

Panorama des géométries



Michèle Audin

Institut de recherche mathématique avancée

(CNRS et Université de Strasbourg)

Géométries, une liste

affine	de Lobatchevski	non commutative
algébrique	de Riemann	non euclidienne
anallagmatique	descriptive	plane
analytique	différentielle	presque complexe
arguésienne	discrète	projective
arithmétique	élémentaire	pseudo-riemannienne
cartésienne	elliptique	pure
classique	énumérative	réelle
combinatoire	euclidienne	riemannienne
complexe	finslérienne	sous-riemannienne
conforme	hyperbolique	sphérique
convexe	intrinsèque	symplectique
dans l'espace	kon	synthétique
de contact	lorentzienne	torique
de position	métrique	vectorielle

Géométries, une liste

affine

algébrique

anallagmatique

analytique

arguésienne

arithmétique

cartésienne

classique

combinatoire

complexe

conforme

convexe

dans l'espace

de contact

de position

de Lobatchevski

de Riemann

descriptive

différentielle

discrète

élémentaire

elliptique

énumérative

euclidienne

finslérienne

hyperbolique

intrinsèque

kon

lorentzienne

métrique

non commutative

non euclidienne

plane

presque complexe

projective

pseudo-riemannienne

pure

réelle

riemannienne

sous-riemannienne

sphérique

symplectique

synthétique

torique

vectorielle

Géométries, une liste

affine	de Lobatchevski	non commutative
algébrique	de Riemann	non euclidienne
anallagmatique	descriptive	plane
analytique	différentielle	presque complexe
arguésienne	discrète	projective
arithmétique	élémentaire	pseudo-riemannienne
cartésienne	elliptique	pure
classique	énumérative	réelle
combinatoire	euclidienne	riemannienne
complexe	finslérienne	sous-riemannienne
conforme	hyperbolique	sphérique
convexe	intrinsèque	symplectique
dans l'espace	kon	synthétique
de contact	lorentzienne	torique
de position	métrique	vectorielle

Géométries, une liste

affine	de Lobatchevski	non commutative
algébrique	de Riemann	non euclidienne
anallagmatique	descriptive	plane
analytique	différentielle	presque complexe
arguésienne	discrète	projective
arithmétique	élémentaire	pseudo-riemannienne
cartésienne	elliptique	pure
classique	énumérative	réelle
combinatoire	euclidienne	riemannienne
complexe	finslérienne	sous-riemannienne
conforme	hyperbolique	sphérique
convexe	intrinsèque	symplectique
dans l'espace	kon	synthétique
de contact	lorentzienne	torique
de position	métrique	vectorielle

Géométries, une liste

affine	de Lobatchevski	non commutative
algébrique	de Riemann	non euclidienne
anallagmatique	descriptive	plane
analytique	différentielle	presque complexe
arguésienne	discrète	projective
arithmétique	élémentaire	pseudo-riemannienne
cartésienne	elliptique	pure
classique	énumérative	réelle
combinatoire	euclidienne	riemannienne
complexe	finslérienne	sous-riemannienne
conforme	hyperbolique	sphérique
convexe	intrinsèque	symplectique
dans l'espace	kon	synthétique
de contact	lorentzienne	torique
de position	métrique	vectorielle

Géométries, une liste

affine	de Lobatchevski	non commutative
algébrique	de Riemann	non euclidienne
anallagmatique	descriptive	plane
analytique	différentielle	presque complexe
arguésienne	discrète	projective
arithmétique	élémentaire	pseudo-riemannienne
cartésienne	elliptique	pure
classique	énumérative	réelle
combinatoire	euclidienne	riemannienne
complexe	finslérienne	sous-riemannienne
conforme	hyperbolique	sphérique
convexe	intrinsèque	symplectique
dans l'espace	kon	synthétique
de contact	lorentzienne	torique
de position	métrique	vectorielle

Géométries, une liste

affine
algébrique
anallagmatique
analytique
arguésienne
arithmétique
cartésienne
classique
combinatoire
complexe
conforme
convexe
dans l'espace
de contact
de position

de Lobatchevski
de Riemann
descriptive
différentielle
discrète
élémentaire
elliptique
énumérative
euclidienne
finslérienne
hyperbolique
intrinsèque
kon
lorentzienne
métrique

non commutative
non euclidienne
plane
presque complexe
projective
pseudo-riemannienne
pure
réelle
riemannienne
sous-riemannienne
sphérique
symplectique
synthétique
torique
vectorielle

Géométries, une liste

affine	de Lobatchevski	non commutative
algébrique	de Riemann	non euclidienne
anallagmatique	descriptive	plane
analytique	différentielle	presque complexe
arguésienne	discrète	projective
arithmétique	élémentaire	pseudo-riemannienne
cartésienne	elliptique	pure
classique	énumérative	réelle
combinatoire	euclidienne	riemannienne
complexe	finslérienne	sous-riemannienne
conforme	hyperbolique	sphérique
convexe	intrinsèque	symplectique
dans l'espace	kon	synthétique
de contact	lorentzienne	torique
de position	métrique	vectorielle

Géométries, une liste

affine	de Lobatchevski	non commutative
algébrique	de Riemann	non euclidienne
anallagmatique	descriptive	plane
analytique	différentielle	presque complexe
arguésienne	discrète	projective
arithmétique	élémentaire	pseudo-riemannienne
cartésienne	elliptique	pure
classique	énumérative	réelle
combinatoire	euclidienne	riemannienne
complexe	finslérienne	sous-riemannienne
conforme	hyperbolique	sphérique
convexe	intrinsèque	symplectique
dans l'espace	kon	synthétique
de contact	lorentzienne	torique
de position	métrique	vectorielle

Géométries, une liste

affine	de Lobatchevski	non commutative
algébrique	de Riemann	non euclidienne
anallagmatique	descriptive	plane
analytique	différentielle	presque complexe
arguésienne	discrète	projective
arithmétique	élémentaire	pseudo-riemannienne
cartésienne	elliptique	pure
classique	énumérative	réelle
combinatoire	euclidienne	riemannienne
complexe	finslérienne	sous-riemannienne
conforme	hyperbolique	sphérique
convexe	intrinsèque	symplectique
dans l'espace	kon	synthétique
de contact	lorentzienne	torique
de position	métrique	vectorielle

Géométries, une liste

sphérique

Géométrie sphérique



Une page de publicité

Voir

Géométrie, mesurer la terre, mesurer la Terre ?



Images des Mathématiques, CNRS, 2009.

En ligne,

<http://images.math.cnrs.fr/Geometrie-mesurer-la-terre-mesurer.html>

et d'ailleurs, plus généralement, le site

<http://images.math.cnrs.fr>

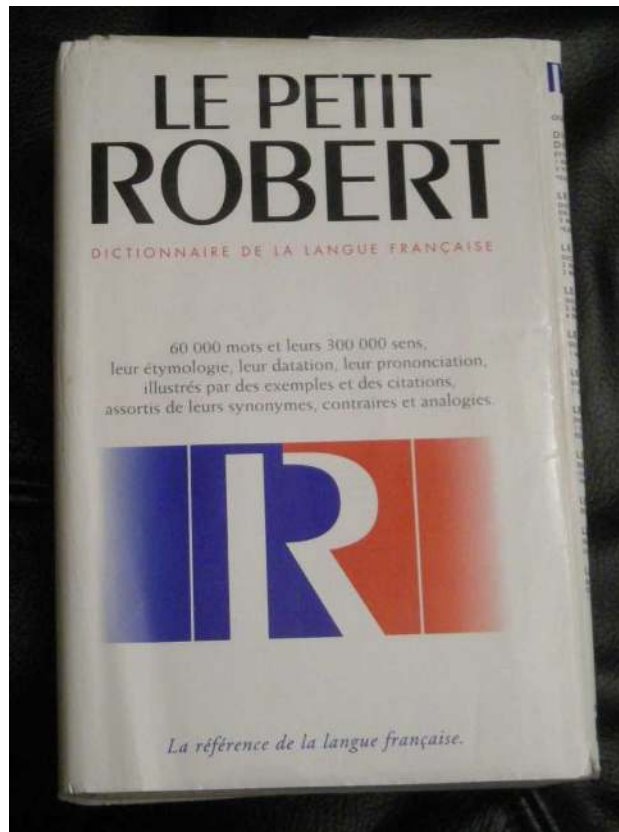
Une question

Je suis à Maubeuge, je regarde vers l'est, je vais tout droit.

Après 20 000 km, où suis-je?

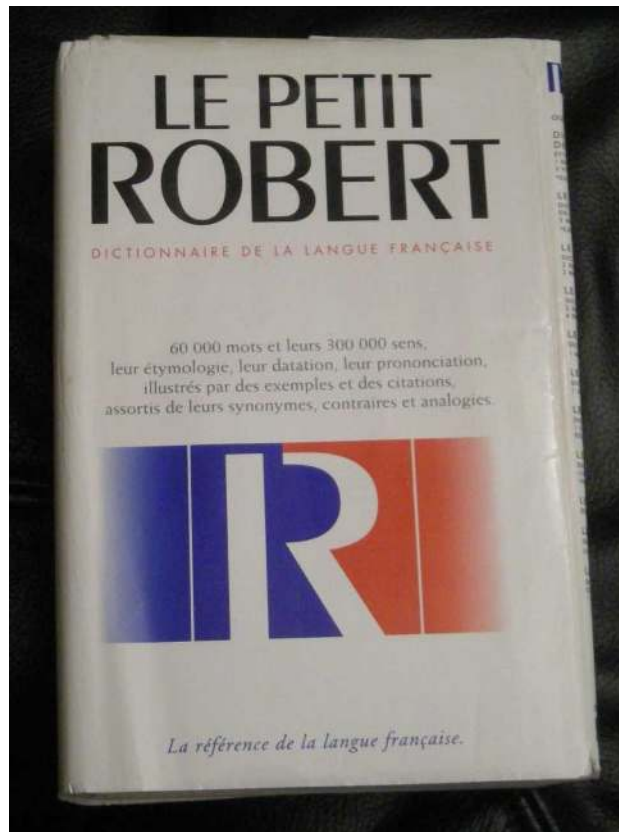
Et si j'avais regardé vers l'ouest?

La géométrie, c'est quoi?



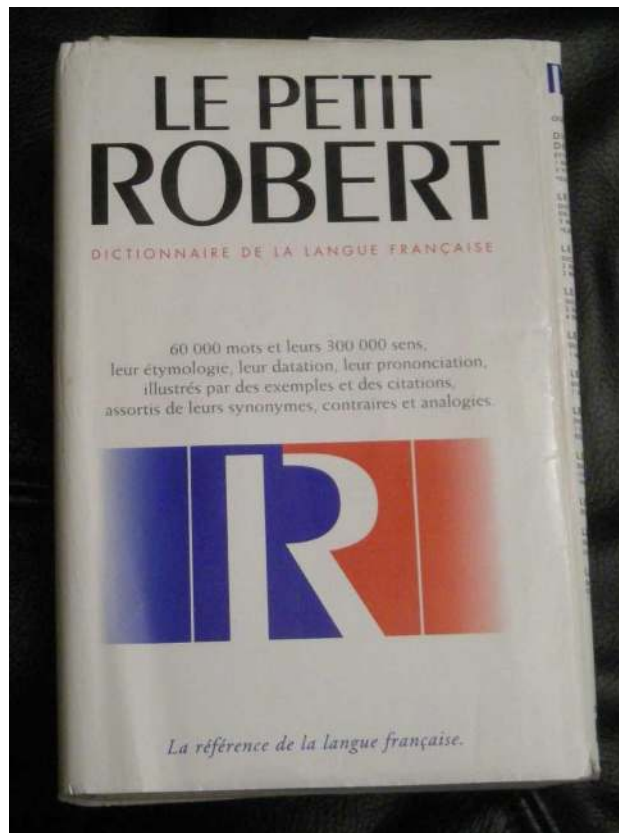
GÉOMÉTRIE n. f. – 1175 «arpentage» ; lat. *geometria*, o. gr. 1. Science des figures de l'espace physique. «*La géométrie [...] science de toutes les espèces d'espace*» (d'après Kant). 2. MATH. VX Étude des relations entre points, courbes, surfaces et volumes de l'espace réel. – MOD. Étude des invariants du groupe opérant sur des ensembles de points. *Géométrie affine et géométrie vectorielle. Géométrie algébrique. Géométrie analytique*, où l'on utilise le calcul algébrique sur les coordonnées des points. *Géométrie descriptive*, où les figures de l'espace sont définies par leurs projections orthogonales sur deux plans perpendiculaires. *Géométrie différentielle*. – *Géométrie euclidienne ou géométrie de l'angle droit plane (dans R^2) ou dans l'espace (dans R^3)*. *Les géométries non euclidiennes: la géométrie elliptique, géométrie de Riemann ou géométrie de l'angle obtus, et la géométrie hyperbolique ou géométrie de l'angle aigu*. – *Figure de géométrie. Étudier, enseigner la géométrie.* ♦ *Traité, manuel de géométrie. Acheter une géométrie.*

La géométrie, c'est quoi?



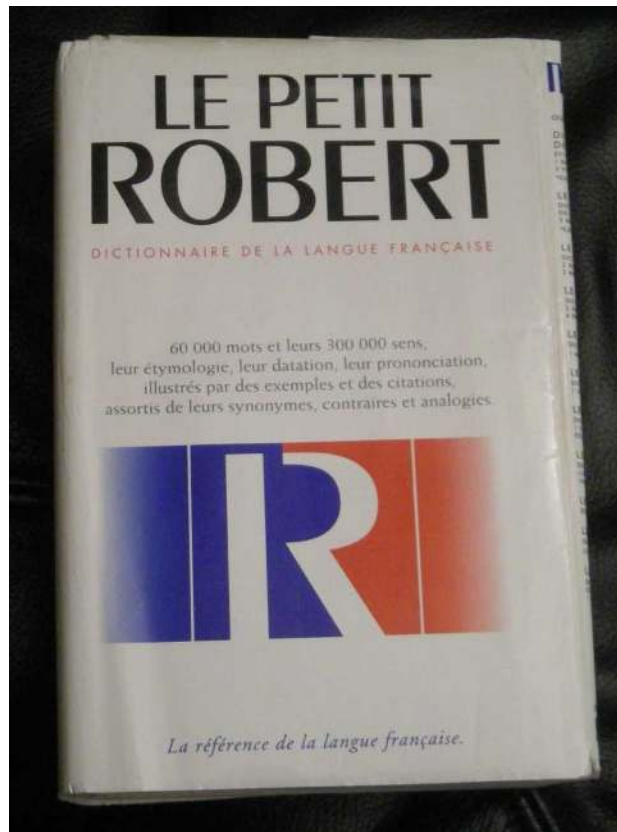
GÉOMÉTRIE n. f. – 1175 «arpentage» ; lat. *geometria*, o. gr. 1. Science des figures de l'espace physique. «*La géométrie [...] science de toutes les espèces d'espace*» (d'après Kant). 2. MATH. VX Étude des relations entre points, courbes, surfaces et volumes de l'espace réel. – MOD. Étude des invariants du groupe opérant sur des ensembles de points. *Géométrie affine et géométrie vectorielle. Géométrie algébrique. Géométrie analytique*, où l'on utilise le calcul algébrique sur les coordonnées des points. *Géométrie descriptive*, où les figures de l'espace sont définies par leurs projections orthogonales sur deux plans perpendiculaires. *Géométrie différentielle*. – *Géométrie euclidienne ou géométrie de l'angle droit plane (dans R^2) ou dans l'espace (dans R^3)*. *Les géométries non euclidiennes: la géométrie elliptique, géométrie de Riemann ou géométrie de l'angle obtus, et la géométrie hyperbolique ou géométrie de l'angle aigu*. – *Figure de géométrie. Étudier, enseigner la géométrie.* ♦ *Traité, manuel de géométrie. Acheter une géométrie.*

La géométrie, c'est quoi?



GÉOMÉTRIE n. f. – 1175 «arpentage» ; lat. *geometria*, o. gr. 1. Science des figures de l'espace physique. «*La géométrie [...] science de toutes les espèces d'espace*» (d'après Kant). 2. MATH. VX Étude des relations entre points, courbes, surfaces et volumes de l'espace réel. – MOD. Étude des invariants du groupe opérant sur des ensembles de points. *Géométrie affine et géométrie vectorielle. Géométrie algébrique. Géométrie analytique*, où l'on utilise le calcul algébrique sur les coordonnées des points. *Géométrie descriptive*, où les figures de l'espace sont définies par leurs projections orthogonales sur deux plans perpendiculaires. *Géométrie différentielle*. – *Géométrie euclidienne ou géométrie de l'angle droit plane (dans R^2) ou dans l'espace (dans R^3)*. *Les géométries non euclidiennes: la géométrie elliptique, géométrie de Riemann ou géométrie de l'angle obtus, et la géométrie hyperbolique ou géométrie de l'angle aigu*. – *Figure de géométrie. Étudier, enseigner la géométrie.* ♦ *Traité, manuel de géométrie. Acheter une géométrie.*

La géométrie, c'est quoi?



GÉOMÉTRIE n. f. – 1175 «arpentage» ; lat. *geometria*, o. gr. 1. Science des figures de l'espace physique. «*La géométrie [...] science de toutes les espèces d'espace*» (d'après Kant). 2. MATH. VX Étude des relations entre points, courbes, surfaces et volumes de l'espace réel. – MOD. Étude des invariants du groupe opérant sur des ensembles de points. Géométrie affine et géométrie vectorielle. Géométrie algébrique. Géométrie analytique, où l'on utilise le calcul algébrique sur les coordonnées des points. Géométrie descriptive, où les figures de l'espace sont définies par leurs projections orthogonales sur deux plans perpendiculaires. Géométrie différentielle. – Géométrie euclidienne ou géométrie de l'angle droit plane (dans R^2) ou dans l'espace (dans R^3). Les géométries non euclidiennes: la géométrie elliptique, géométrie de Riemann ou géométrie de l'angle obtus, et la géométrie hyperbolique ou géométrie de l'angle aigu. – Figure de géométrie. Étudier, enseigner la géométrie. ♦ Traité, manuel de géométrie. Acheter une géométrie.

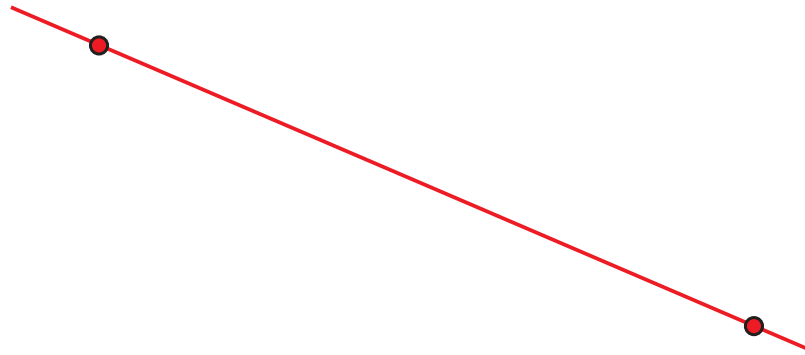
Étude des relations entre points, courbes...

Par deux points...



Étude des relations entre points, courbes...

Par deux points...
passe une droite.



Étude des relations entre points, courbes...

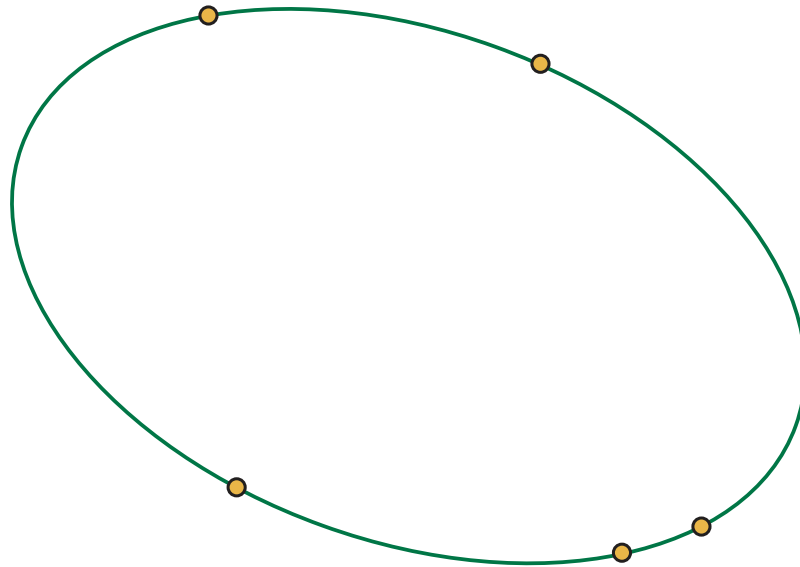


Par cinq points...



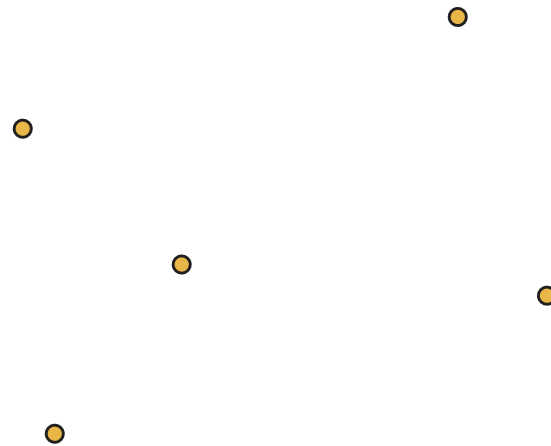
Étude des relations entre points, courbes...

Par cinq points...
passe une conique.



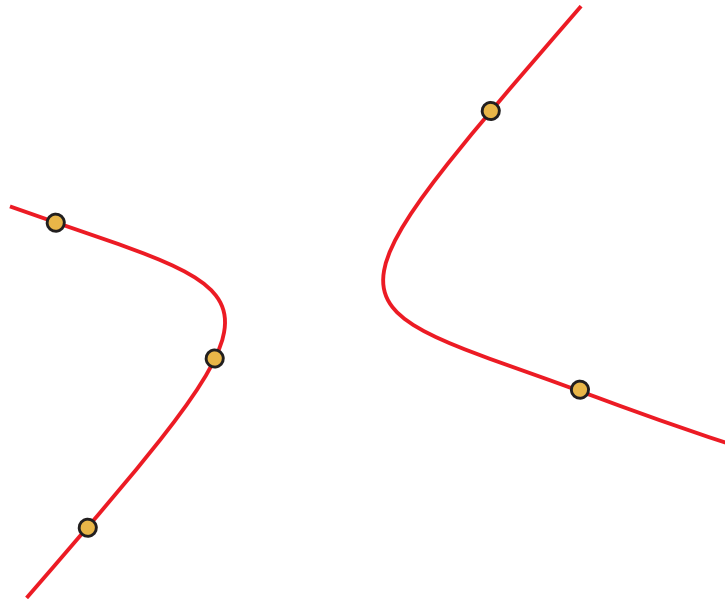
Étude des relations entre points, courbes...

Par cinq points...



Étude des relations entre points, courbes...

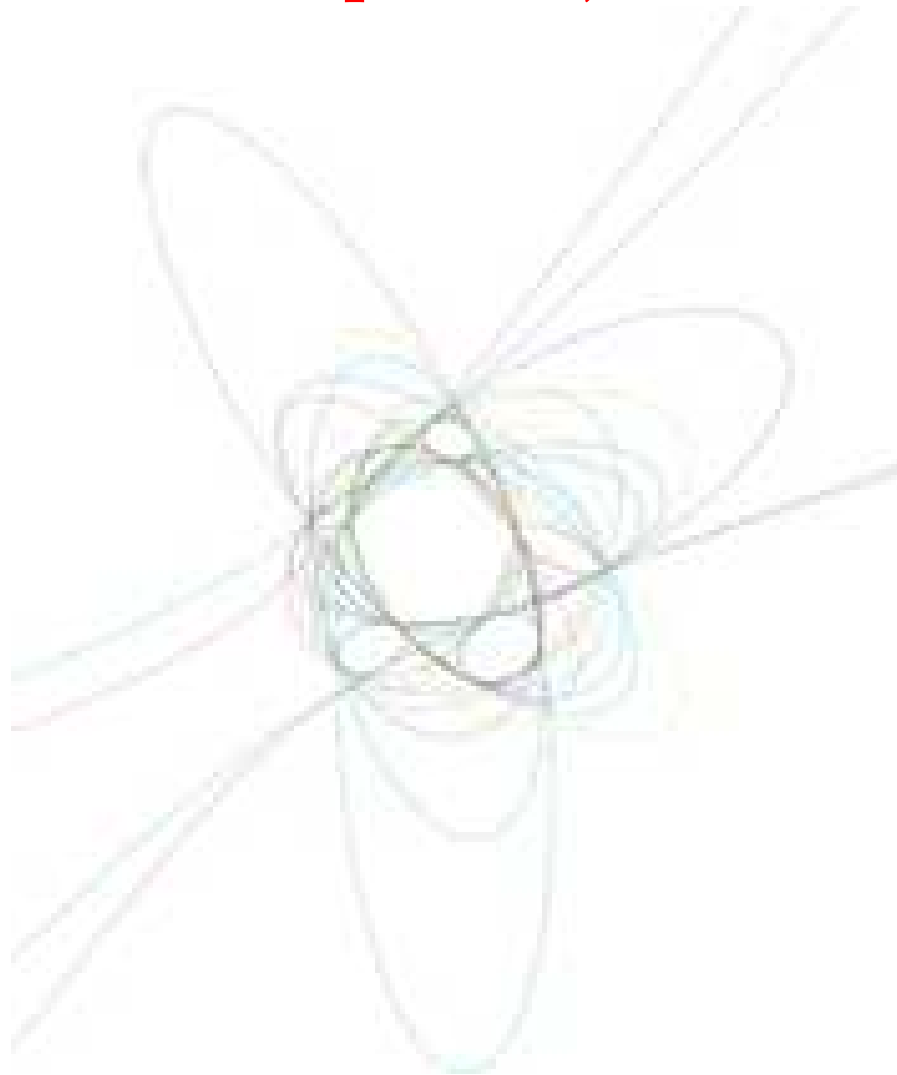
Par cinq points...
passe une conique.



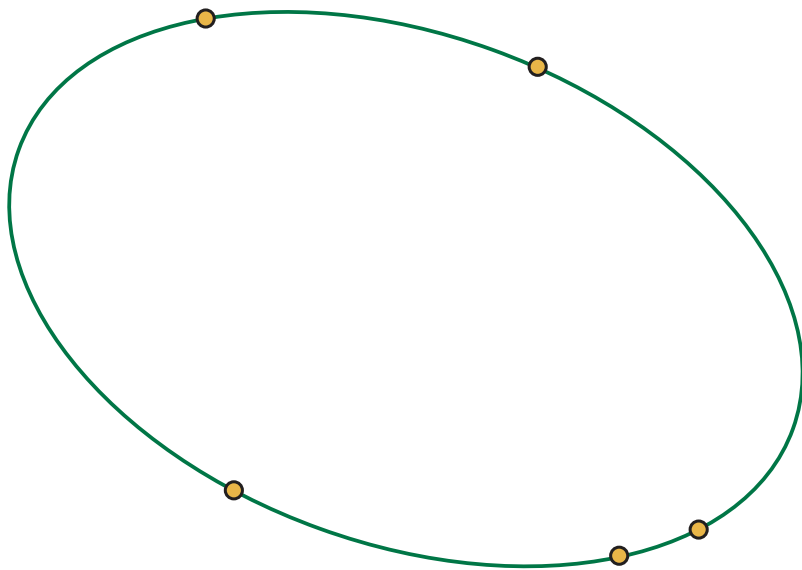
Étude des relations entre points, courbes...

Et il y a 3 264 coniques tangentes à cinq coniques données (un théorème de Chasles au XIXe siècle).

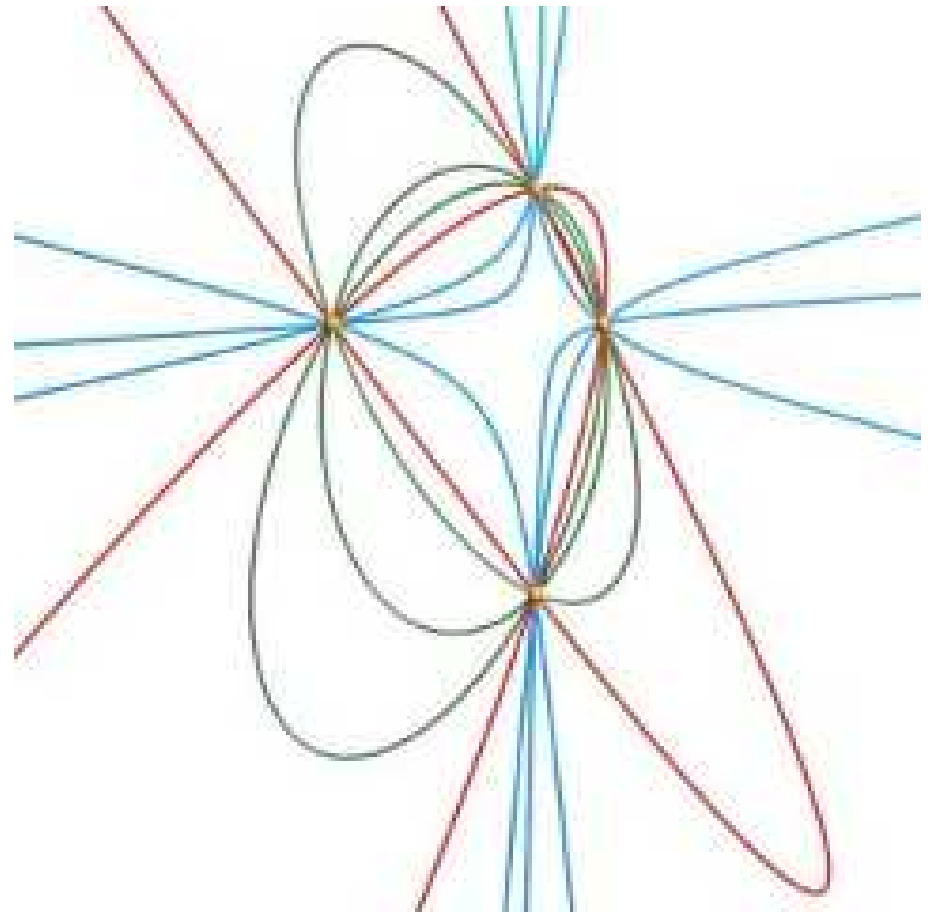
Dont au moins 32 sont réelles (un théorème de Welschinger, 2007).



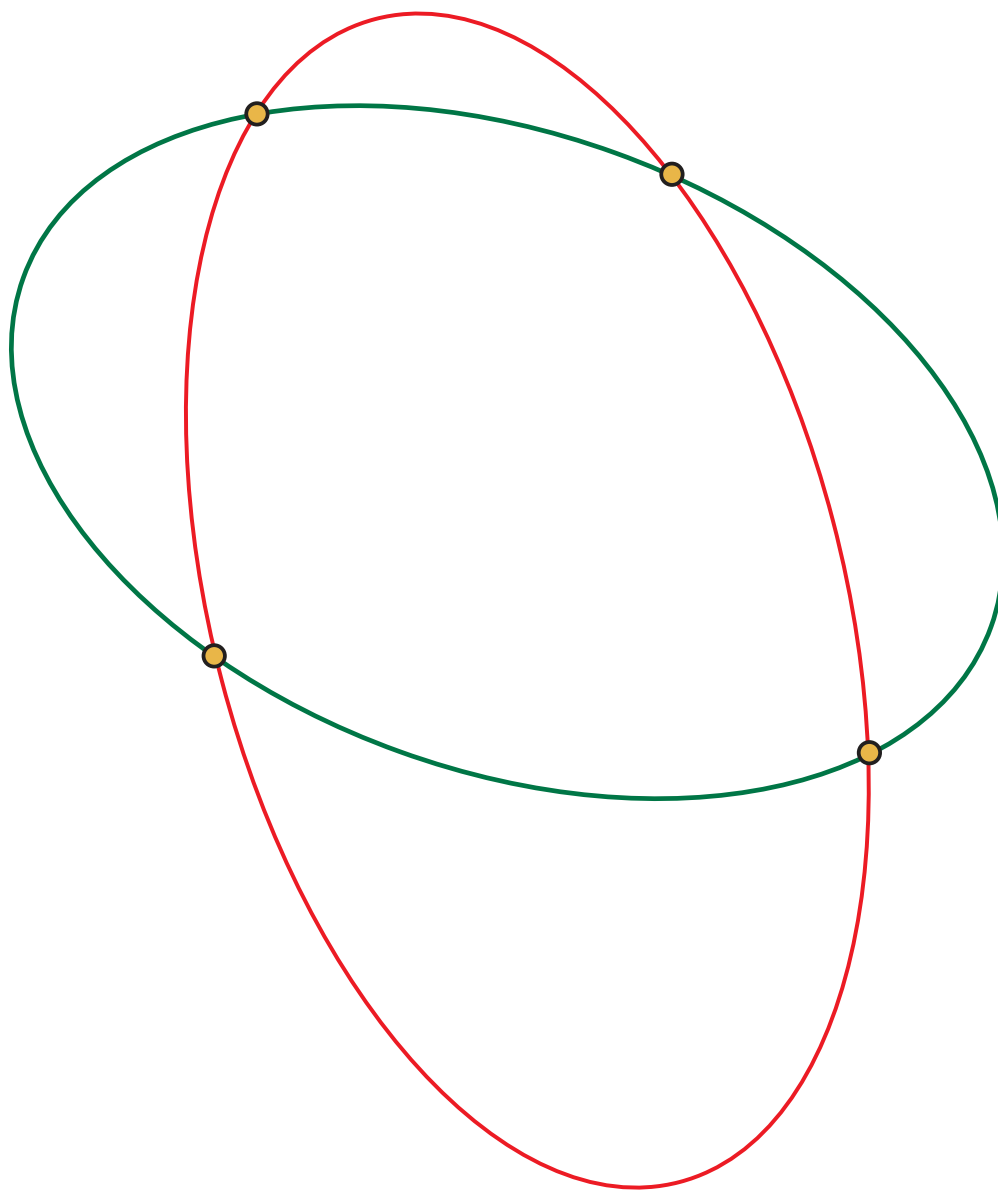
Étude des relations entre points, courbes...

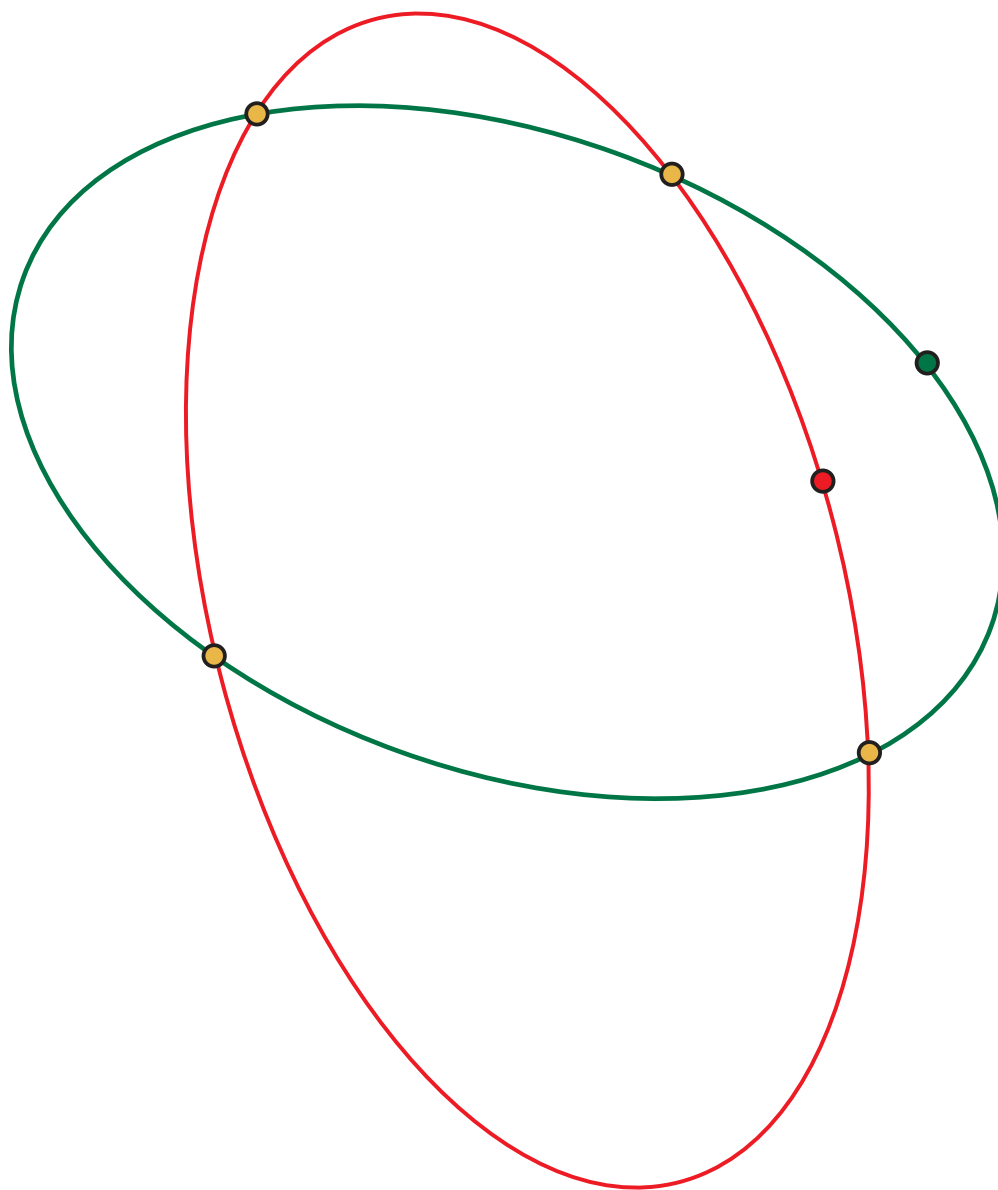


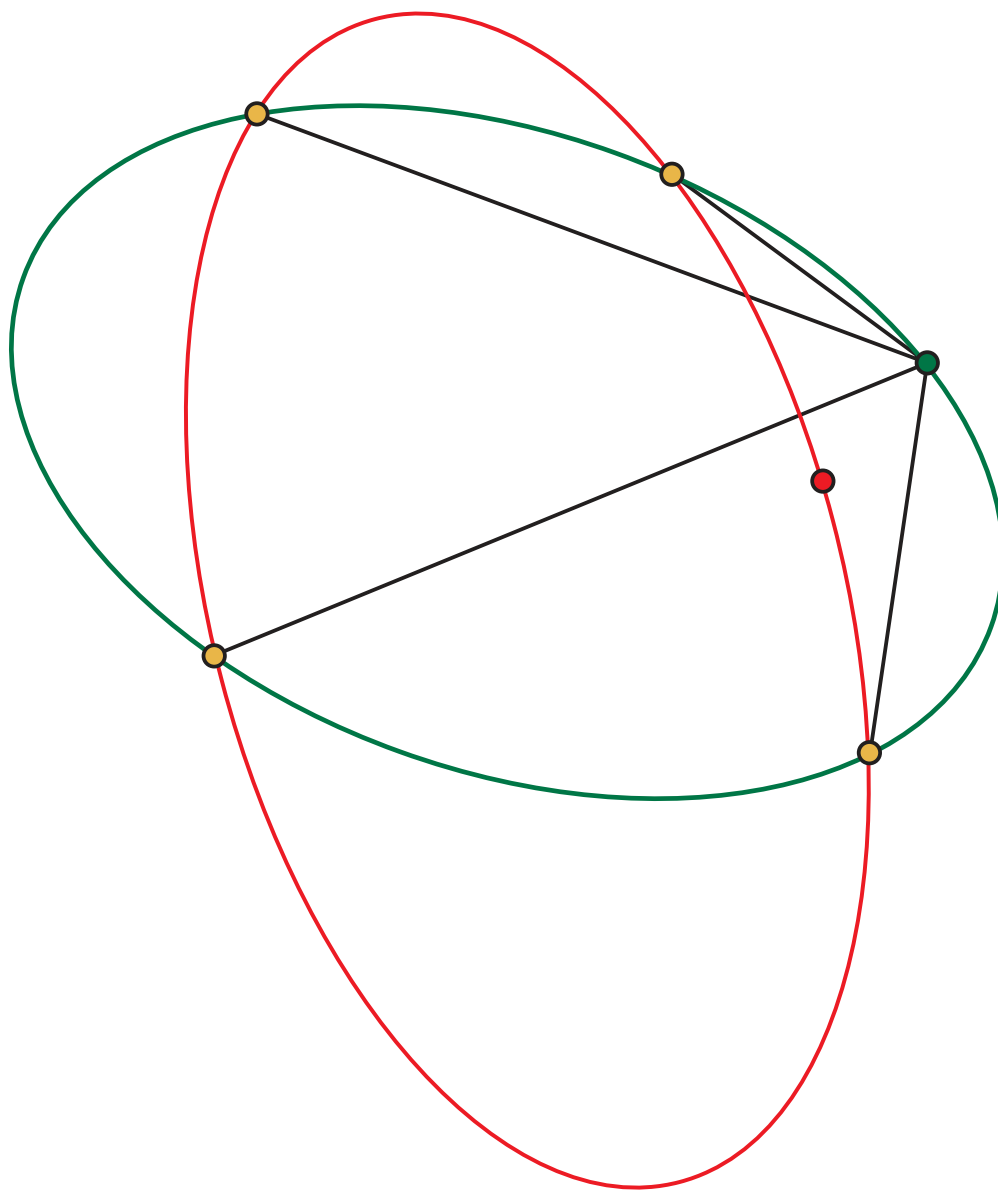
Par cinq points, passe une conique.

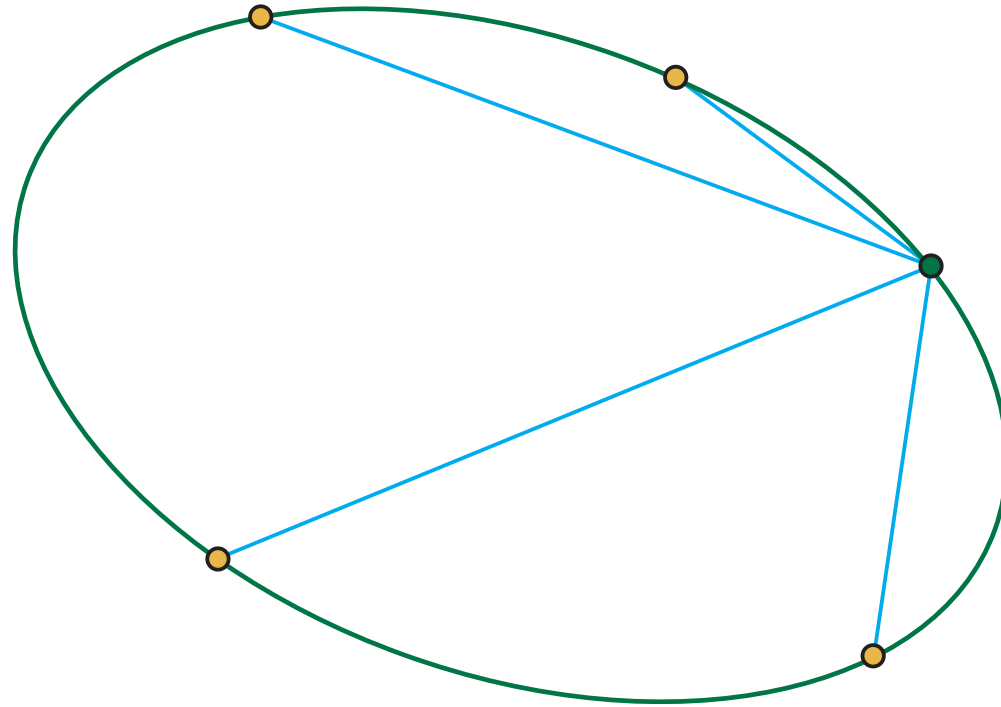


Et par quatre points?



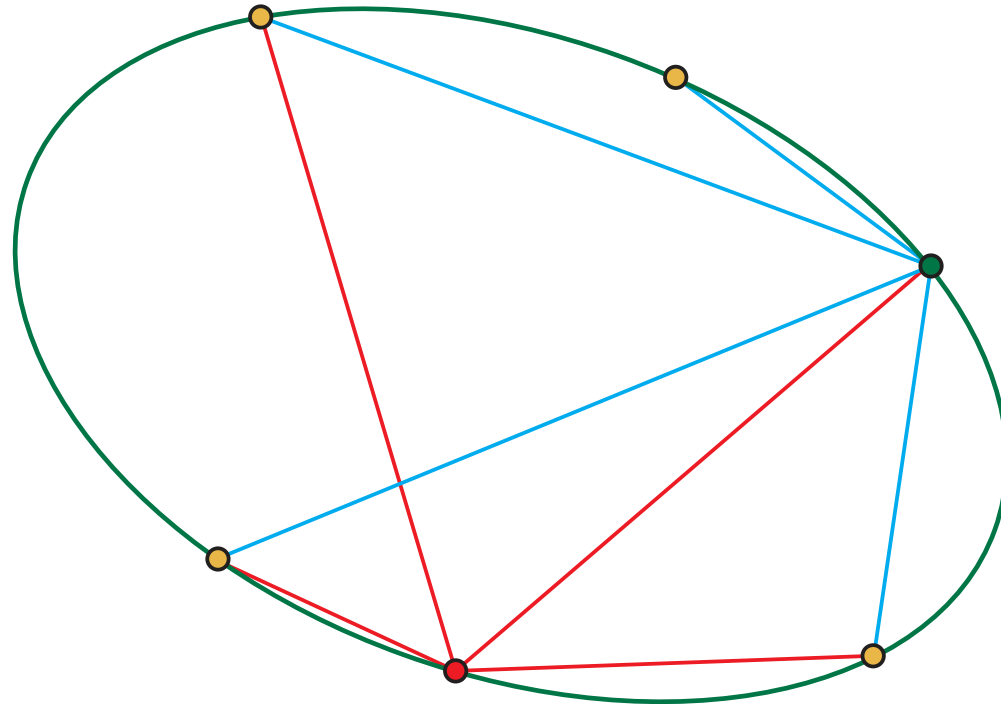






Donner un cinquième point... ou un nombre.

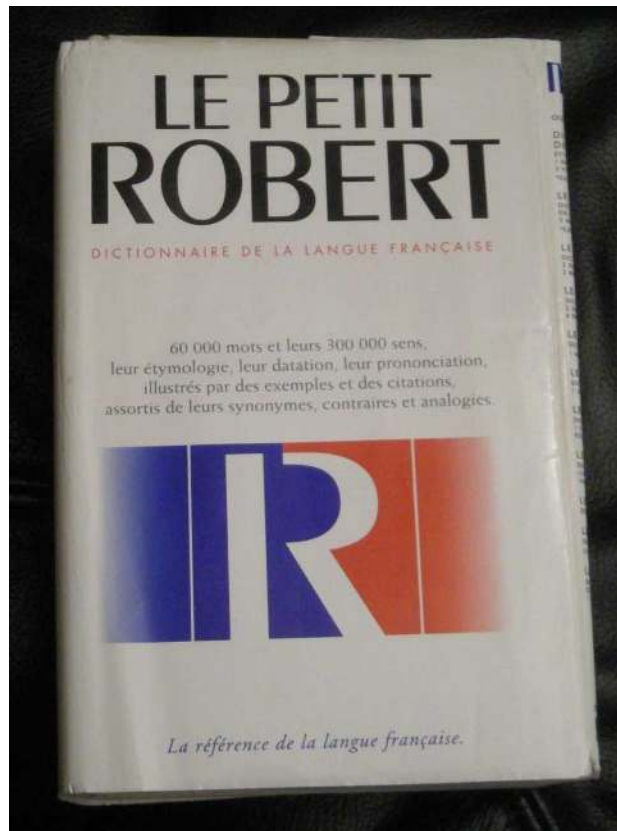
Le **birapport** de quatre droites issues d'un point sur une conique
les quatre droites **bleues**,
ne dépend pas de ce point.



Donner un cinquième point... ou un nombre.

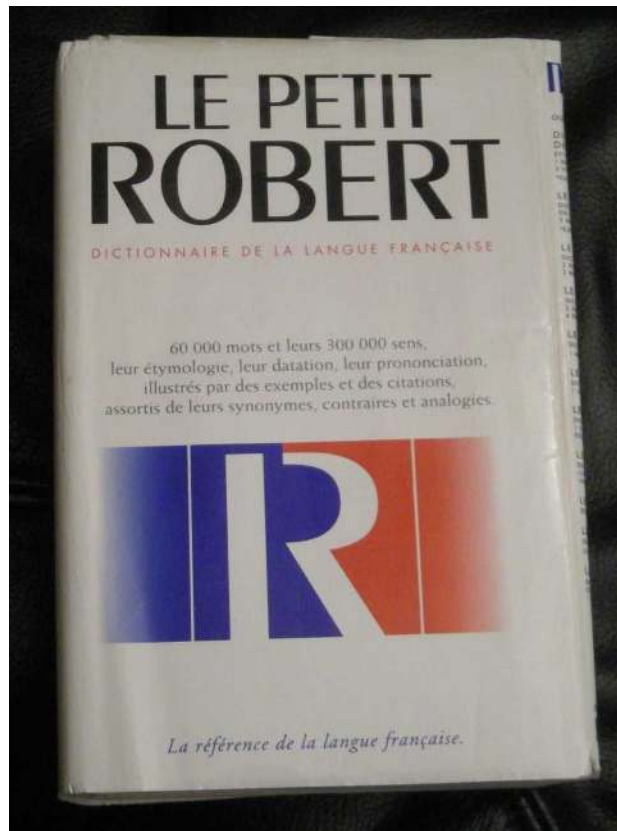
Le **birapport** de quatre droites issues d'un point sur une conique
les quatre droites **bleues**, les quatre droites **rouges**
ne dépend pas de ce point.

Et un panorama, c'est quoi?



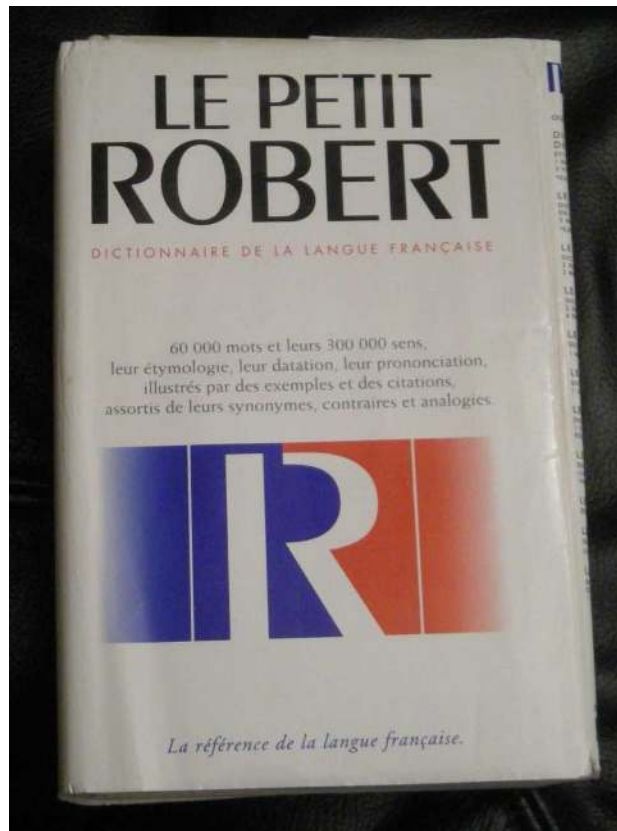
PANORAMA n. m. – 1799 mot angl. ; de *pan-* et *-orama* 1. Spectacle constitué par un vaste tableau circulaire peint en trompe-l'œil et destiné à être regardé du centre. *Le panorama du musée de Waterloo.* 2. Vaste paysage que l'on peut contempler de tous côtés [...] 3. Étude successive et complète d'une catégorie de questions. *Panorama de la littérature contemporaine.*

Et un panorama, c'est quoi?



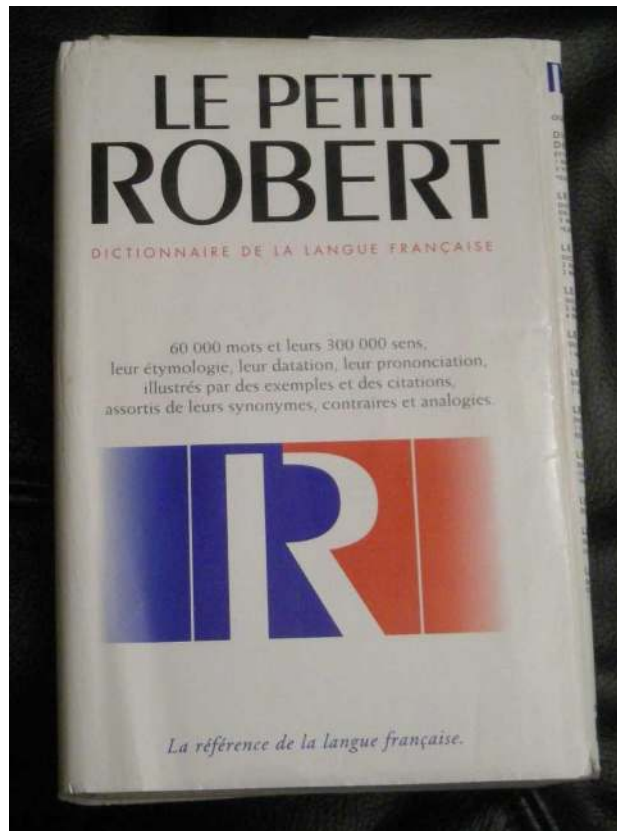
PANORAMA n. m. – 1799 mot angl. ; de *pan-* et *-orama* 1. Spectacle constitué par un vaste tableau circulaire peint en trompe-l'œil et destiné à être regardé du centre. *Le panorama du musée de Waterloo.* 2. Vaste paysage que l'on peut contempler de tous côtés [...] 3. *Étude successive et complète d'une catégorie de questions. Panorama de la littérature contemporaine.*

Et un panorama, c'est quoi?



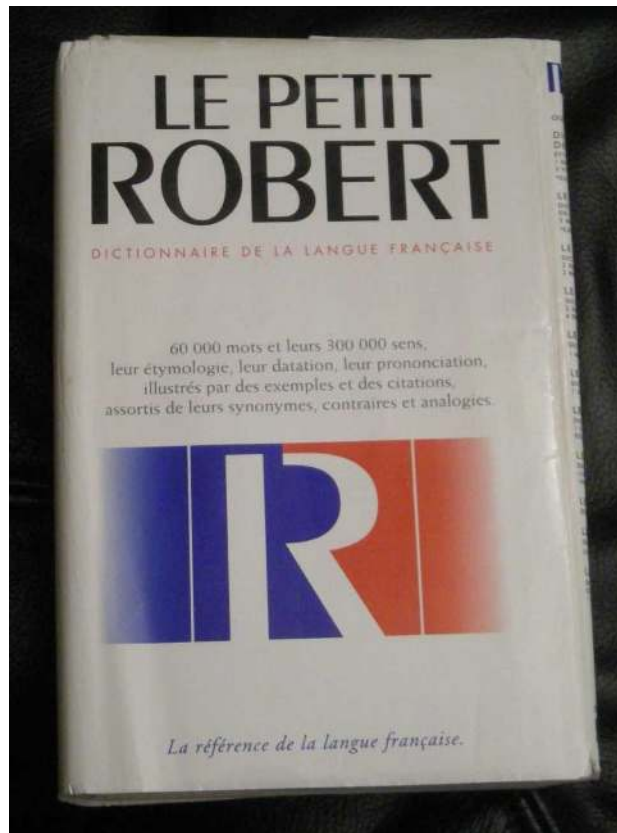
PANORAMA n. m. – 1799 mot angl. ; de *pan-* et *-orama* 1. Spectacle constitué par un vaste tableau circulaire peint en trompe-l'œil et destiné à être regardé du centre. *Le panorama du musée de Waterloo.* 2. Vaste paysage que l'on peut contempler de tous côtés [...] 3. Étude successive et complète d'une catégorie de questions. *Panorama de la littérature contemporaine.*

Pan?



PAN n. m. – 1080; lat. pannus «morceau d'étoffe» 1. Grand morceau d'étoffe [...] 2. *Pan de mur* : partie plus ou moins grande d'un mur. « *la précieuse matière du tout petit pan de mur jaune* » (Proust). – Ossature d'un mur. [...]

Pan?



PAN n. m. – 1080; lat. pannus «morceau d'étoffe» 1. Grand morceau d'étoffe [...] 2. *Pan de mur* : partie plus ou moins grande d'un mur. « *la précieuse matière du tout petit pan de mur jaune* » (Proust). – Ossature d'un mur. [...]

Pan?

Le petit pan de mur jaune devant lequel meurt l'écrivain Bergotte dans **la Prisonnière**, de Marcel Proust, se trouve dans **la vue de Delft**, de Vermeer, un tableau peint vers 1660.



Delft

Porte de Schiedam

Armamentarium

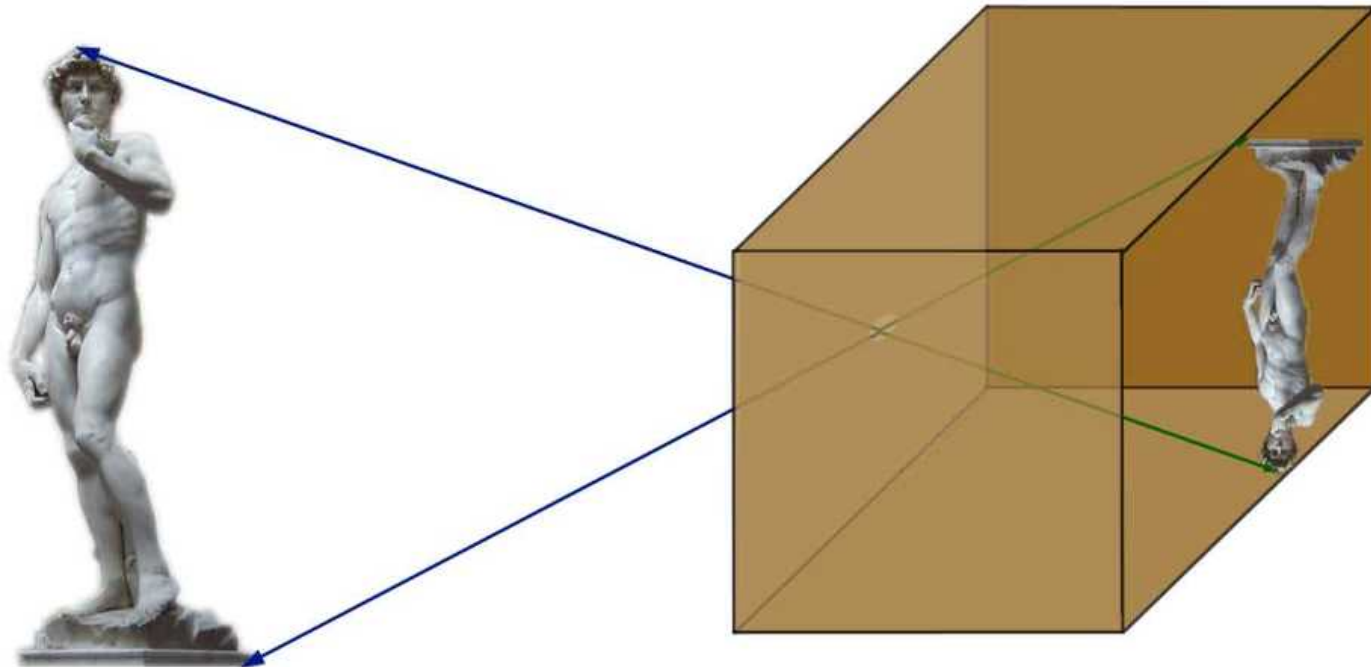
Porte de Rotterdam

Nieuwe Kerk



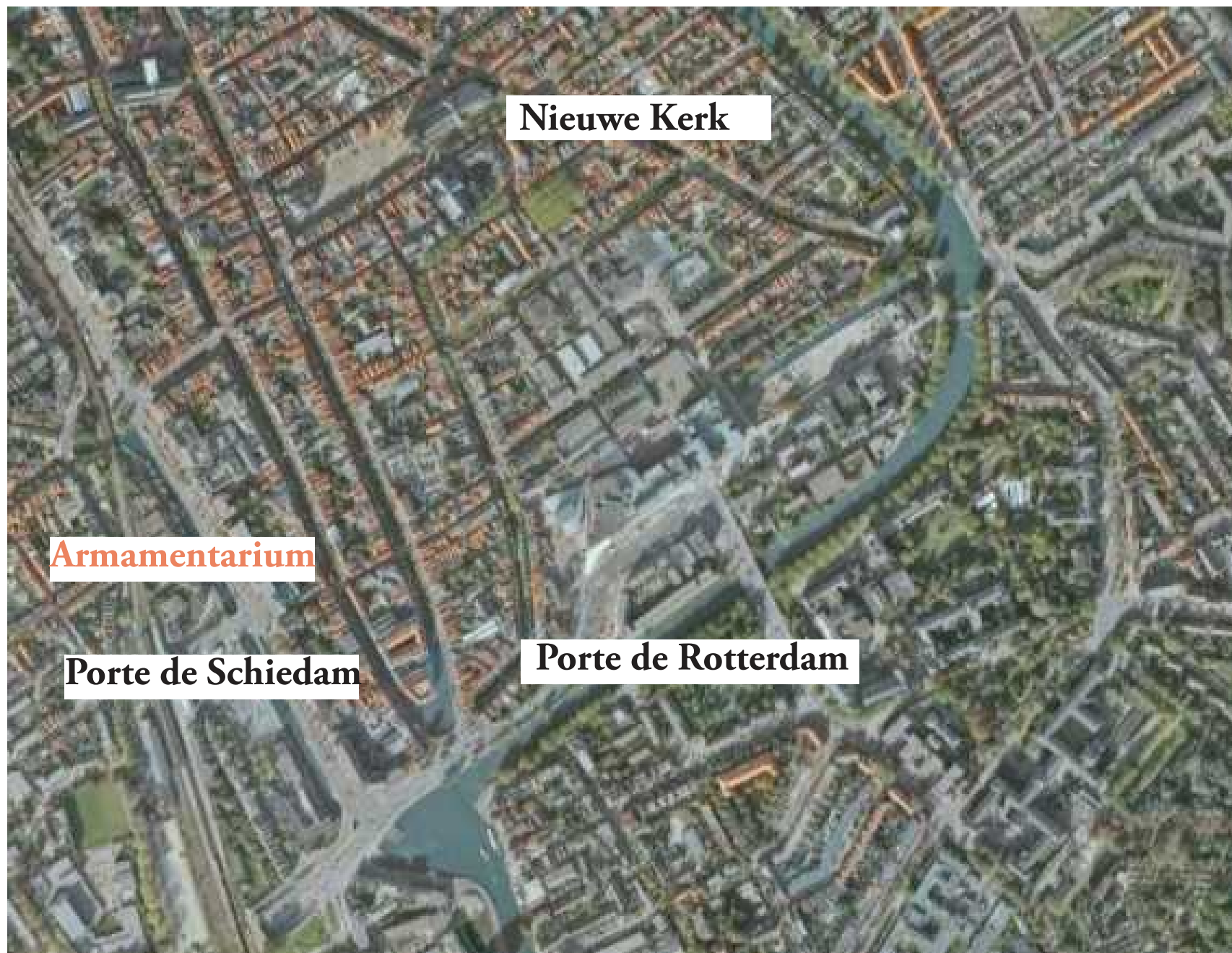
Une photographie?

Vermeer utilisait une **chambre noire**.



Cette image vient d'un site où elle illustre la notion d'**homothétie**.





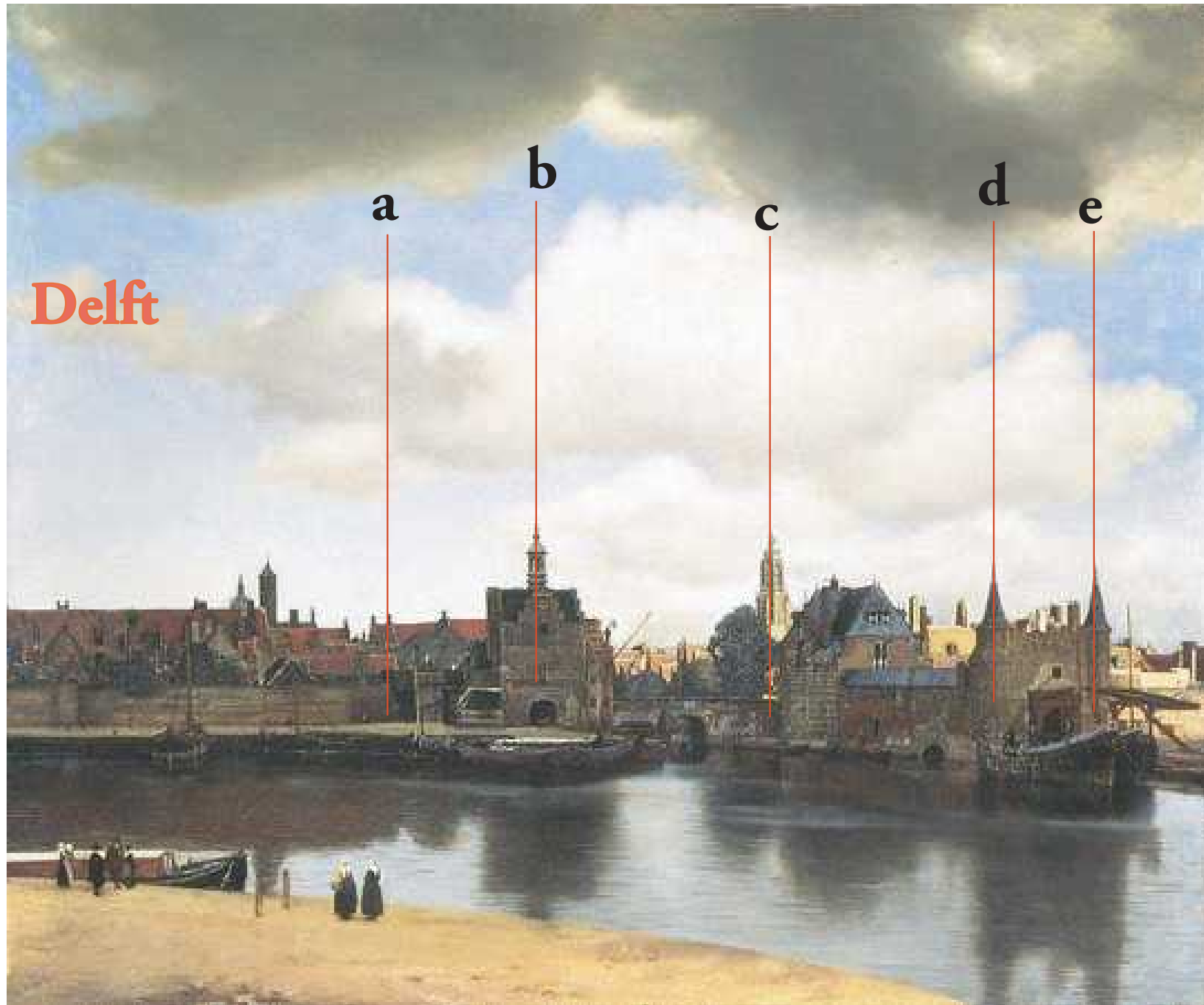
Nieuwe Kerk

Armamentarium

Porte de Schiedam

Porte de Rotterdam





Delft

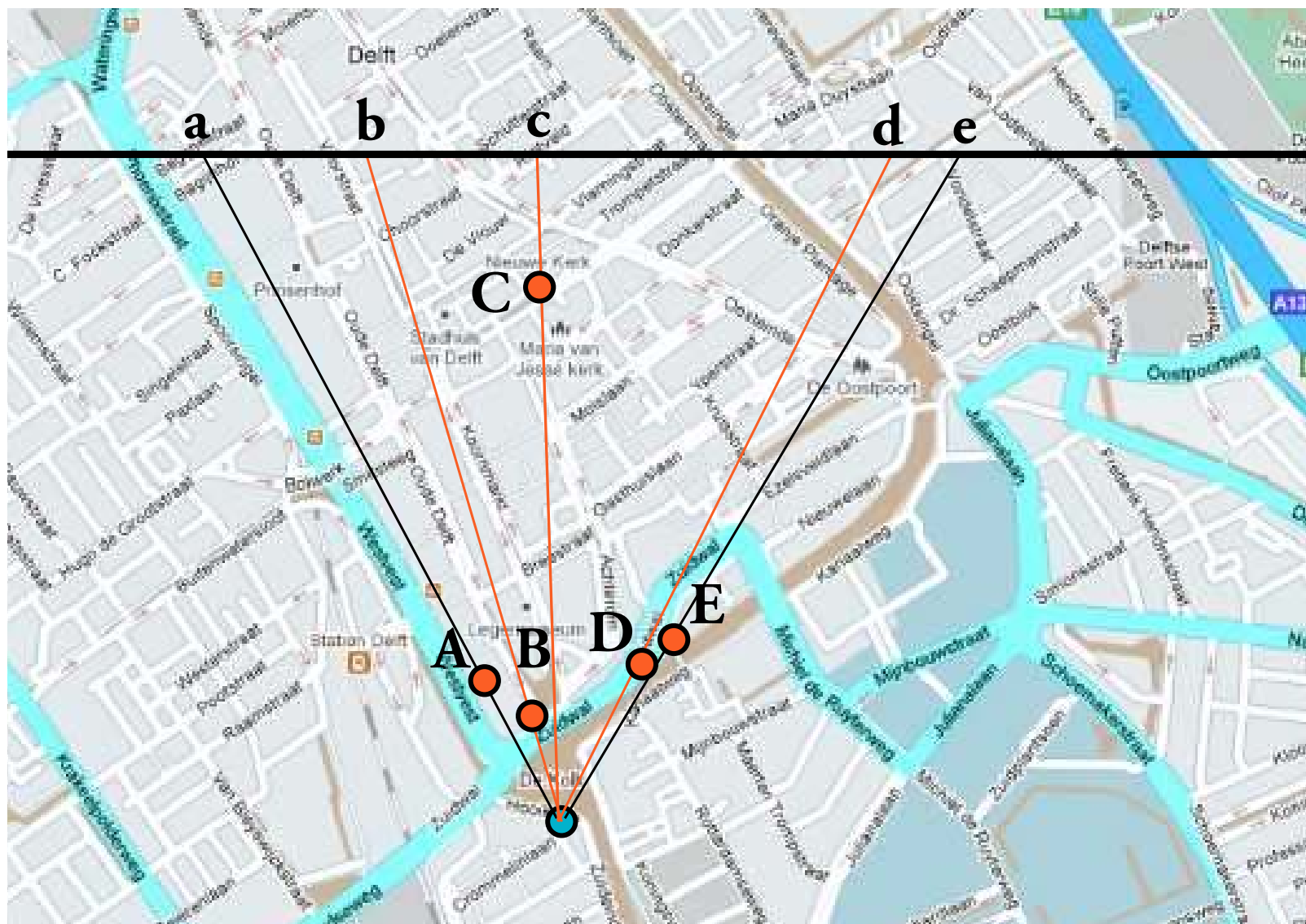
a

b

c

d

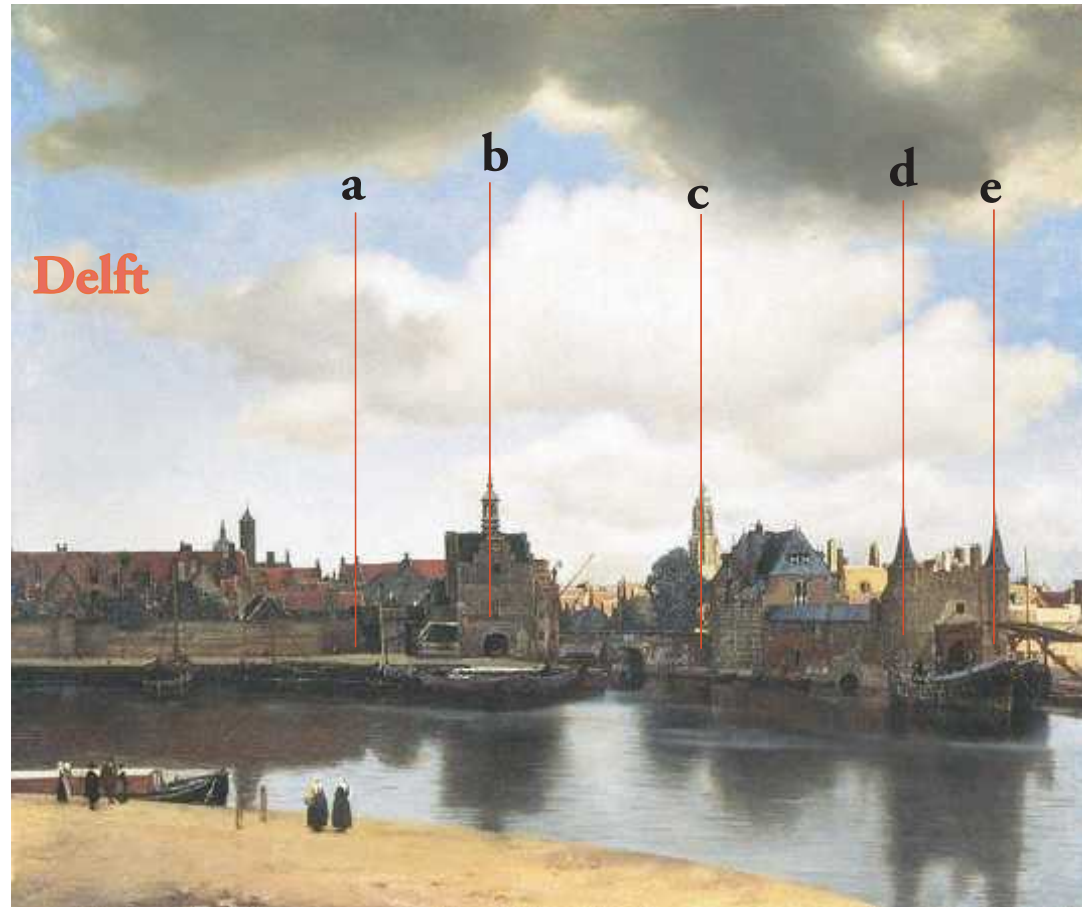
e



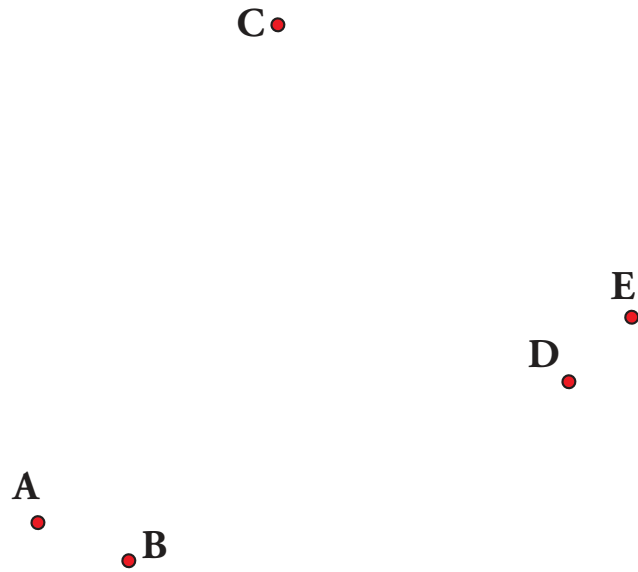
Aujourd'hui à Delft, voies rapides, voitures,
les portes de Rotterdam et de Schiedam ont disparu
À l'emplacement où Vermeer se trouvait lorsqu'il a peint le tableau,
il y a un *square de la Vue de Delft (Plein Delftzicht)*...



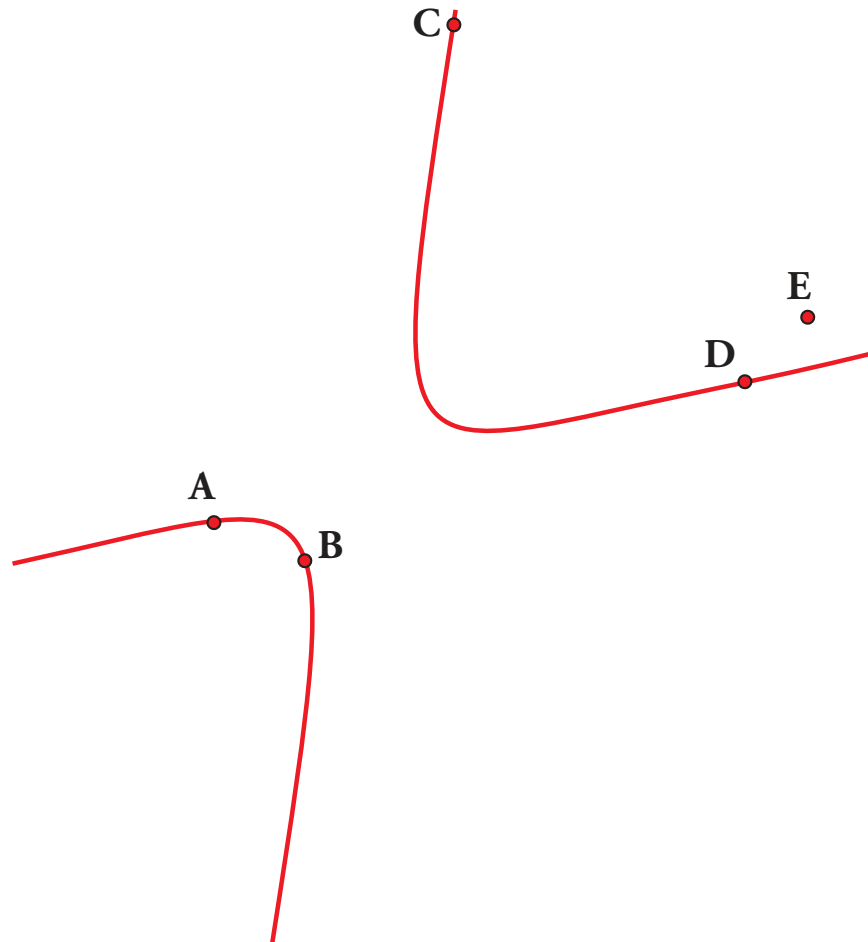
Mais comment sait-on où était Vermeer?



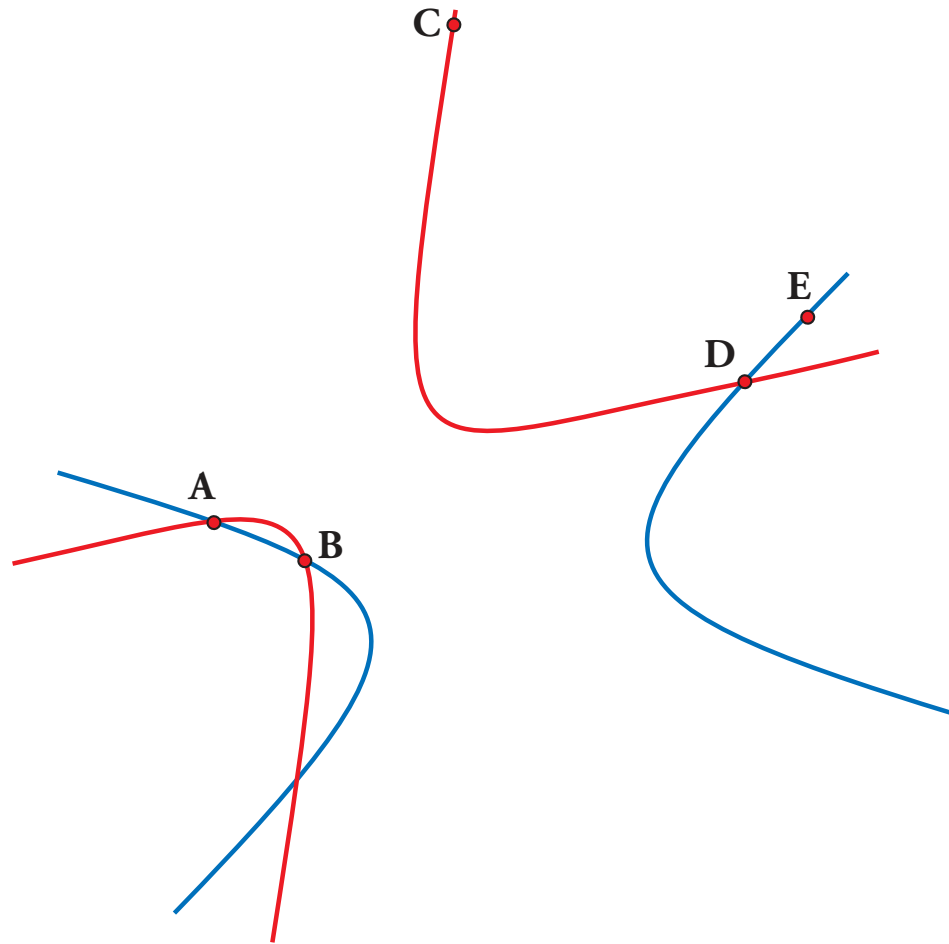
Sur le tableau, on calcule les birapports $[a, b, c, d]$ et $[a, b, d, e]$...



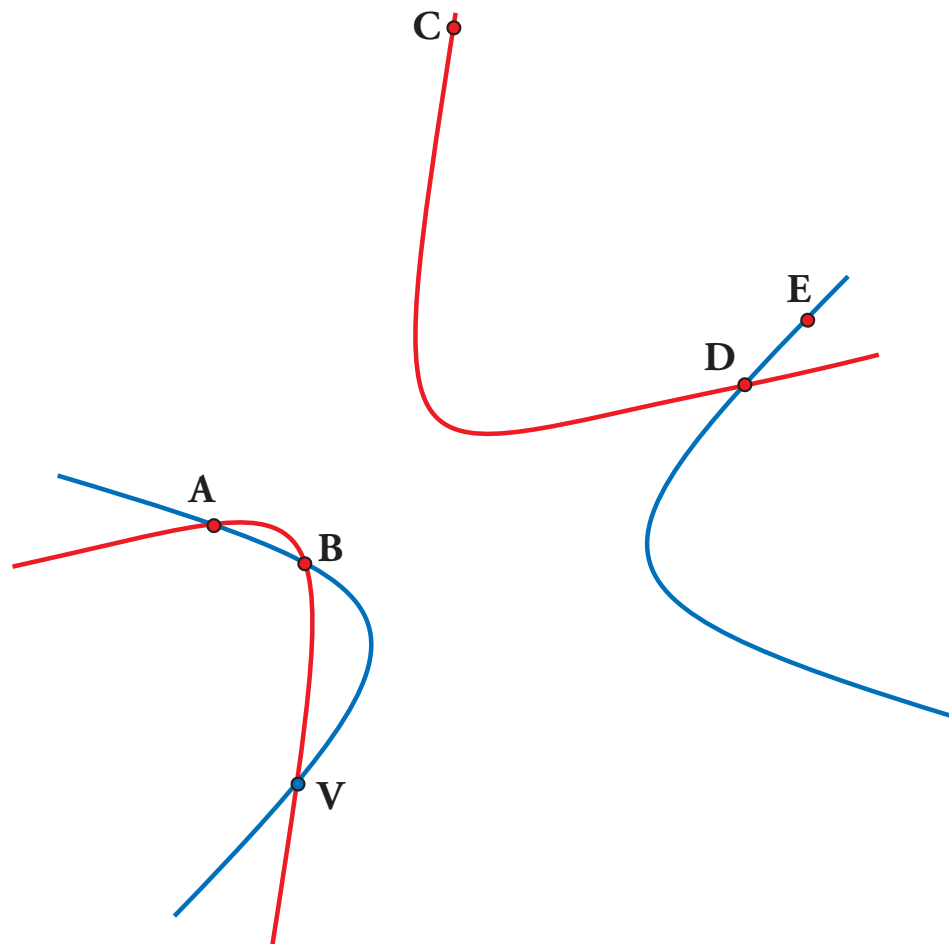
sur le plan, on considère les points A , B , C , D et E ...



on trace la conique par A , B , C et D correspondant au birapport $[a, b, c, d] \dots$



on trace la conique par A , B , C et E correspondant au birapport $[a, b, c, e] \dots$



elles se coupent en un quatrième point V , qui est l'emplacement du peintre.



Panorama





Panorama



Panorama



