

La dos ideas de Sofía Kovalevskaya

Michèle Audin

IRMA, Université de Strasbourg

Coloquio RSME,

Biblioteca de Bidebarrieta, Bilbao,

24 de junio de 2011

El 24 de diciembre de 1888, en la Académie des sciences

Señores, entre las coronas que vamos
a conceder, se encuentra una de las más bellas
y de las más difíciles de obtener,
que se posará sobre una frente femenina.

El 24 de diciembre de 1888, en la Académie des sciences

La Sra. de Kowalewski ha conseguido
este año el gran premio
de las Ciencias matemáticas [Bordin].

El 24 de diciembre de 1888, en la Académie des sciences

Nuestros colegas de la sección de Geometría,
tras el examen de la memoria presentada
al concurso, han reconocido en este trabajo
no solamente la prueba de un saber
extenso y profundo,
sino también la marca de
un gran espíritu de invención.

¿De quién se trata?



Sofia Kovalevskaya
(1850–1891)

La señora **de** Kowalewski
Respetabilidad...

El 24 de diciembre de 1888, en la Académie des sciences

(continuación)

La Sra. de Kowalewski es profesora
en la Universidad de Estocolmo,
donde forma alumnos sabios.

El 24 de diciembre de 1888, en la Académie des sciences

(continuación)

La Sra. de Kowalewski es profesora
en la Universidad de Estocolmo,
donde forma alumnos sabios.



Gösta Mittag-Leffler
(1846–1927)

El 24 de diciembre de 1888, en la Académie des sciences

(continuación)

Desciende del rey de Hungría Mathias Corvin, que no sólo fue un gran guerrero, sino que fue aún mejor un protector ilustrado de las Ciencias, las Letras y las Artes.

Son evidentemente estas últimas cualidades las que la Sra. de Kowalewski ha debido heredar de su ilustre antepasado, y le felicitamos por ello.



Sofía, nacida Krukovskaya,
después
Korvin-Krukovskaya,
esposa de
Vladimir Kovalevski

Lo que ella ha hecho



para poder ir **a estudiar al extranjero**, concierta un matrimonio “blanco”

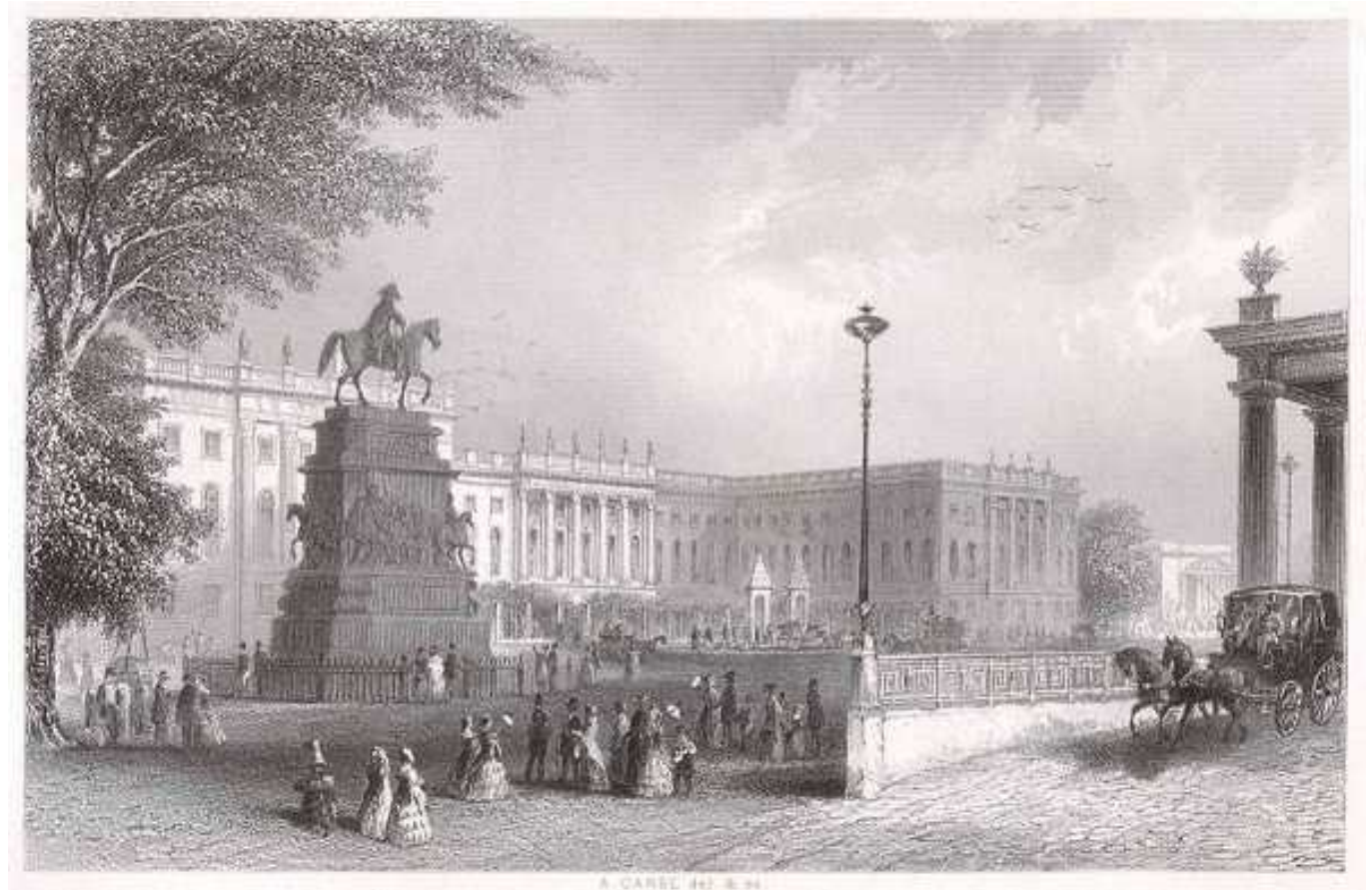
con Vladimir Kowalevski, un joven biólogo,
nihilista como ella.



En octubre de 1869, parten hacia **Heidelberg**.

Estudios con **Königsberger**
y **du Bois-Reymond**, especialmente,
que le aconsejan ir a estudiar a **Berlin**,
con el mismo “maestro”.

En 1870,
Sofia parte
hacia Berlín,
donde **Weierstrass**
le da clases
particulares,
ya que ella no puede
asistir a sus clases
en la universidad.



En 1872, Weierstrass se entera
de que su matrimonio es de conveniencia
y que ella necesitará ganarse la vida.
Decide entonces hacerle pasar una tesis.



Karl Weierstrass
(1815–1897)

La tesis de Sofía Kovalevskaya,

Göttingen, 29 de agosto de 1874

- El teorema de **Cauchy-Kowalevski**

Kowalevski, Sophie, *Zur Theorie der partiellen Differentialgleichungen*, Journal für die reine und angewandte Mathematik, **80** (1875), pp. 1–32.

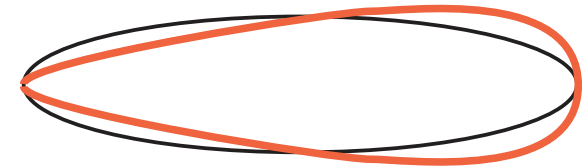
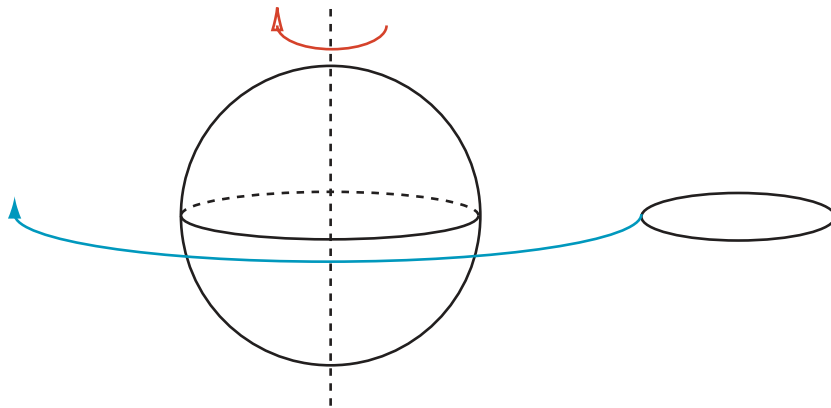
- Los **anillos de Saturno**

Kowalevski, Sophie, *Zusätze und Bemerkungen zu Laplace's Untersuchung über die Gestalt der Saturnringe*, Astronomische Nachrichten, **111** (1885), pp. 37–48.

- Integrales abelianas

Kowalevski, Sophie, *Über die Reduction einer bestimmten Klasse Abel'scher Integrale 3tem Ranges auf elliptische Integrale*, Acta Math. **4** (1884), pp. 392–414.

Los anillos de Saturno, *Zusätze und Bemerkungen zu Laplace's Untersuchung über die Gestalt der Saturnringe*, *Astronomische Nachrichten*, **111** (1885), pp. 37–48.



El teorema de Cauchy-Kowalevski

Es un teorema que da condiciones para que una
“**ecuación en derivadas parciales**”
(una ecuación diferencial un poco complicada)
tenga soluciones.

Sofia K. demostró que la existencia de soluciones
era mucho menos simple
que en el caso de las ecuaciones diferenciales ordinarias.
Esto extrañó mucho a Weierstrass.

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

Weierstrass en Fuchs, 27 de junio de 1874

[...] no esperaba nada diferente de lo que sucede en el caso de las ecuaciones diferenciales ordinarias.

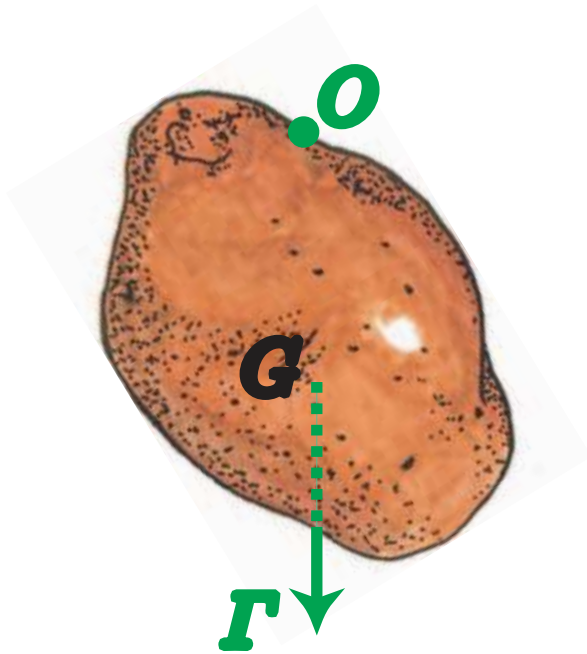
[...] pensaba que una serie entera en varias variables que satisfacía formalmente una ecuación en derivadas parciales debía converger en algún lugar y por lo tanto representar una función que satisface realmente la ecuación.

No es cierto, como puede usted ver [...] Esto ha sido descubierto, **con gran sorpresa por mi parte** por mi alumna, de manera completamente independiente.

[...] admiro mucho el medio aparentemente simple que ha encontrado para superar este obstáculo y que considero como la prueba de su olfato matemático.

La peonza de Kowalevski

El problema del sólido



estudiar el movimiento
de un sólido

con un punto fijo O

en un campo de gravedad constante Γ

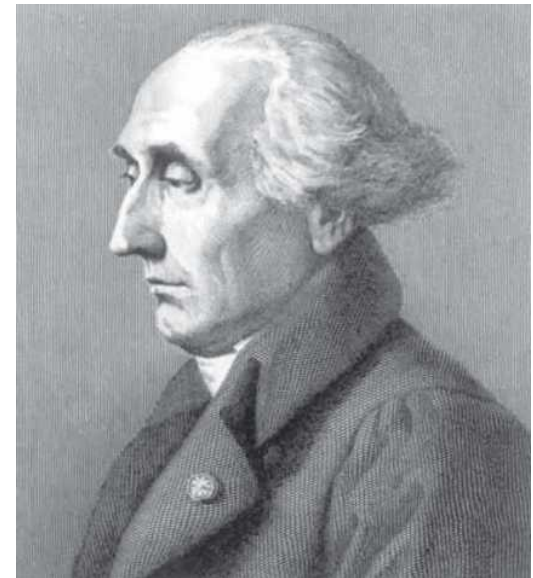
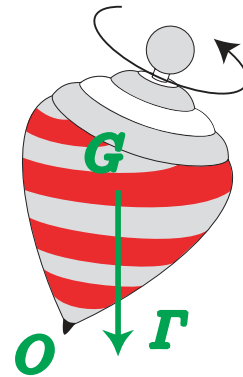
Se sabía resolver

en el caso de Euler



el centro de gravedad es fijo

y en el de Lagrange



el sólido tiene un eje de revolución

Siglo XVIII... al siglo XIX: un problema famoso

Sofia piensa en él desde hace tiempo – ¿1869?



George Eliot (1819–1880)

En resumen, la mujer era un problema que, ya que el Sr. Brooke se sentía con la mente vacía en su presencia, no podía ser menos complicado que las revoluciones de un cuerpo sólido de forma irregular.

Middlemarch (1871)

Los Kowalevski visitaron a George Eliot en Londres en 1869.

Sofia piensa en él desde hace tiempo – 1884

Excusez-moi de vous écrire d'une manière un peu triste aujourd'hui. Je suis en effet d'une humeur ^{triste} après ^{triste} l'été. Le pire est que je ne me sens aucune disposition ~~à~~ pour le travail. Je ne suis pas encore parvenue à me forcer de m'occuper d'une manière un peu sérieuse de mon cours pour le semestre prochain. - Mais j'ai beaucoup réfléchi au problème suivant: Prenons le système d'éq. ^{dif.} suivant

$$\frac{dx}{dt} = ax^2 + by^2 + cz^2 + 2dxy + 2ezx + 2fxy$$

$$\frac{dy}{dt} = a_1x^2 + b_1y^2 + c_1z^2 + 2d_1yz + 2e_1zx + 2f_1xy$$

$$\frac{dz}{dt} = a_2x^2 + b_2y^2 + c_2z^2 + 2d_2yz + 2e_2zx + 2f_2xy$$

en introduisant au lieu de x, y, z des fonctions linéaires

$$\xi = \alpha x + \beta y + \gamma z$$

$$\eta = \alpha_1 x + \beta_1 y + \gamma_1 z$$

$$\zeta = \alpha_2 x + \beta_2 y + \gamma_2 z$$

on peut ramener ce système d'éq. à un certain nombre de types plus simples.

Una carta a Mittag-Leffler

Navidad de 1884

Ella está en Berlin

Él está en Paris

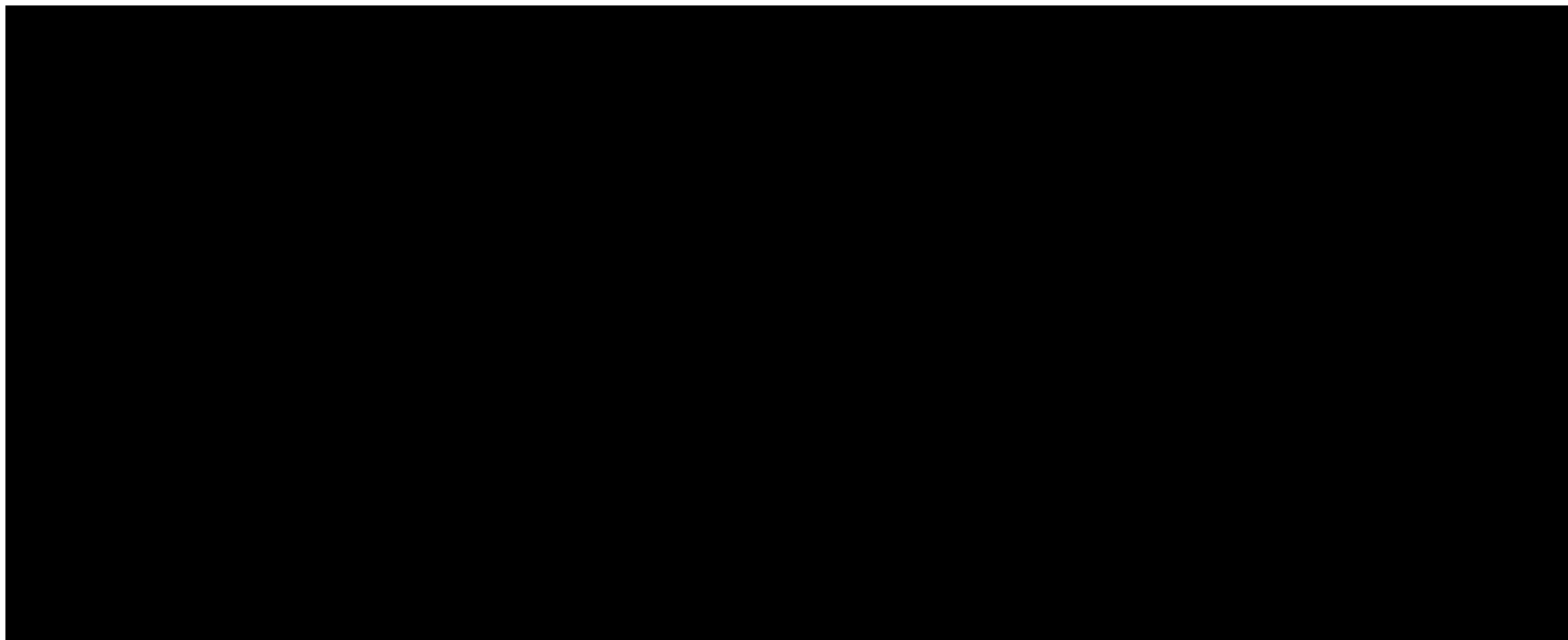
Ella sueña despierta con un problema...

un sistema diferencial

$$A \frac{dp}{dt} = (B - C)qr + Mg(y_0\gamma'' - z_0\gamma'), \quad \frac{d\gamma}{dt} = r\gamma' - g\gamma'',$$

$$B \frac{dq}{dt} = (C - A)rp + Mg(z_0\gamma - x_0\gamma''), \quad \frac{d\gamma'}{dt} = p\gamma'' - r\gamma,$$

$$C \frac{dr}{dt} = (A - B)pq + Mg(x_0\gamma' - y_0\gamma), \quad \frac{d\gamma''}{dt} = g\gamma - p\gamma'.$$



Sur le problème de la rotation...

Acta Mathematica 1889

Hasta ahora no se había llegado a integrar estas ecuaciones más que en dos casos particulares:

1. El caso de **Poisson** (o de Euler) donde se tiene $x_0 = y_0 = z_0 = 0$,
2. El caso de **Lagrange** donde se tiene $A = B$, $x_0 = y_0 = 0$.

[...]

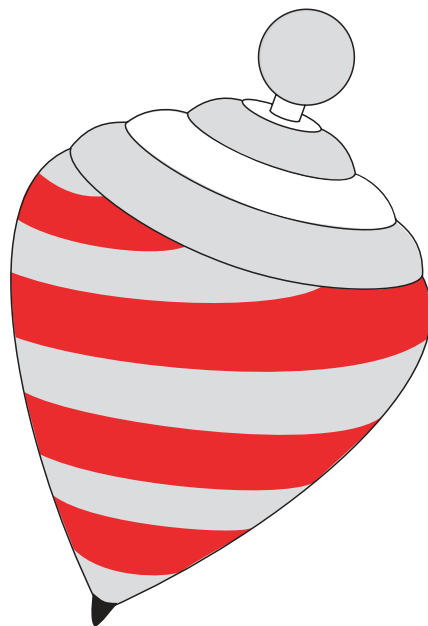
Las seis cantidades $p, q, r, \gamma, \gamma', \gamma''$ son en estos dos casos funciones uniformes en el tiempo, **sin singularidades excepto los polos** para todos los valores finitos de la variables.

Las integrales de las ecuaciones diferenciales consideradas ¿conser-
van esta propiedad en el caso general?

Sobre el problema de la rotación...

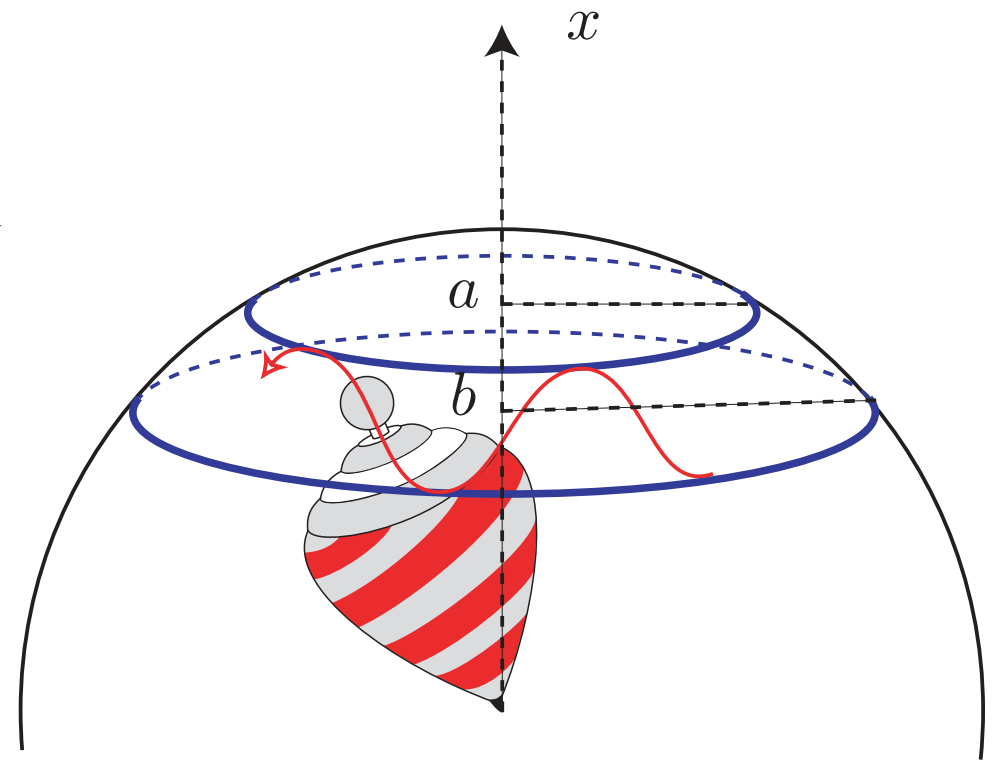
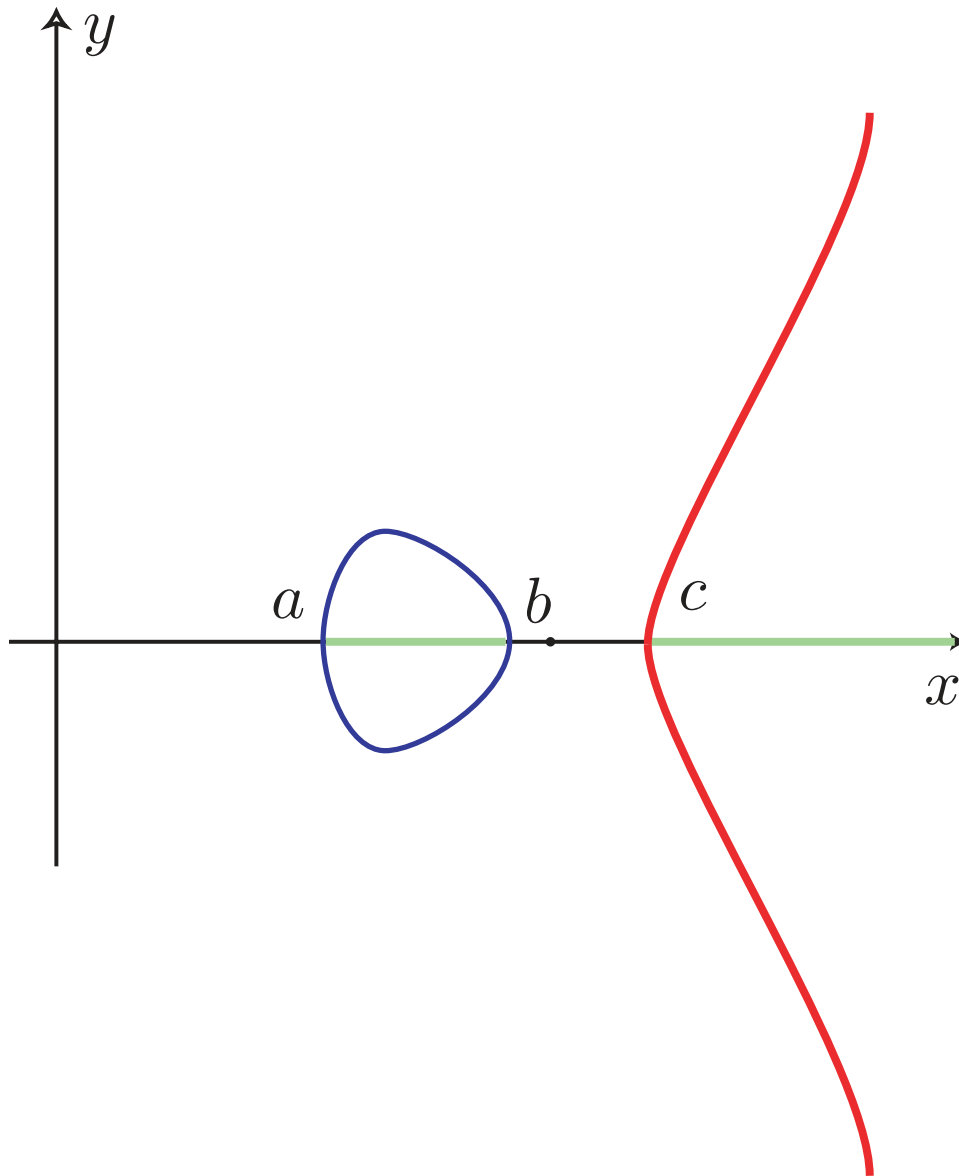
Acta Mathematica 1889

En el caso de Lagrange

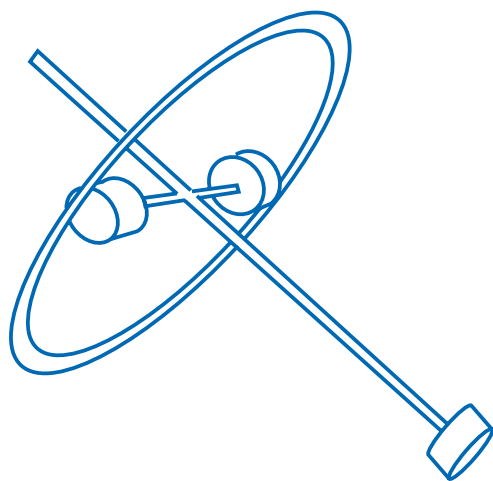
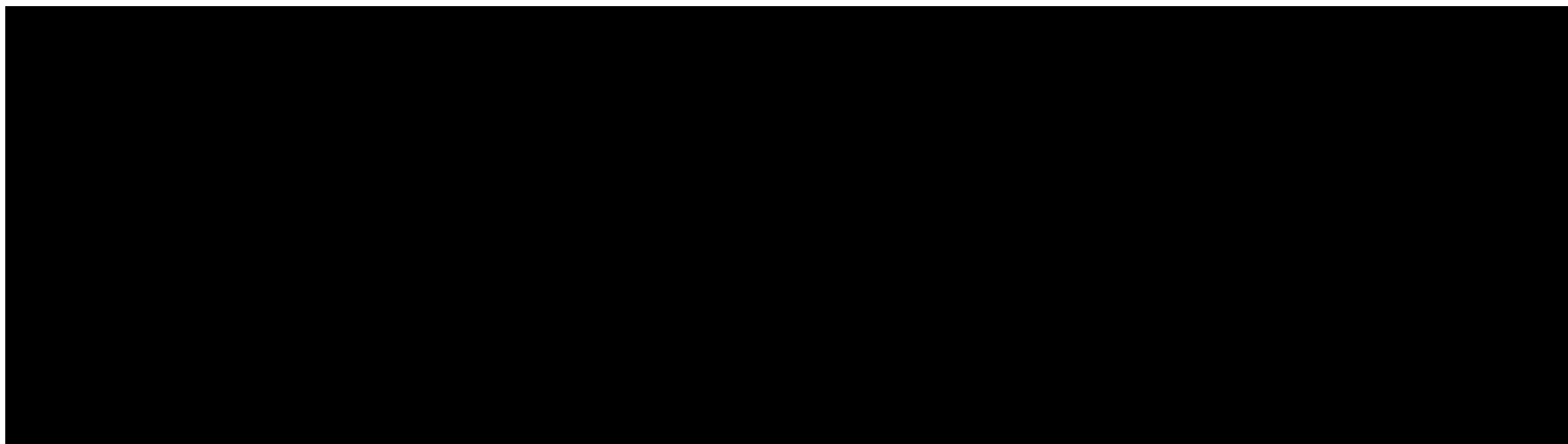


precesión y **nutación**

En el caso de Lagrange, **nutación**



una curva elíptica

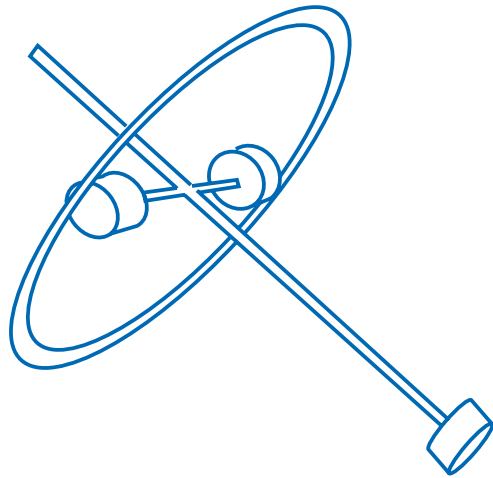


Sur le problème de la rotation...
Acta Mathematica 1889

Efectuando los cálculos me he asegurado que estas condiciones no se cumplen en el caso general; pero que, aparte los dos casos ya conocidos, **se cumplen aún en un nuevo caso**, donde las constantes satisfacen las ecuaciones siguientes

$$A = B = 2C, \quad z_0 = 0.$$

Es este caso el que me propongo estudiar en los siguientes párrafos.



Sobre el problema de la rotación...
Acta Mathematica 1889

La comisión del Premio Bordin

[...] Este notable trabajo contiene el descubrimiento de un nuevo caso en el que se pueden integrar las ecuaciones diferenciales del movimiento de un cuerpo pesado, fijado por uno de sus puntos.

El autor no se ha contentado con añadir un resultado del más alto interés a los que nos han sido transmitidos sobre este tema por Euler y por Lagrange: ha hecho del descubrimiento que le debemos un estudio profundo en el que se emplean todos los recursos de la teoría moderna de funciones.

Las propiedades de las funciones ϑ con dos variables independientes permiten dar la solución completa en la forma más precisa y más elegante; y se tiene así un nuevo y memorable ejemplo de un problema de Mecánica en el que intervienen estas funciones transcendentales, cuyas aplicaciones habían estado acotadas hasta ahora al análisis puro o a la Geometría [...]

¿Por qué hablar de ello hoy en día?

Una vida profesional... como las nuestras

- demuestra **teoremas**,
- da **clases**,
- se interesa por la **política**,
- **viaja** para encontrarse con colegas de otras universidades, asiste y contribuye en **congresos** científicos,
 - participa en **reuniones** de consejos, escribe **informes** y cartas de recomendación,
- tiene una hija,
- es editora de una **revista** internacional (*Acta Mathematica*),
- es candidata en promociones...

Su integración en el medio matemático



Charles Hermite
(1822–1901)

Hermite a Mittag-Leffler, 1888

Al anunciarle que la memoria de la Sra. Kowalevski sería coronada por la Académie, le había pedido que no difundiera mi comunicación, pero hoy he recibido [...] la misión, que me agrada profundamente, de informar oficialmente a la Sra. Kowalevski que no sólo se le ha concedido el premio Bordin, sino que debido al mérito excepcional de su trabajo la Académie [...] ha aumentado el valor del premio por medio de medios de los que dispone, y lo ha fijado en 5 000 F.

y en la sociedad sueca



August Strindberg
(1849–1912)

Una mujer profesora es un fenómeno pernicioso y desagradable – e incluso, puede decirse, una monstruosidad. Los suecos le han invitado simplemente porque son personas tradicionalmente galantes hacia el sexo débil.

Cuando la universidad de Estocolmo ha dividido el salario del profesor de matemáticas para dar la mitad a una mujer, ha sido un crimen – contra la justicia. Y los hombres se han alegrado.

Una matemática con dos ideas



André Weil
(1906–1998)

Era una **matemática con dos ideas**,
Saben, muchos matemáticos tienen una buena idea – lo que es mejor que no tener ninguna – y después la explotan durante toda su vida. Vean a Mittag-Leffler.

Por el contrario, Kovalevskaya ha tenido la idea que le ha conducido (independientemente de Cauchy) a lo que se llama el **teorema de Cauchy-Kovalevskaya**, después, diez años más tarde, la idea conduciéndole a **la peonza de Kovalevskaya**.

¿Por qué hablar de ello hoy en día?

Esta idea es muy fecunda. Permite por ejemplo definir un “sistema integrable”:

- un sistema para el que muchas cantidades (como la energía, el momento, ...) se conservan,
- o un sistema cuyas soluciones son bastante regulares. Estas propiedades, presentes en el artículo de 1888, se utilizan aún hoy en día.

Sistemas *integrables*

