

# After a reading of Kovalevskaya

—what is integrability?



Michèle Audin, IRMA, Université de Strasbourg

SUR LE PROBLÈME DE LA ROTATION  
D'UN CORPS SOLIDE AUTOUR D'UN POINT FIXE<sup>1</sup>

PAR

SOPHIE KOWALEVSKI  
À STOCKHOLM.

§ I.

Le problème de la rotation d'un corps solide pesant autour d'un point fixe peut se ramener, comme on sait, à l'intégration du système d'équations différentielles suivant:

$$\begin{aligned}
 A \frac{dp}{dt} &= (B - C)qr + Mg(y_0 r'' - z_0 r'), & \frac{d\gamma}{dt} &= r\gamma' - q\gamma'', \\
 (1) \quad B \frac{dq}{dt} &= (C - A)rp + Mg(z_0 r' - x_0 r''), & \frac{d\gamma'}{dt} &= p\gamma'' - r\gamma', \\
 C \frac{dr}{dt} &= (A - B)pq + Mg(x_0 r' - y_0 r), & \frac{d\gamma''}{dt} &= q\gamma' - p\gamma''.
 \end{aligned}$$

Les constantes  $A, B, C, Mg, x_0, y_0, z_0$  qui figurent dans ces équations ont la signification suivante.

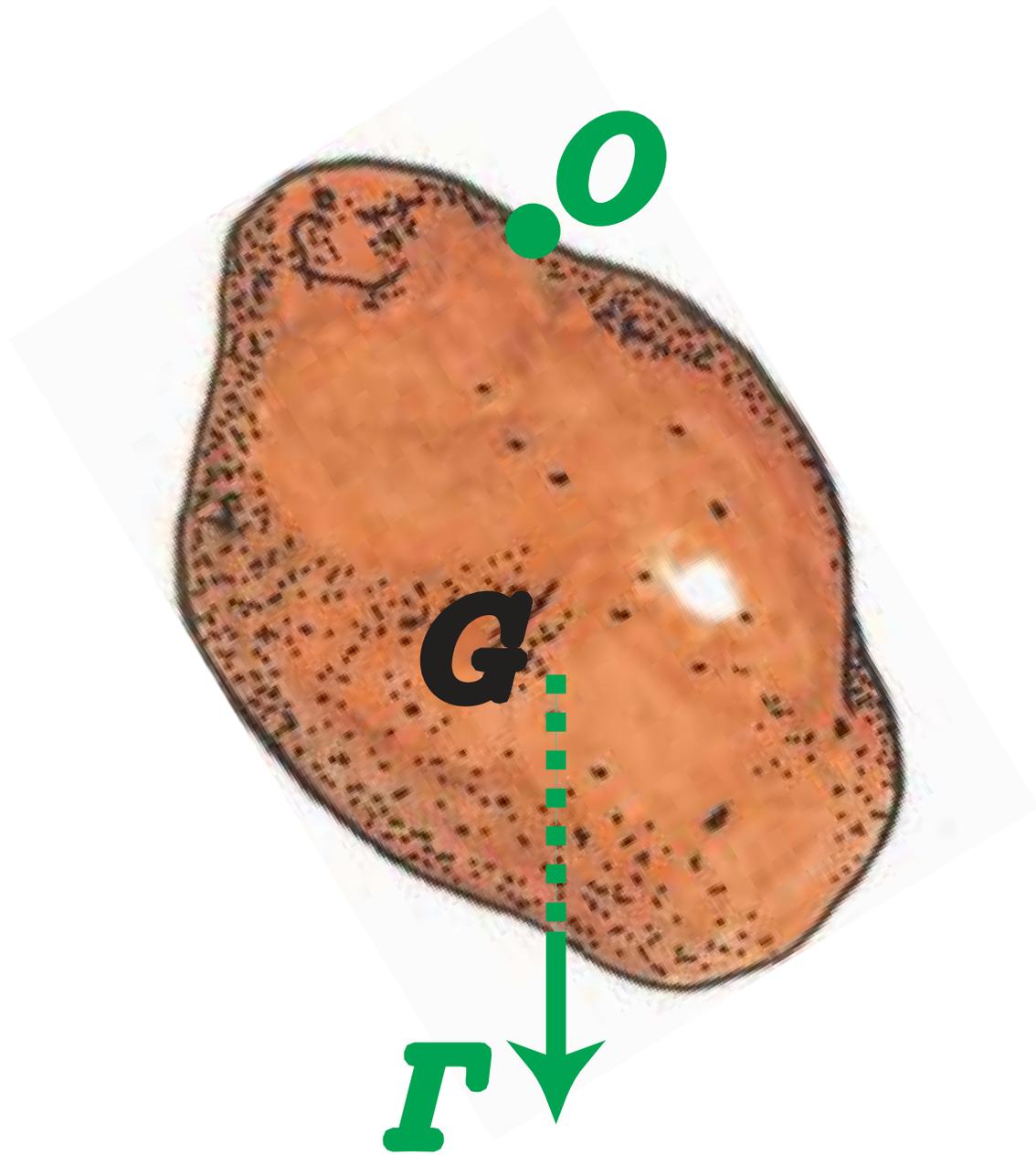
$A, B, C$  sont les axes principaux de l'ellipsoïde d'inertie du corps considéré, relativement au point fixe.

$M$  est la masse du corps;

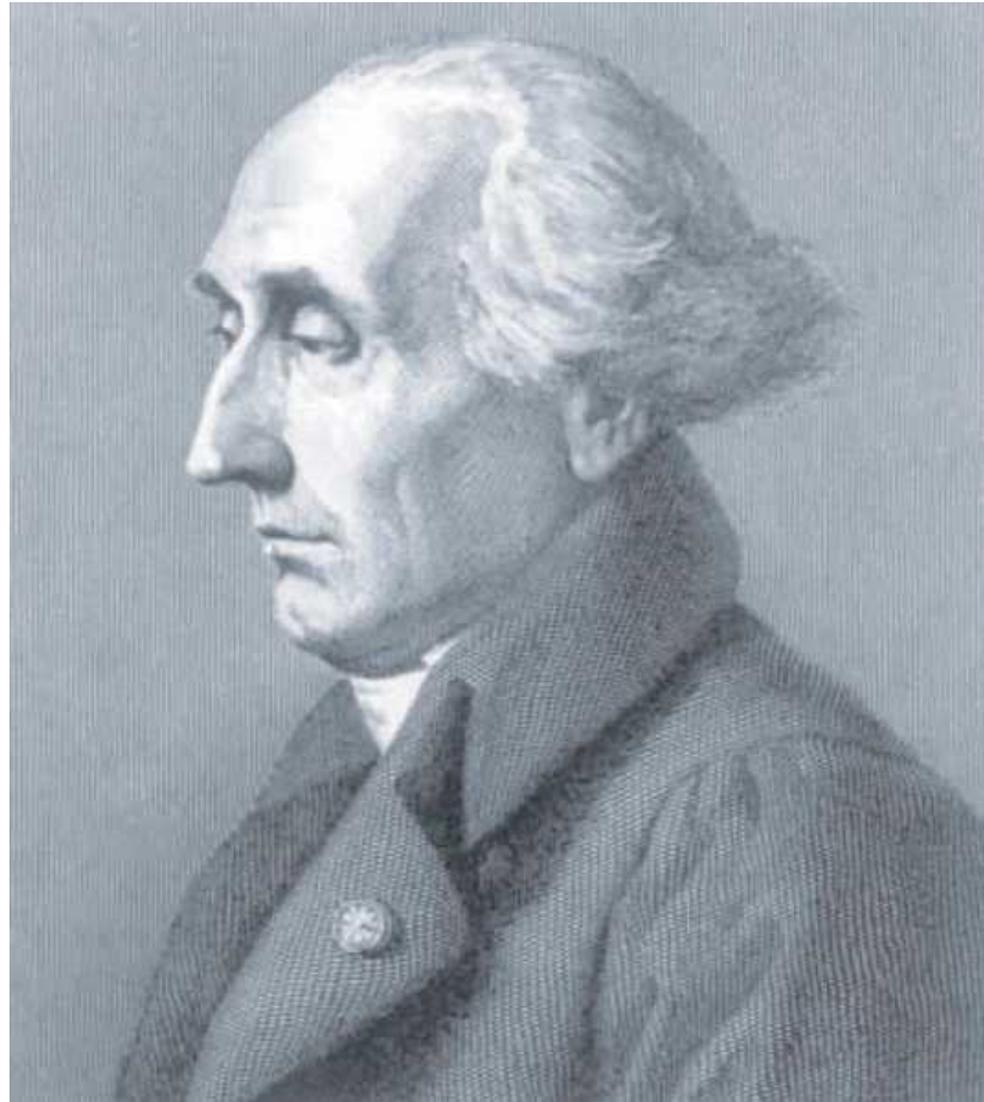
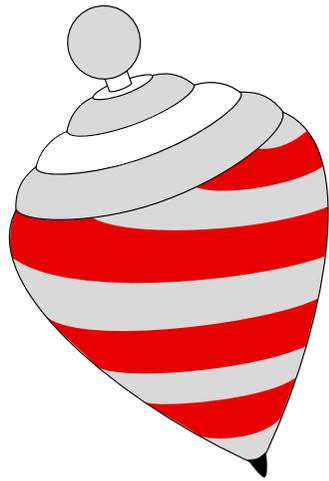
$g$  l'intensité de la force de gravité;

---

<sup>1</sup> Ce mémoire est le résumé d'un travail auquel l'Académie des Sciences de Paris, dans sa séance solennelle du 24 décembre 1888, a décerné le prix Bordin élevé de 3000 à 5000 francs.







To summarize:

- **XVIII**th century (1765), **Euler** solves the case  $O = G$ ,
- **XVIII**th century (1788), **Lagrange** solves the case of an axis of revolution containing the fixed point,
- **1852**, prize offered by the Berlin Academy of sciences, to investigate the general case...  
... no contribution at all.

In short, woman was a problem which, since Mr Brooke's mind felt blank before it, could hardly be less complicated than the revolution of an irregular solid.

George Eliot  
*Middlemarch* 1872

## Sofya Kovalevskaya (1850–1891)



- thesis with [Weierstrass](#) (1874), three papers, among which the Cauchy-Kovalevskaya theorem
- professor at the university of [Stockholm](#) since 1884
- Bordin prize of the French Academy of sciences in 1888 for her work on the [rigid body](#)

$$A \frac{dp}{dt} = (B - C)qr + Mg(y_0\gamma'' - z_0\gamma'),$$

$$\frac{d\gamma}{dt} = r\gamma' - q\gamma'',$$

$$B \frac{dq}{dt} = (C - A)rp + Mg(z_0\gamma - x_0\gamma''),$$

$$\frac{d\gamma'}{dt} = p\gamma'' - r\gamma,$$

$$C \frac{dr}{dt} = (A - B)pq + Mg(x_0\gamma' - y_0\gamma),$$

$$\frac{d\gamma''}{dt} = q\gamma - p\gamma'.$$

