.* – Hachette, Paris, 1895.
- [349] L. STRUMINGHER – « Les canuts de Lyon (1835–1848) », in *Travaux de femmes dans la France du XIX^e siècle* (Paris), Le Mouvement Social, 1978, p. 59–85.

- [350] A. STUBHAUG – *The mathematician Sophus Lie*, Springer-Verlag, Berlin, 2002, It was the audacity of my thinking, Translated from the 2000 Norwegian original by Richard H. Daly.
- [351] J. TANNERY (éd.) – *Science et philosophie*, Librairie Félix Alcan, Paris, 1924.
- [352] A. TRESSE – « Sur les invariants différentiels des groupes continus de transformations », *Acta Math.* **18** (1894), p. 1–88.
- [353] A. M. VASILEV & G. F. LAPTEV – « Sergeï Pavlovič Finikov », *Uspehi Mat. Nauk* **19** (1964), no. 118, p. 155–162.
- [354] V. VOLTERRA – *Leçons sur les fonctions de lignes, professées à la Sorbonne en 1912, recueillies et rédigées par J. Pérés.*, Paris : Gauthier-Villars, 1913.
- [355] B. VAN DER WAERDEN – « Topologische Begründung des Kalküls der abzählenden Geometrie », *Math. Ann.* **102** (1929), p. 337–362.
- [356] ———, *Moderne Algebra*, Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften in Einzeldarstellungen mit besonderer Berücksichtigung der Anwendungsgebiete, Springer, 1930.
- [357] ———, *Moderne Algebra. Unter Benutzung von Vorlesungen von E. Artin und E. Noether. Bd. II*, Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften in Einzeldarstellungen mit besonderer Berücksichtigung der Anwendungsgebiete, Springer, 1931.
- [358] J. H. M. WEDDERBURN – « On hypercomplex numbers », *Proc. Lond. Math. Soc.* **6** (1908), p. 77–118.
- [359] A. WEIL – « Une propriété caractéristique des groupes de substitutions linéaires finis. », *C. R. Acad. Sci., Paris* **198** (1934), p. 1739–1742.
- [360] ———, *L'intégration dans les groupes topologiques et ses applications*, Publications de l'Institut mathématique de Clermont-Ferrand, Hermann, Paris, 1940.
- [361] ———, « Sur les fonctions algébriques à corps de constantes fini », *C. R. Acad. Sci. Paris* **210** (1940), p. 592–594.
- [362] ———, « Biographie de Jean Delsarte », in *Œuvres complètes de Jean Delsarte*, C.N.R.S., 1971.
- [363] ———, *Œuvres scientifiques, Volume I*, Springer, 1979.

- [364] ———, « Lettre d'André Weil à Henri Cartan », *Astérisque* (1985), no. Numéro Hors Série, p. 5–7, The mathematical heritage of Élie Cartan (Lyon, 1984).
- [365] ———, *Souvenirs d'apprentissage*, Vita Mathematica, vol. 6, Birkhäuser, Basel, 1991.
- [366] S. WEIL – *Chez les Weil*, Buchet–Chastel, Paris, 2009.
- [367] H. WEYL – « Die Einzigartigkeit der Pythagoreischen Maßbestimmung », *Math. Z.* **12** (1922), p. 114–146.
- [368] ———, *Temps, espace, matière : leçons sur la théorie de la relativité générale*, Albert Blanchard, Paris, 1922.
- [369] ———, *Mathematische Analyse des Raumproblems. Vorlesungen, gehalten in Barcelona und Madrid*, J. Springer, Berlin, 1923.
- [370] ———, « Zur Theorie der Darstellung der einfachen kontinuierlichen Gruppen (Aus einem Schreiben an Hrn. I. Schur) », *Berl. Ber.* (1924), p. 338–345.
- [371] ———, « Theorie der Darstellung kontinuierlicher halbeinfacher Gruppen durch lineare Transformationen I », *Math. Z.* **23** (1925), p. 271–309.
- [372] ———, « Zur Darstellungstheorie und Invariantenabzählung der projektiven, der Komplex- und der Drehungsgruppe », *Acta Math.* **48** (1926), p. 255–278.
- [373] ———, « Sur la représentation des groupes continus », *Ens. Math.* **26** (1927), p. 226–239.
- [374] ———, « On the foundations of infinitesimal geometry », *Bull. Amer. Math. Soc.* **35** (1929), p. 716–725.
- [375] ———, *The Classical Groups. Their Invariants and Representations*, Princeton University Press, Princeton, N.J., 1939.
- [376] J. H. C. WHITEHEAD – « Obituary : Elie Joseph Cartan, 1869–1951 », *Obit. Notices Roy. Soc. London* **8** (1952), p. 71–95 (1 plate).
- [377] A. P. YOUSCHKEVITCH & P. DUGAC – « L' "affaire" de l'académicien Luzin de 1936 », *Gazette des Mathématiciens* (1988), no. 38, p. 31–35.
- [378] M. ZERNER – « Joseph Bertrand », in *La France mathématique* [276], p. 298–322.

- [379] P. ZERVOS – « Sur l'intégration de certains systèmes indéterminés d'équations différentielles », *Journal für die reine und angewandte Mathematik* **143** (1913), p. 300–312.

ESSAI D'INDEX THÉMATIQUE

- Amis
 - Ugo Amaldi
 - Nicolas Bourbaki
 - Aimé Cotton
 - Paul Langevin
 - Léopold Leau
 - Arthur Tresse
 - Pierre Weiss
 - Stanisław Zaremba
 - autres
- Armée
 - service militaire
- Carrière
 - postes
 - reconnaissance
- Collaboration scientifique
 - avec Henri Cartan
 - avec Schouten
- Congrès internationaux
- Contexte
 - économique
 - politique
 - Allemagne
 - boycott
 - Italie
 - pétitions

- U.R.S.S.
- Correspondance
- Discussions
 - avec Einstein
 - avec Weyl
- Distinctions
 - doctorat Honoris Causa
 - élection à l'Académie des sciences
 - jubilé
 - Légion d'Honneur
 - médailles Fields
 - présidence de l'Académie des sciences
 - prix de l'Académie des sciences
 - Prix Nobel
- Encyclopédie
 - allemande
 - de Montel
- Enseignement
 - cours
 - livres
 - d'Anna Cartan
 - d'autres
 - d'Élie Cartan
- Exclusion (dispositifs antisémites)
 - Allemagne
 - France
 - Italie
- Famille
 - études
 - maladies
 - cancer
 - foie
 - rhumatisme articulaire
 - tuberculose
 - mariages
 - naissances
 - tâches ménagères
 - vacances
- Guerre

- de 1870
- première guerre mondiale
 - hôpital 103
 - manifeste des 93
 - monument aux morts
 - secours national
- deuxième guerre mondiale
 - Guerre d’Espagne
 - Occupation
 - Résistance
 - lois antisémites
 - allemandes
 - italiennes
 - française
- Institutions
 - académies
 - des sciences de Paris
 - Royal Society
 - autres
 - associations
 - Conseil international de recherches
 - Société française de philosophie
 - S.M.F.
 - U.M.I.
 - écoles
 - primaire
 - collège, lycée
 - École normale supérieure
 - École de physique et de chimie
 - École de Sèvres
 - Fontenay
 - Saint-Cloud
 - Institut électrotechnique de Nancy
 - École des Beaux-Arts
 - Universités
 - étrangères
 - de Paris
 - de province
- Langues, traductions

- Lieux
- Mathématiques
 - Collaboration scientifique
 - avec Henri Cartan
 - avec Schouten
- Musique
 - dont Jean Cartan
- Notions mathématiques
 - algèbre abstraite
 - algèbres de Lie
 - algèbres de Lie exceptionnelles
 - analysis situs, topologie
 - cohomologie
 - connexion
 - déformations
 - différentielle extérieure
 - forme de Killing
 - forme différentielle
 - groupe infinitésimal (voir algèbre de Lie)
 - groupes de Lie
 - groupes de transformations
 - parallélisme absolu
 - prisme rhomboédrique
 - repère mobile
 - représentations
 - systèmes hypercomplexes, de nombres complexes
 - tenseur
 - transport parallèle
 - variété
- Personnalité d'Élie Cartan
- Philosophie
- Publications
 - Comités de rédaction
- Séminaires
 - à l'étranger
 - Hadamard
 - Julia
- Théorèmes
 - de Cartan-Hadamard

- de de Rham
 - de Picard
 - de Poincaré
 - de Wedderburn
- Théories
 - de Galois
 - de la relativité
 - unifiée des champs
- Thèses
 - d'Élie Cartan
 - d'Henri Cartan
 - dirigées par Élie Cartan
 - autres
- Transports
 - avions
 - bateaux
 - trains et gares
 - urbains (métro, autobus)
 - voitures
- Troisième République
- Visites
- Voyages

GLOSSAIRE

Dans ce glossaire, nous avons fait figurer la plupart des personnes, connues ou inconnues, nommées dans le livre.

Abraham, Henri. (1868–1943) Physicien, Professeur à la Sorbonne, spécialiste d'électromagnétisme et d'ondes radioélectriques, directeur du laboratoire de physique de l'É.N.S., retraite en 1937. Un des fondateurs de la Société française de physique et son président en 1922. Arrêté par la milice en 1943, déporté et assassiné à Auschwitz. Voir [1].

Alexandrov, Pavel Sergueïevitch. (1896–1982) Étudiant d'Egorov et de Luzin, un des fondateurs de la topologie (travaux avec Urysohn, puis livre avec Hopf), président de la Société mathématique de Moscou à partir de 1932.

Appell, Paul. (1855–1930) Mathématicien spécialiste des fonctions algébriques, dreyfusard, fondateur du Secours national, Professeur à la Sorbonne, Doyen, puis Recteur, à ce titre fondateur de la Cité Universitaire de Paris. Époux d'Amélie Bertrand (nièce d'Hermite et de Joseph Bertrand, cousine de Picard), père de Marguerite Borel.

Artin, Emil. (1898–1962) Né en Autriche, un des fondateurs de l'algèbre moderne (où un nombre considérable de notions et résultats portent son nom) notamment à Göttingen, professeur à Hambourg qu'il quitta en 1937 pour les États-Unis, et où il revint en 1958.

Bachiller, Tomás Rodríguez. (1899–1980) Ce mathématicien espagnol dirigea la *Revista Matemática Hispano Americana* à partir de 1933. Professeur à Madrid, engagé avec la République espagnole, il perdit son poste après la victoire de Franco. Plus tard professeur à Porto Rico.

Baillaud, Benjamin. (1848–1934) Astronome, un des créateurs de l'Observatoire du Pic du Midi dans les Pyrénées, directeur de l'Observatoire de Paris de 1908 jusqu'à sa retraite en 1928.

Baillaud (épouse Privat), Marthe. (1882–1978) Physicienne, élève de l'école de Sèvres, agrégée. Fille de Benjamin Baillaud; ses frères furent aussi des astronomes. Voir [11].

Baire, René. (1874–1932) Ancien élève de l'É.N.S., spécialiste de topologie et des espaces de fonctions. Son état de santé l'obligea à quitter son poste à l'université de Dijon en 1914, il vécut ensuite à Lausanne où il se suicida en 1932.

Bari, Nina Karlovna. (1901–1961) Étudiante de Luzin, spécialiste des séries trigonométriques, professeur à l'université de Moscou à partir de 1932.

Behnke, Heinrich. (1898–1979) Ce mathématicien allemand ami d'Henri Cartan fut, avec son élève Peter Thullen et Henri Cartan un des inventeurs des fonctions de plusieurs variables complexes (parmi ses élèves, outre Thullen, on note Stein, Hirzebruch, Grauert et Remmert...).

Bergson, Henri. (1859–1941) Ce très célèbre philosophe français auteur de nombreux ouvrages reçut le prix Nobel de littérature en 1927. Il participa à un débat sur le temps avec Einstein (voir le chapitre 7).

Bertrand, Joseph. (1822–1900) Ce mathématicien français apparaît surtout ici pour ses relations familiales avec d'autres personnes nommées. Voir [378].

Beudon, Jules. (1869–1900) Né à Alger, normalien de la promotion de 1890, passé par Leipzig (avec Lie), thèse en 1896, professeur de lycée à Alger, puis Douai, mort de la grippe.

Bianconi, Antoine. (1882–1915) Normalien de la promotion 1903. Frère de Marie-Louise Bianconi, tué au combat en 1915. Voir page 61.

Bianconi, Hélène. (1855–1938)

Bianconi (épouse Cuzin), Jeanne.

Bianconi, Pierre-Louis. (1845–1929)

Birkhoff, Garrett. (1911–1996) Mathématicien américain, algébriste, fils de George Birkhoff, professeur à Harvard.

Birkhoff, George. (1884–1944) Mathématicien américain spécialiste notamment de systèmes dynamiques (théorème ergodique), il se considérait comme un élève de Poincaré et venait souvent à Paris. Professeur à Harvard.

Blaschke, Wilhelm. (1885–1962) Ce mathématicien allemand spécialiste de géométrie et auteur de nombreux livres avait fait ses études à Pise et à Göttingen, sa thèse avec Study à Bonn. Il fut professeur à Hambourg (avant et après sa dénazification).

Bloch, André. (1893–1948) Polytechnicien blessé à la guerre, assassine trois membres de sa famille et passe le restant de sa vie à faire des mathématiques dans un asile psychiatrique. Travaux importants en analyse complexe.

Bloch, Maître. Pas de renseignements sur cet avocat (qui défendit Weil au cours de son procès pour insoumission en 1940).

Bloch, Salomon. (1858–1926) Normalien de la promotion 1877, agrégé en 1880, professeur au lycée de Besançon puis à Janson-de-Sailly (Paris) où il enseigna jusqu'à sa retraite en 1922⁽²⁴⁾.

⁽²⁴⁾ Notice dans le journal des anciens élèves de l'É.N.S..

Blumenthal, Otto. (1876–1944) Ce mathématicien allemand fut le premier à passer une thèse avec Hilbert. Éditeur des *Mathematische Annalen*, professeur à Aachen, il fut en 1933, d'abord destitué comme juif puis licencié pour ses opinions politiques. Dut quitter les *Math. Ann.* et émigrer en 1938. Il choisit les Pays-Bas, fut ensuite déporté et mourut à Terezin.

Borel, Émile. (1871–1956) Normalien de la promotion 1889. Pionnier de la théorie de la mesure, ainsi que de la théorie des probabilités. Après divers postes politiques (il était encore député de l'Aveyron jusqu'en 1936), il était le directeur de l'Institut Henri Poincaré.

Bortolotti, Enea. (1896–1942) Ce mathématicien italien était le fils d'Ettore Bortolotti, un élève de Bianchi à Pise et spécialiste de géométrie différentielle. Il fut professeur à Cagliari puis à Florence.

Bortolotti, Ettore. (1866–1947) Mathématicien italien, études à Bologne, professeur à Modène puis à Bologne.

Borůvka, Otakar. (1899–1995) Mathématicien tchèque spécialiste de géométrie et de théorie des graphes. Études à Brno, à Paris avec Élie Cartan en 1926–27. Professeur à l'université Masaryk de Brno.

Boulanger (Lili). (1893–1918) Compositrice française morte de la tuberculose à l'âge de vingt-cinq ans et sœur de Nadia Boulanger.

Boulanger (Nadia). (1887–1979) Célèbre musicienne et pédagogue française, qui enseigna à plus d'un millier de musiciens de par le monde.

Bouligand, Georges. (1889–1979) Normalien de la promotion 1909. Professeur de lycée puis des universités de Rennes et Poitiers, il fut nommé à la Sorbonne en 1938.

Bourbaki, Nicolas. Nom pris par un groupe de mathématiciens, en 1935, comme pseudonyme de l'auteur collectif d'un *Traité d'analyse*. Les membres fondateurs sont Henri Cartan, Claude Chevalley, Jean Coulomb, Jean Delsarte, René de Possel, Jean Dieudonné, Charles Ehresmann, Szolem Mandelbrojt, André Weil. Le groupe, renouvelé par cooptations (et dont la composition est, en principe, secrète) existe toujours et organise le « Séminaire Bourbaki ».

Brauer, Richard. (1901–1977) Mathématicien allemand puis américain, spécialiste d'algèbre. Études à Berlin avec Issai Schur. Professeur à Königsberg, il quitte définitivement l'Allemagne pour les États-Unis en 1933 (pour cause de nazisme).

Broué, Isabelle. (née en 1968) Réalisatrice de cinéma, auteur notamment du film [38].

Brouwer, Luitzen Egbertus Jan. (1881–1966) Mathématicien et philosophe néerlandais, il a apporté de nombreuses contributions au nouveau champ de la topologie (invariance de la dimension, théorème du point fixe). Initiateur de la logique intuitionniste. Fondateur de la revue mathématique *Compositio Mathematica*.

Bruhat, Georges. (1887–1945) Physicien, élève de l'É.N.S. (de 1906 à 1909), thèse sous la direction d'Aimé Cotton, enseigne à l'université de Lille, puis à l'É.N.S., directeur-adjoint de cette école à partir de 1935. Arrêté comme otage par la Gestapo (il a refusé de donner l'adresse d'un élève recherché pour résistance) le 4 août 1944, il est immédiatement déporté à Buchenwald. Il meurt à Sachsenhausen le 1^{er} janvier 1945. Voir [1].

Brunschvicg, Léon. (1869–1944) Philosophe français, normalien de la promotion de 1888 (comme Cartan), professeur à la Sorbonne, intéressé à la science, il dirigea les thèses de Cavaillès et Lautman.

Buhl, Adolphe. (1878–1949) Professeur à la Faculté des sciences de Toulouse et membre très actif de la rédaction de *l'Enseignement mathématique*⁽²⁵⁾.

Camus, Albert. (1913–1960) Écrivain et philosophe, né dans une famille très pauvre, fils d'un père tué en 1914, grâce à son instituteur d'Alger, fera des études. Prix Nobel de littérature en 1957.

Carathéodory, Constantin. (1873–1950)

Carcopino, Jérôme. (1861–1970)

Caron, Mademoiselle. Pas d'information sur ce professeur de piano des enfants d'Élie Cartan.

Cartan, Anna. (1878–1923) Sœur cadette d'Élie Cartan, mathématicienne. Voir le chapitre 8.

Cartan, Anne Florentine (née Cottaz). (1841–1927) Mère d'Élie Cartan.

Cartan (Adam), Françoise. (Née en 1939) Deuxième enfant d'Henri Cartan. XX

Cartan, Hélène. (1917–1952) Fille d'Élie et Marie-Louise Cartan. Normailienne de la promotion 1937. Voir page 113.

Cartan, Henri. (1904–2008) Fils aîné d'Élie et Marie-Louise Cartan. Normailien de la promotion 1923. Thèse en 1928 (titre : Sur les systèmes de fonctions holomorphes à variétés linéaires lacunaires et leurs applications ; jury : Picard, Borel, Montel). Après le lycée de Caen et une charge de cours à Lille, il est nommé à l'université de Strasbourg en 1931, puis à Paris (à l'É.N.S.) en 1940. Un des membres fondateurs de Bourbaki. Voir [16]. Spécialiste de fonctions de plusieurs variables complexes (géométrie analytique) et de topologie algébrique (voir [19]).

Cartan, Jean. (1906–1932) Deuxième fils d'Élie et Marie-Louise Cartan. Compositeur de musique, mort de la tuberculose. Voir page 111.

Cartan (épouse Rivier), Jeanne-Marie Séraphine. (1867–1931) Née le 10 février 1868 à Dolomieu, morte en 1931. Épouse en 1895 Joseph Rivier. Mère d'Élia Rivier. Sœur aînée d'Élie Cartan⁽²⁶⁾.

⁽²⁵⁾ Voir [270].

⁽²⁶⁾ Archives départementales de l'Isère.

Cartan, Joseph Antoine. (1837–1917) Né le 23 septembre 1837 à Saint-Victor-de-Morestel (Isère), fils de Benoît Cartan, fermier, âgé de 36 ans et de Jeane [Doi ?] (illisible sur l'acte) son épouse. Épouse Anne Florentine Cottaz le 2 mars 1867 à Dolomieu. Mort en 1917. Père d'Élie Cartan⁽²⁷⁾.

Cartan, Léon. (1872–1956) Né le 29 octobre 1872 à Dolomieu, mort le 9 décembre 1956 à Dolomieu. Marié le 5 août 1901 avec Célestine Rivier. Maréchal-ferrant. Frère d'Élie Cartan⁽²⁸⁾.

Cartan, Louis. (1909–1943) Troisième fils d'Élie et Marie-Louise Cartan. Physicien, exécuté comme résistant. Voir pages 114 et 280.

Cartan, Marie-Louise (née Bianconi). (1880–1950)

Cartan, Nicole (née Weiss). (1916–2008)

Cartan, Renée. (1904–1981)

Cartan, Thérèse (née Purtschet). (1909–2006)

Cavaillès, Jean. (1903–1944)

Čech, Eduard. (1893–1960)

Chazy, Jean. (1882–1955) Spécialiste du mouvement des corps célestes. En 1939, il était professeur (chaire de mécanique rationnelle) à la Sorbonne et membre de l'Académie des sciences.

Chern, Shiing-Shen. (1911–2004) Il quitta la Chine en 1923, travailla avec Blaschke à Hambourg jusqu'en 1936 et vint à Paris travailler avec Élie Cartan en 1936–37. Il a occupé ensuite différents postes en Chine et aux États-Unis. C'était un géomètre différentiel, auteur de nombreux travaux importants (et un des inventeurs des classes caractéristiques). Voir [250].

Chevalley, Claude. (1909–1984) Normalien de la promotion 1926, thèse en 1934 (titre : Sur la théorie des corps de classes dans les corps finis et les corps locaux; jury : Vessiot, Garnier, Montel) dont il est question dans les exposés de la première année du séminaire, avait travaillé avec Artin et Hasse. Un des membres fondateurs de Bourbaki. À Princeton en 1939, il est resté aux États-Unis pendant la guerre et n'a obtenu un poste en France que dans les années 1950. Nombreuses contributions en algèbre et en théorie des groupes de Lie (où les groupes de Chevalley portent son nom).

Collomb, Monsieur. Pas d'information sur cet instituteur du petit Élie Cartan à Dolomieu.

Cotton, Aimé. (1869–1951) Physicien, élève de l'É.N.S. de 1890 à 1893. Connu notamment pour la « balance de Cotton » (pour mesurer l'intensité du champ magnétique) et l'« effet Cotton ». Ami d'Élie Cartan (et de la famille Cartan en général, il a travaillé avec Pierre Weiss). Un des physiciens « de gauche » dont il est question notamment au chapitre 19.

Cotton (née Feytis), Eugénie. (1881–1967) Physicienne, condisciple d'Anna

⁽²⁷⁾ Archives départementales de l'Isère.

⁽²⁸⁾ Archives départementales de l'Isère.

Cartan à l'École de Sèvres, directrice de cette école à partir de 1936, révoquée en 1941 à cause de ses sympathies communistes. Épouse d'Aimé Cotton. Voir le chapitre 19.

Coulomb, Jean. (1904–1999) Géophysicien, élève de l'É.N.S. dans la même promotion qu'Henri Cartan, membre fondateur de Bourbaki (et y représentant « les physiciens »).

Curie (née Skłodowska), Marie. (1867–1934) Cette grande scientifique, titulaire de deux prix Nobel, apparaît dans ce livre par sa présence dans la vie scientifique de l'époque, son amitié avec certains des protagonistes (et aussi par les mentions d'une vieille histoire privée).

Cuzin, Célestin.

Cuzin, François. (1914–1944) Neveu d'Élie et Marie-Louise Cartan (fils de Jeanne Bianconi et Célestin Cuzin). Philosophe, exécuté comme résistant. Voir page 287.

Dante. (1265–1321)

Darboux, Gaston. (1842–1917)

Darmois, Georges. (1888–1960)

De Broglie, Louis. (1892–1987)

De Broglie, Maurice. (1875–1960)

Decour, Jacques.

Delsarte, Jean. (1903–1968) Normalien de la promotion de 1922, condisciple et ami d'André Weil, thèse en 1928 (titre : les relations fonctionnelles ; jury : Goursat, Vessiot, Villat). Membre fondateur de Bourbaki (et rédacteur des premiers comptes rendus de ses réunions). Maître de conférences à Nancy en 1928, puis professeur, il y fit toute sa carrière (il y fut même doyen, de 1945 à 1949). Directeur de la Maison franco-japonaise à Tokyo de 1962 à 1965.

Demoulin, Alphonse. (1869–1947) Ce spécialiste belge de géométries projective et différentielle représenta l'Académie royale de Belgique au jubilé d'Élie Cartan.

Denjoy, Arnaud. (1884–1974)

De Possel, René. (1905–1974)

De Rham, Georges. (1903–1990) Ce mathématicien vaudois suivit les cours de Lebesgue et Élie Cartan à Paris. Pour sa thèse, il démontra des théorèmes qu'avait énoncés Cartan, inventant la cohomologie qui porte son nom. Ce grand ami de la famille Cartan fut professeur aux universités de Lausanne et Genève.

Dieudonné, Jean. (1906–1992) Normalien de la promotion de 1924. Thèse en 1931 (titre : Recherches sur quelques problèmes relatifs aux polynômes et aux fonctions bornées d'une variable complexe ; jury : Picard, Vessiot, Montel). Membre fondateur de Bourbaki. Maître de conférences à Nancy en 1937, différents postes en France et à l'étranger après la guerre. Voir [258].

Dive, Pierre. (1889–1960)

Dolomieu, Déodat de. (1750–1801) Géologue né à Dolomieu. Voir page 27.

Douglas, Jesse. (1897–1965)

Drach, Jules. (1871–1949)

Dubost, Antonin. (1844–1921) Élu de l'Isère et à ce titre en partie responsable des études qu'entreprit le petit Élie Cartan, fut un journaliste et un homme politique important dans son temps (notamment président du Sénat de 1906 à 1920).

Dubourdieu, Jules. (1903–1986) Normalien de la promotion 1921. Thèse en 1929 (titre : Sur les réseaux de courbes et de surfaces; jury : Cartan, Vessiot, Montel). Il avait travaillé avec Blaschke à Hambourg et Levi-Civita à Rome (avec une bourse Rockefeller). Il faisait partie de l'équipe d'actuaire de ce qui s'appelait alors la Banque de Paris et des Pays-Bas. Il est resté dans cette banque jusqu'à sa retraite, tout en conservant une collaboration avec l'université (voir [260]).

Dubreil, Paul. (1904–1994) Normalien de la promotion de 1923 (celle d'Henri Cartan). A travaillé à Hambourg, Göttingen, Francfort et Rome, notamment avec Emil Artin, Emmy Noether et Bartel van der Waerden. Thèse en 1930 (titre : Recherches sur la valeur des exposants des composants primaires des idéaux de polynômes; jury : Picard, Vessiot, Garnier). À Lille en 1931 puis à Nancy en 1933 et à Paris après la guerre.

Dubreil-Jacotin, Marie-Louise (née Jacotin). (1905–1972) Reçue (2^e) au concours d'entrée à l'É.N.S. en 1926, elle dut faire valoir ses droits pour être effectivement admise. Reçue (3^e) à l'agrégation en 1929, elle a passé sa thèse en juin 1934 et en mécanique des fluides (titre : Sur la détermination rigoureuse des ondes permanentes périodiques d'ampleur finie; jury : Vessiot, Julia, Villat)

avant de se consacrer à l'algèbre. Elle a occupé divers postes de maître de conférences avant d'être nommé professeur à Poitiers en 1943.

Dugué, Daniel. (1912–1987) Normalien de la promotion 1930. Thèse en 1937 (titre : Applications des propriétés de la limite au sens du calcul des probabilités à l'étude de diverses questions d'estimation; jury : Borel, Fréchet, Denjoy, Darmois), une des premières thèses en probabilités. À Londres en 1937–39, d'après [255]. Carrière dans diverses universités, directeur de l'Institut de statistique de l'université de Paris.

Dupuis, M.

Dupuy, Paul. (1856–1948) Normalien de la promotion de 1876, agrégé d'histoire, surveillant général de l'École normale supérieure de 1885 à 1925. À ce titre, a été lié à de nombreux normaliens. Organisateur des cérémonies du centenaire de l'É.N.S. en 1895, à l'origine, outre de l'invitation de Lie, du célèbre article [262] de Dupuy sur Galois.

Egorov, Dmitri. (1869–1931)

Ehresmann, Charles. (1905–1979) Normalien de la promotion de 1924. Thèse en 1934 (titre : Sur la topologie de certains espaces homogènes; jury : Cartan, Julia, Garnier). Membre de Bourbaki. Caisse de la recherche scientifique de 1934 à 1939. À Strasbourg (et Clermont-Ferrand) de 1939 à 1955, puis à Paris.

Einstein, Albert. (1879–1955)

Engel, Friedrich. (1861–1941)

Fano, Gino. (1871–1952)

Fatou, Pierre. (1878–1929)

Favard, Jean. (1902–1965) Normalien de la promotion 1921. Thèse en 1927 (titre : Sur les fonctions harmoniques presque périodiques ; jury : Vessiot, Montel, Denjoy). Il avait travaillé à Copenhague avec Harald Bohr. Après divers postes, il était à l'université de Grenoble depuis 1933. Prisonnier de guerre, il fut doyen d'une université en captivité dans son Oflag. Professeur à la Sorbonne après la guerre.

Feldbau, Jacques. (1914–1945) Un des fondateurs de la théorie des fibrés. Interdit de publication par les lois antisémites de Vichy, mort en déportation. Voir [14, 15].

Ferrand, Jacqueline. (Née en 1918)

Finikov, Sergei Pavlovich. (1883–1964)

Finsler, Paul. (1894–1970) Mathématicien suisse (professeur à l'Université de Zurich depuis 1927) spécialiste de théorie des ensembles et auteur d'une thèse sur les « espaces généralisés » sous la direction de Carathéodory à Göttingen en 1918.

Finzi, Arrigo. (Né en 1917) Cet élève de Levi-Civita à Rome, qui écrivit une notice sur Élie Cartan en hébreu en 1954, s'est consacré ensuite surtout à l'astronomie.

Flamant, Paul. (1892–1940) Normalien de la promotion de 1913, prisonnier pendant la première guerre mondiale, thèse en 1924 (titre : Sur une équation différentielle fonctionnelle linéaire ; jury : Borel, Fréchet, Esclangon, Valiron). Professeur à l'Université de Strasbourg. Avait rédigé le cours [290] de Julia. Un ami de la famille Cartan. Son épouse était professeur au lycée Fénélon.

Floquet, Gaston. (1847–1920)

Fréchet, Maurice. (1878–1973) Normalien de la promotion 1900. Était professeur à Paris depuis 1928. L'un des inventeurs français de la topologie générale. Voir sa correspondance avec Paul Lévy dans [313].

Frenet, Jean Frédéric. (1816–1900)

Freyman, Enrique. (Mort en 1954)

Fubini, Guido. (1879–1943)

Fueter, Rudolf. (1880–1950)

Garnier, René. (1887–1984)

Gauja, Pierre. (1886–1969) Ingénieur du CNAM. Devint secrétaire de l'Académie des sciences en 1914. C'est lui qui créa le service des archives (dossiers biographiques, etc.). Remplacé par son épouse à son départ à la retraite en 1948. Voir [37].

Gauthier, Luc. (1913–1981) Normalien de la promotion 1935. Thèse en août 1944 (titre : Sur certains systèmes linéaires de droites hyperspatiaux ; jury : Cartan, Valiron, Bouligand). Plus tard professeur à Nancy puis à Paris.

Godeaux, Lucien. (1887–1975) Spécialiste belge de géométrie algébrique, ancien élève d'Enriques. Professeur à l'Université de Liège.

Gołȳb, Stanisław. (1902–1980) Mathématicien polonais élève de Schouten, spécialiste d'espaces généralisés.

Gonseth, Ferdinand. (1890–1975) Philosophe et mathématicien suisse. Il était professeur à l'École polytechnique fédérale de Zurich.

Goursat, Édouard. (1858–1936)

Grassmann, Hermann. (1809–1877)

Grévy, Auguste. (1865–1930) Ce normalien de la promotion de 1884 fut professeur de mathématiques spéciales (et le professeur d'André Weil).

Guichard, Claude. (1861–1924)

Guillaumin, Gustave. (1886–XX)

Guilliermond, Alexandre. (1876–1945) Botaniste, membre de l'Académie des sciences (depuis 1935). Un des invités du déjeuner du jubilé et membre du comité d'organisation.

Hadamard, Jacques. (1865–1963) A donné son nom à différentes choses et en particulier à son séminaire mythique. Célèbre pour ses travaux sur la répartition des nombres premiers, sur les équations aux dérivées partielles, sur... il fut peut-être le dernier mathématicien à pouvoir tout comprendre des mathématiques de son temps. Contemporain, à la fois, de Sophie Kowalevski et de Bourbaki, ce vieux monsieur exquis dut subir, au cours de sa longue vie, la mort de trois fils à la guerre, les décrets antisémites de Vichy, la fuite aux États-Unis, puis le MacCarthysme. Voir la biographie [319].

Hadamard, Louise (née Trenel). (1868–1960)

Halphen, Étienne. (1911–1954) Normalien de la promotion 1930, professeur au lycée de Sens. Boursier de la Caisse nationale de sciences, se consacrait aux probabilités et à la statistique (voir [35]). Ami de Dugué qui signa l'une de ses notes pendant la période de Vichy. Petit-fils de Georges Halphen.

Halphen, Georges.

Hasse, Helmut. (1898–1979)

Helgason, Sigurdur. (Né en 1927)

Hermite, Charles. (1822–1901)

Herriot, Édouard. (1872–1957)

Hibbert, Lucien. (Dates inconnues) Homme politique et mathématicien haïtien. Il a été ministre en Haïti avant de venir en France faire des études de mathématiques. Membre de la SMF dès 1937 (présenté par Montel et Valiron), il soutint une thèse en décembre 1937 (jury : Montel, Valiron, Darmon), titre *Univalence et Automorphie pour les polynômes et les fonctions entières*, son sujet de deuxième thèse portait sur l'indépendance des marchés. Sur ces deux thèmes il a publié plusieurs articles jusqu'en 1941. Le reste de sa carrière scientifique et politique se déroula en Haïti.

Hilbert, David. (1862–1943)

Hirsch, Guy. (1915–1993)

Hlavatý, Vaclav. (1894–1969)

Hodge, William. (1903–1975)

Hollweck, Fernand. (1890–1941) Physicien, ancien élève de l'École de Physique et de chimie, spécialiste notamment des rayons X, inventeur du gravimètre. Il travaillait à l'Institut du radium. Dénoncé à la Gestapo (il fabriquait des faux papiers), il fut arrêté le 11 décembre 1941. Dix jours plus tard, il fut hospitalisé dans un tel état qu'il mourut immédiatement. Voir [1].

Honnorat, Pierre. (1903–1971) Ce normalien de la promotion 1923 fut un ami de jeunesse d'André Weil.

Humbert, Georges. (1859–1921)

Joliot, Frédéric. (1900–1958)

Jolibois, Médard Pierre. (1884–1954)
Ce chimiste était professeur à l'École des Mines.

Jordan, Camille. (1838–1922)

Julia, Gaston. (1893–1978) Normalien de la promotion de 1911, grièvement blessé au visage en 1915, prix Bordin pour sa thèse (titre : Etude sur les formes binaires non quadratiques à indéterminées réelles, ou complexes, ou à indéterminées conjuguées ; jury : Picard, Lebesgue, Humbert), grand Prix des sciences mathématiques en 1918 pour ses travaux sur l'itération. Voir [12]. Enseignait à la Sorbonne, à l'É.N.S. et à l'École polytechnique. A donné son nom au séminaire de mathématiques (1933–1939). Voir [22].

Juvet, Gustave. (1896–1938)

Kagan, Veniamin Fedorovich. (1869–1953)

Kähler, Erich. (1906–2000)

Kerékjártó, Béla. (1898–1946)

Killing, Wilhelm. (1847–1923)

Kolman, Ernest. (1892–1979)

Kosambi, Damodar Dharmananda. (1907–1966)

Koszul, Jean-Louis. (1921–)

Kowalewski, Gerhard. (1876–1950)

Krasner, Marc. (1912–1985) Ce spécialiste d'analyse p -adique né à Odessa avait soutenu une thèse en 1938. Après avoir été employé par le CNRS, il fut professeur d'université à Clermont-Ferrand puis à Paris.

Krull, Wolfgang. (1899–1971)

Lacour, Émile. (1854–1913) Un des professeurs d'Élie Cartan à Janson. Voir page 30.

Lacroix, Alfred. (1863–1948)

Lampariello,

Langevin (épouse Solomon), Hélène. (1909–1995) Fille de Paul Langevin, épouse de Jacques Solomon, résistante, déportée à Auschwitz, députée communiste après la Libération.

Langevin, Paul. (1872–1946)

Lapicque, Louis. (1866–1952) Membre de l'Académie des sciences (spécialiste du système nerveux). Républicain, franc-maçon, homme de gauche, un des académiciens arrêtés par les Allemands en 1941.

Laugier, Henri. (1888–1973)

Lautman, Albert. (1908–1944) Normalien (littéraire) de la promotion de 1926, condisciple de Chevalley, Leray, Marie-Louise Dubreil-Jacotin, ami de Bourbaki, a écrit plusieurs livres et articles sur la philosophie des mathématiques parus chez Hermann dans les années 1936–39. Fit la guerre dans la DCA, s'évada d'un oflag de Silésie, et participa activement à la Résistance avant d'être (dénoncé, puis) arrêté par la Gestapo et fusillé en août 1944.

Leau, Léopold. (1868–1943)

Lebesgue, Henri. (1875–1941)

Le Corbeiller, Philippe. (1891–1980)

Polytechnicien et ingénieur des télégraphes, thèse en 1926 (jury : Picard, Cartan, Julia), collabora en systèmes dynamiques avec van der Pol, quitta la France en 1941 et enseigna la physique à Harvard.

Lefschetz, Solomon. (1884–1972)

Le Lionnais, François. (1901–1984)

Leloup, Juliette.

Léon, Xavier. (1868–1935)

Leray, Jean. (1906–1998)

Levi-Civita, Tullio. (1873–1941)
Voir [323].

Lévi-Strauss, Claude. (1908–2009)

Lévy, Paul. (1886–1971) Polytechnicien de la promotion de 1904. Un des fondateurs de la théorie moderne des probabilités. Il était professeur d'analyse à l'École polytechnique depuis 1920. Voir ses souvenirs dans [312] et sa correspondance avec Fréchet dans [313].

Libermann, Paulette. (1919–2007)

Élève de l'École de Sèvres, empêchée de préparer l'agrégation par les lois antisémites de Vichy, se met à la recherche sous la direction d'Élie Cartan, puis de Charles Ehresmann. Spécialiste de géométrie différentielle et professeur d'université à Rennes puis à Paris.

Libois,

Lichnérowicz, André. (1915–1998)

Lie, Sophus. (1842–1898)

Lobatchevski, Nikolaï Ivanovitch. (1792–1856)

Lortat, Robert. (1885–1938) Pianiste français.

Lurquin, Constant. (Dates inconnues)
Ce mathématicien belge était en 1939 directeur honoraire de l'École normale supérieure de Bolivie à la création de laquelle il avait contribué, et il représenta l'Université libre de Bruxelles au jubilé d'Élie Cartan (il fut doyen de cette université dans les années 1950).

Lusin, Nikolaï Nikolaïevitch. (1883–1950)

Mallarmé, Stéphane. (1842–1898)

Mandelbrojt, Szolem. (1899–1983)

Marbo, Camille. (1883–1969) Camille Marbo (pour Mar(guerite)-Bo(rel)) est le nom de plume de Marguerite Borel, née Appell (fille de Paul Appell et épouse d'Émile Borel). Née en 1883, morte en 1969. Cette écrivaine, auteur de plusieurs romans (dont l'un eut le Prix Fémina en 1913), dirigea la *Revue du mois* et écrivit à la fin de sa vie un livre de souvenirs [318] plein d'informations.

Marty, Frédéric. (1911–1940) Normalien de la promotion 1928. Thèse en 1931 (titre : Recherches sur la répartition des valeurs d'une fonction méromorphe ; jury : Picard, Vessiot, Montel). A écrit entre 1931 et 1937 plusieurs articles sur la répartition des valeurs d'une fonction méromorphe, les fonctions algébriques et les revêtements (sans parler de ses travaux sous le nom de Ranulac). A rédigé les notes de cours [321] de Montel et les notes utilisés par Cartan pour [177]. Un des fidèles du séminaire Hadamard, il a aussi rédigé deux exposés du séminaire Julia. Il était maître de conférences à Marseille. Lieutenant dans l'aviation, il a été tué en 1940, avant d'avoir 30 ans⁽²⁹⁾.

Mauguin, Charles. (1878–1958) Minéralogiste et membre de l'Académie des sciences, un des académiciens arrêtés en 1941.

Maurain, Charles. (1871–1967)

Mayer, Walther. (1887–1948) Ce mathématicien autrichien, dont le nom est connu grâce à la suite exacte de Mayer-Vietoris et la théorie d'Einstein-Mayer (dont il est question ici au chapitre 7) suivit Einstein aux États-Unis et à Princeton.

Mendelssohn, Felix. (1809–1847)

Molk, Jules. (1857–1914)

Montel, Paul. (1876–1975)

Munch, Charles. (1891–1968)

Noailles, Anna de. (1876–1933)

Nordmann, Charles. (1881–1940)

Painlevé, Paul. (1863–1933)

Pantazi (Alexandru). (1896–1948)

Pauc, Christian. (1911–1981) Normalien de la promotion de 1930 (avec Dugué, Halphen), agrégé en 1933, séjour à Vienne et à Rome, thèse en 1939 (titre : Les méthodes directes en calcul des variations et en géométrie différentielle), soutenue seulement en 1946. Prisonnier de guerre, il put passer (grâce à Gaston Julia) les années 1942–45 à l'université d'Erlangen. Retour en France difficile, quelques années (1948–52) au Cap, puis carrière en France, à Nantes notamment. Voir [5].

Peirce, Benjamin. (1809–1880)

Perrier, Georges. (1872–1946)

Perrin, Francis. (1901–1992)

Perrin, Jean. (1870–1942) Physicien, camarade de classe d'Élie Cartan à Janson et à l'É.N.S., un de ses amis proches,

Petrovitch, Michel. (1868–1943)

Picard, Émile. (1856–1941) Normalien de la promotion de 1874, auteur de nombreux travaux d'analyse et de géométrie algébrique, ce pontife entre les pontifes (voir [12, p. 190]), il était (entre autres activités) secrétaire perpétuel de l'Académie des sciences.

⁽²⁹⁾Il est ainsi un des normaliens « morts pour la France » de la deuxième guerre mondiale qui n'est pas mort en déportation et qui n'a pas non plus été assassiné comme résistant : il est bien « mort à la guerre ». Son père, Joseph Marty, mathématicien lui aussi, normalien de la promotion de 1905, avait été tué en 1914.

Piccard, Sophie. (1904–1990) Née à Saint-Petersbourg, diplômée à Smolensk puis à Lausanne, spécialiste d'algèbre et de théorie des groupes, elle réussit à enseigner à l'université de Neuchâtel, puis à y obtenir un poste et même finalement à y être nommée professeur.

Pincherle, Salvatore. (1853–1936)

Poincaré, Henri. (1854–1912)

Politzer, Georges. (1903–1942)

Pomey, Jean-Baptiste. (1861–1943)

Proca, Alexandre. (1897–1955)

Proust, Marcel. (1871–1922)

Queneau, Raymond. (1903–1976)

Ramler, Saly Ruth. (1894–1993)

Ribaucour.

Riemann, Bernhard. (1826–1866)

Rivier, Célestine.

Rivier, Denise.

Rivier, Élia.

Rivier, Joseph.

Ropartz, Guy. (1864–1955)

Roussy, Gustave. (1874–1970) Médecin, spécialiste de la lutte contre le cancer, doyen de la Faculté de Médecine puis, en 1937, Recteur de l'Université de Paris, révoqué en novembre 1940. Brève carrière politique après la guerre, interrompue par une campagne mensongère de calomnies qui entraîna son suicide, et sa réhabilitation (posthume).

Saltykow, Nicolas. (1872–1961) Mathématicien russe spécialiste des équations aux dérivées partielles, il fit sa carrière à l'université de Belgrade (auteur d'une notice sur Élie Cartan en serbe).

Santaló, Luis. (1911–2001) Mathématicien espagnol et un des inventeurs de la géométrie intégrale. Études à Madrid, thèse à Hambourg avec Blaschke. Guerre d'Espagne dans l'aviation républicaine. Dut ensuite s'exiler en Argentine, où il fut professeur à Rosario et Buenos-Aires.

Scheffers, Georg.

Schioldrop, Edgar. (1891–1965) Mathématicien norvégien, études en Norvège, puis à Paris et Berlin, thèse à Paris en 1922, professeur ensuite à Trondhjem et Oslo.

Schouten, Jan Arnoldus. (1883–1971)

Schubert, Franz. (1797–1828)

Schwerdtfeger, Hans. (1902–1990)

Sergescu, Pierre. (1893–1954) Mathématicien et historien des sciences roumain. Il représentait l'Université de Cluj au jubilé d'Élie Cartan.

Serret, Joseph-Alfred. (1819–1885)

Severi, Francesco. (1879–1961) Ce mathématicien italien a énormément contribué à la géométrie algébrique du xx^e siècle. Haut dignitaire du régime mussolinien. Au jubilé d'Élie Cartan, il représentait l'Académie royale des sciences et l'Académie d'Italie.

- Solomon, Jacques.** (1908–1942) Physicien, gendre de Langevin, communiste, un des premiers rédacteurs de *l'Université libre*, fusillé comme otage au Mont-Valérien le 23 mai 1942 (avec Politzer). Voir [1].
- Struik, Dirk Jan.** (1894–2000)
- Study, Eduard.** (1862–1930)
- Süß, Wilhelm.** (1895–1958) Mathématicien allemand à l'œuvre très controversée. Président de la DMV au moment où cette société exclut ses membres juifs, fondateur de l'Institut mathématique d'Oberwolfach, etc.
- Tannery, Jules.** (1848–1910)
- Terracini, Alessandro.** (1889–1968) Élève de Segre, professeur à Turin jusqu'à la législation antisémite de 1938, à Tucumán (Argentine), ensuite.
- Tresse, Arthur.** (1868–1958) Ami et camarade de promotion à l'É.N.S. d'Élie Cartan. Après des débuts mathématiques sous la direction de Sophus Lie (voir le chapitre 2), professeur au lycée de Nancy en 1898, à Paris successivement au collège Stanislas, au collège Rollin et au lycée Saint-Louis, devint enfin inspecteur général.
- Tzitzeica.**
- Umlauf, Karl Arthur.** (1866–XX)
- Valéry, Paul.** (1871–1945)
- Valiron, Georges.** (1884–1955) Normailien de la promotion de 1905. Avait passé sa thèse en 1914 sur les fonctions entières. Professeur aux universités de Strasbourg puis de Paris.
- Valiron, René.** XX prisonnier de guerre
- Vallat, Xavier.** (1891–1972)
- van der Waerden, Bartel Leenert.** (1903–1996)
- Vaney,**
- Veblen, Oswald.** (1880–1960)
- Verdurin, Madame.**
- Vergne, Henri.** Président de la SMF en 1939.
- Vessiot, Ernest.** (1865–1952)
- Villani, Cédric.** (Né en 1973)
- Villat, Henri.** (1879–1972)
- Vincensini (Paul).**
- Vogt, Henri.**
- Vranceanu, Gheorghe.** (1900–1979)
- Wachs, Sylvain.** Il a passé sa thèse le 18 novembre 1936 (titre : Essai sur la Géométrie projective quaternionnienne ; jury : Cartan, Chazy, Montel). Il a publié des articles jusqu'en 1950. Il était membre de la SMF depuis le 22 février 1928 (comme de Rham). La liste des adhérents de 1948 le donne comme professeur à la Faculté des sciences de Saïgon et celle de 1959 à Alger.
- Waddington,**
- Wavre, Rolin.** (1896–1949) Mathématicien et logicien genevois. Souvent présent à Paris, il représenta l'Université de Genève au jubilé d'Élie Cartan.
- Wedderburn, Joseph Henry Maclagan.** (1882–1948)

Weil, André. (1906–1998) Lui aussi un mathématicien complet. Ses travaux en arithmétique et autour du théorème de de Rham sont évoqués dans le livre. La fondation de Bourbaki, dont il fut l’âme, sa formation à lui et son itinéraire (géographique) un peu inhabituel sont évoqués par lui-même dans son livre [365]. On trouvera sans mal d’autres références, citons [366] de sa fille Sylvie Weil et sa correspondance [16] avec Henri Cartan.

Weil, Simone. (1909–1943)

Weiss, Ernst August. (1900–1942) Thèse avec Study en 1924, un des correspondants d’Élie Cartan. Membre de la S.A. et organisateur de camps mathématiques de vacances (nazi), tué sur le front russe.

Weiss, Jane.

Weiss, Marthe (née Klein). (1885–1953)

Weiss, Pierre. (1865–1940)

Weyl, Hermann. (1885–1955)

Whitehead, J.H.C.. (1904–1960)

Young XX.

Zaremba (Stanisław). (1863–1942)

Zay, Jean. (1904–1944)

Zervos, XX. XX