

Caustiques

Michèle Audin

Institut de recherche mathématique avancée

(CNRS et Université de Strasbourg)

<http://www-irma.u-strasbg.fr/~maudin/>

<http://images.math.cnrs.fr/>

Des images familières...







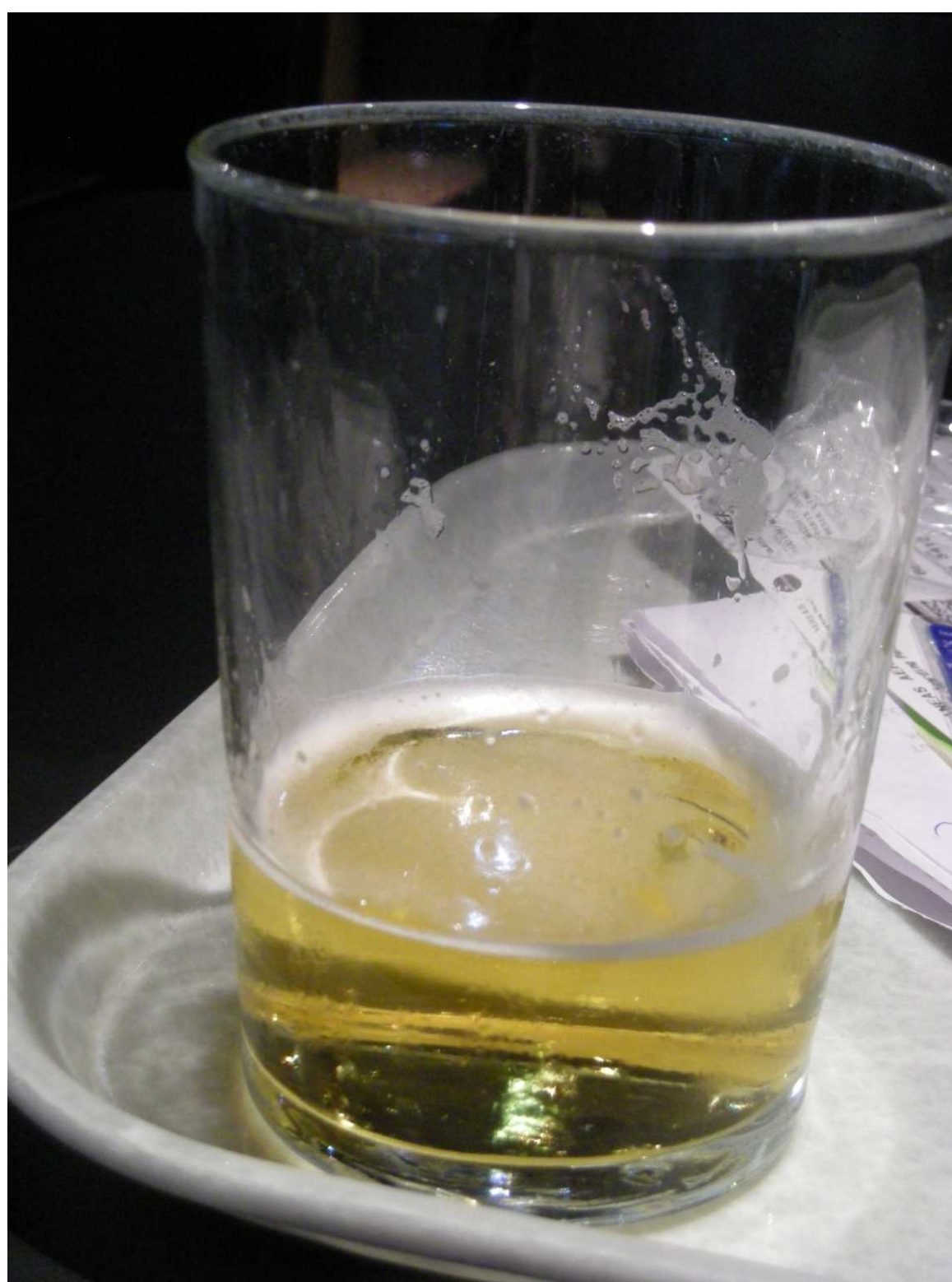




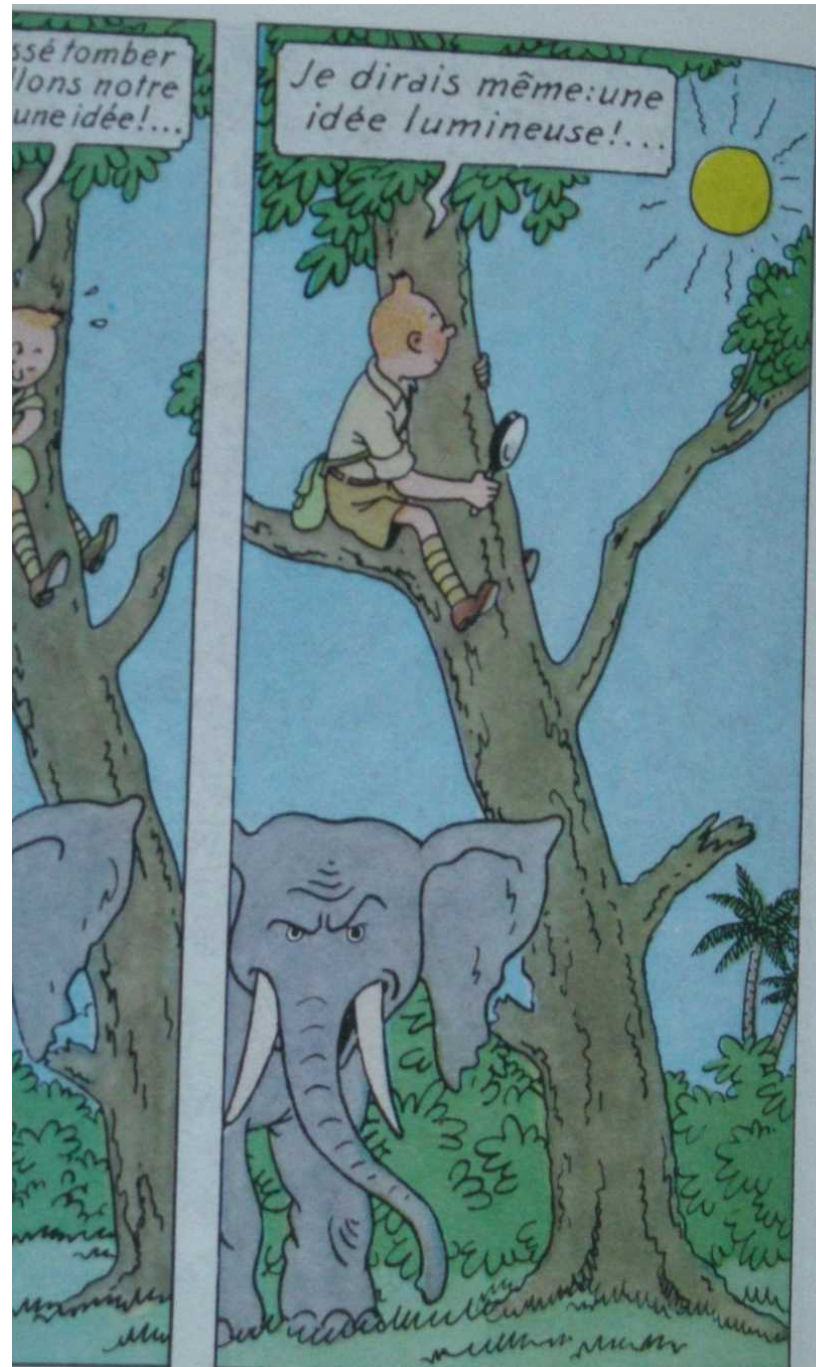












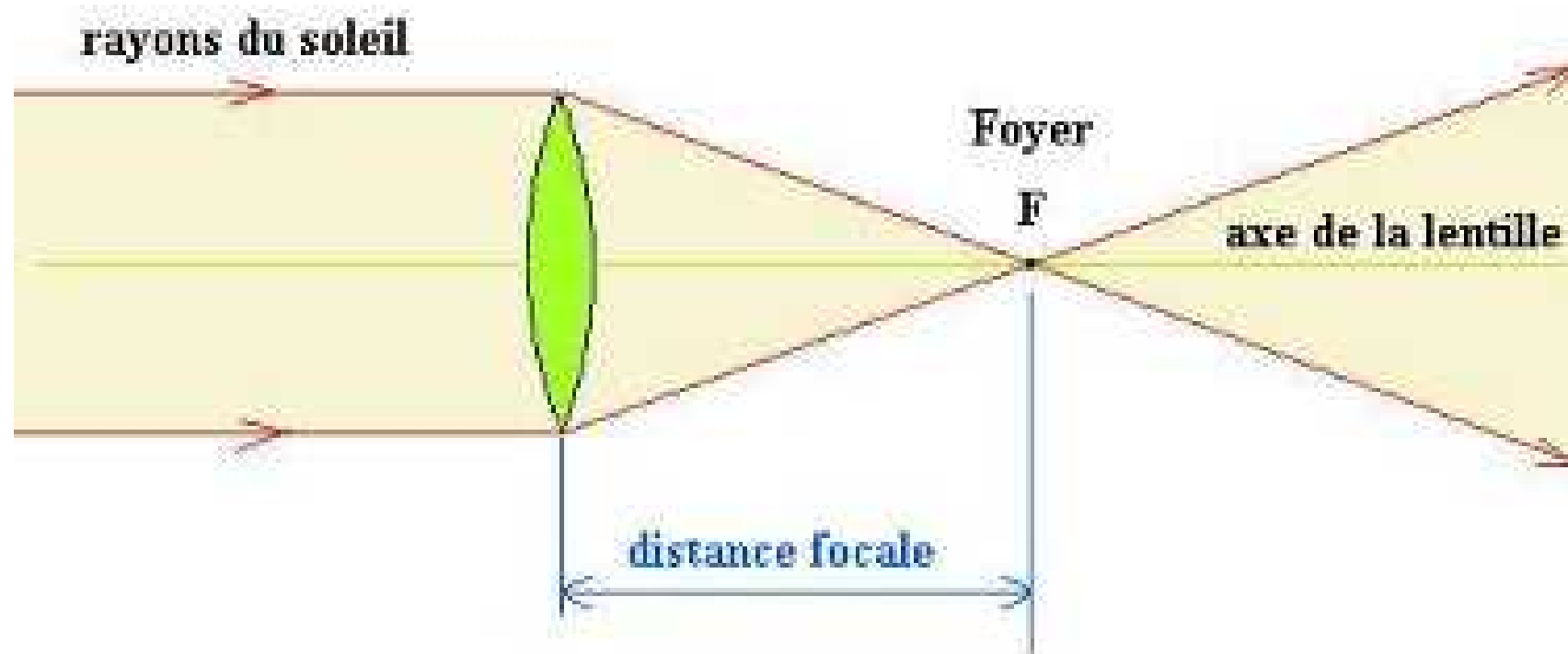




*C'était du chloro-
forme, sans aucun
doute, car j'ai per-
du connaissance...*

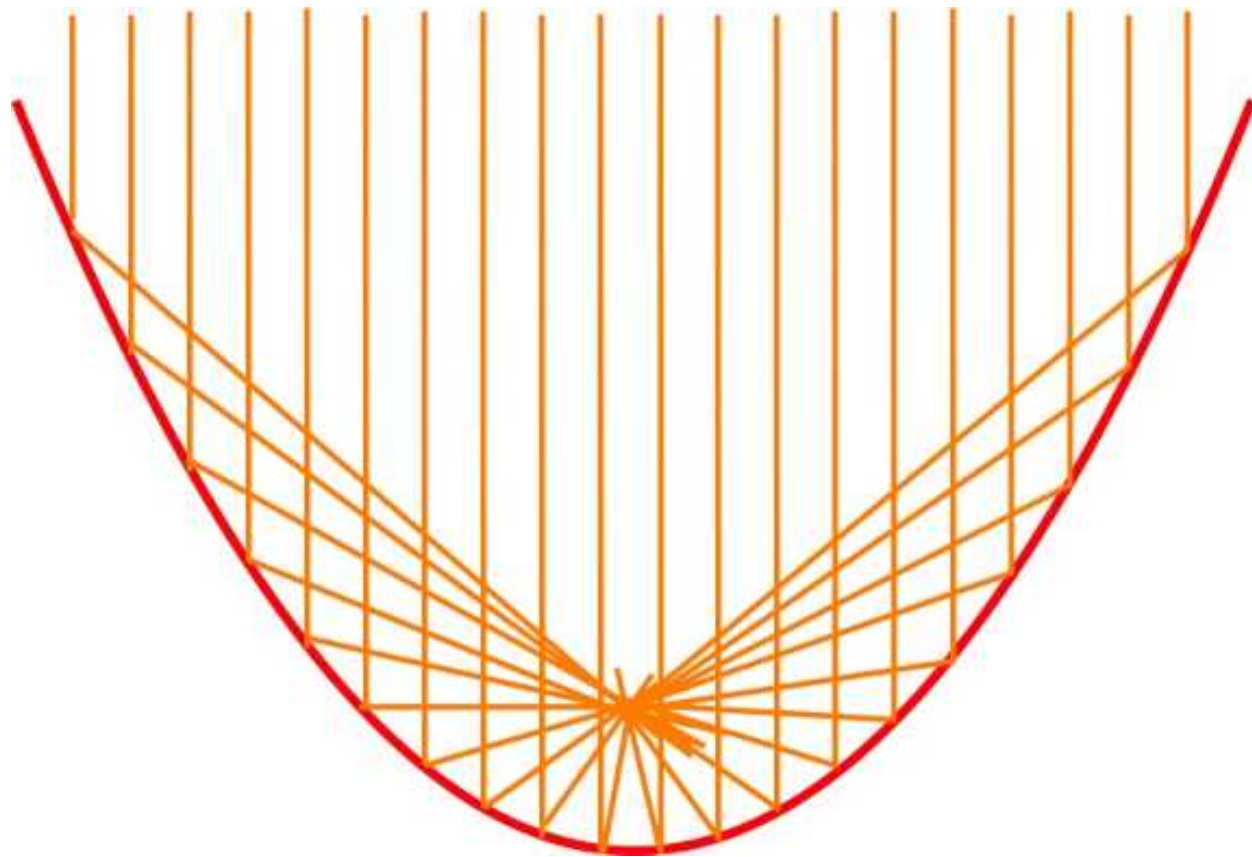
*Bizarre affaire...
Je dirais même plus
...Vous ne trouvez
pas que ça sent le
brûlé?*







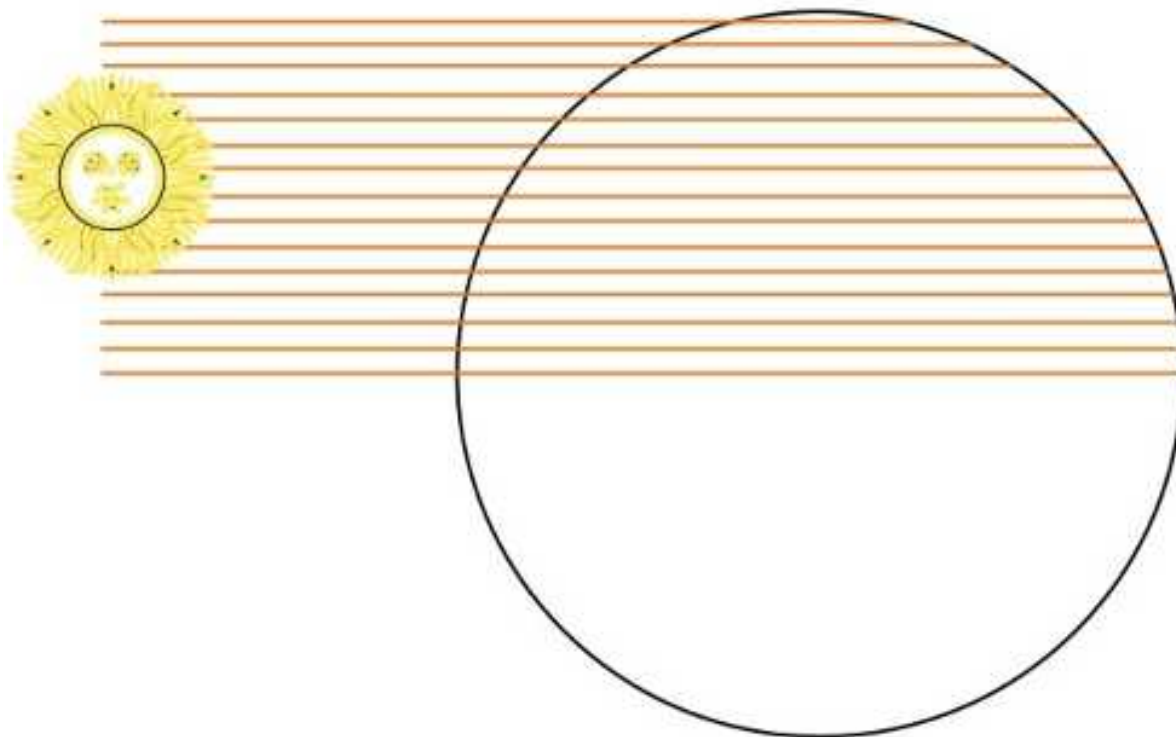


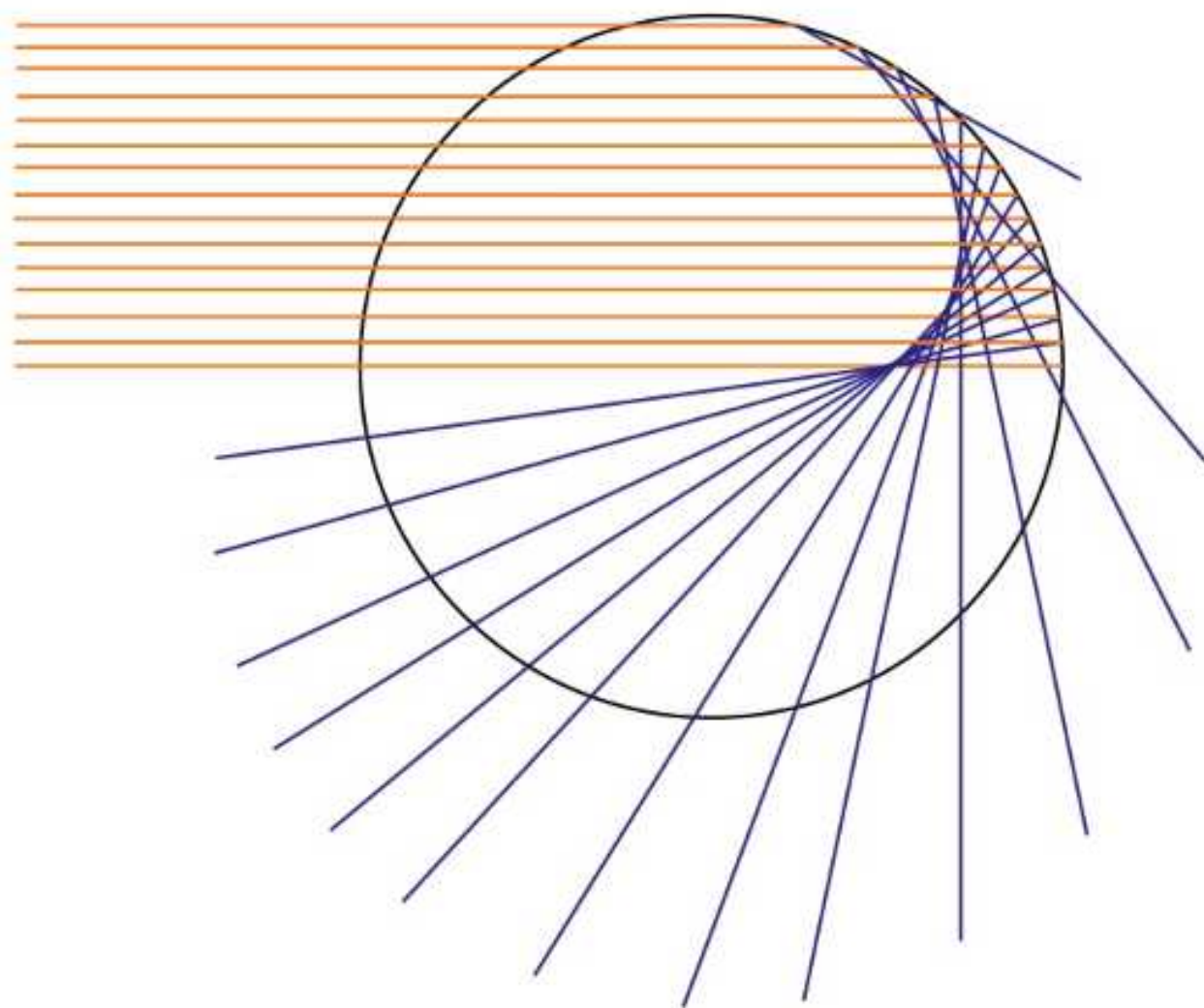


Le cœur dans la tasse de café



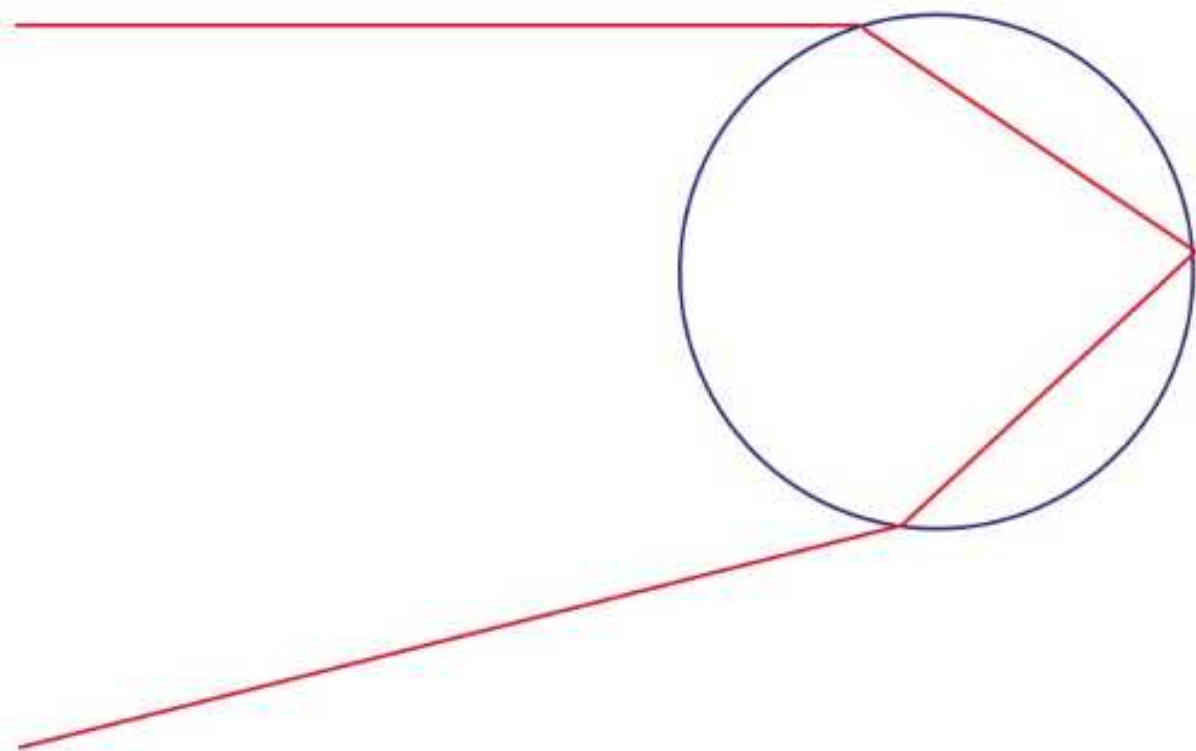


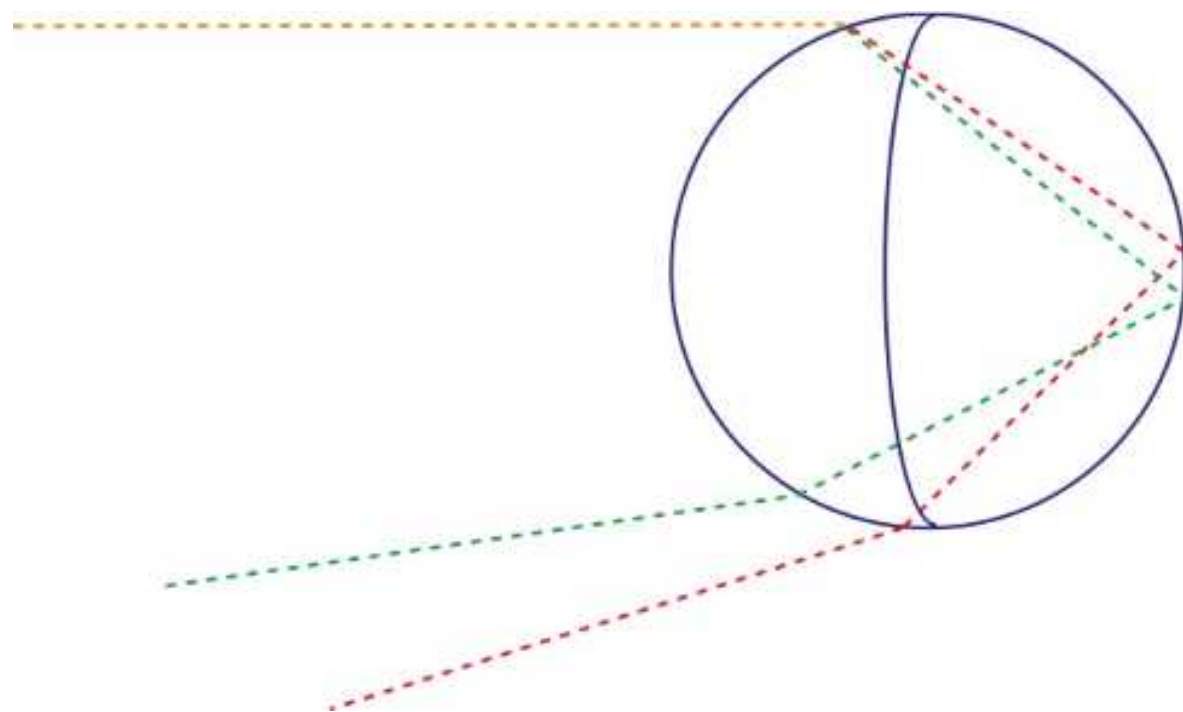


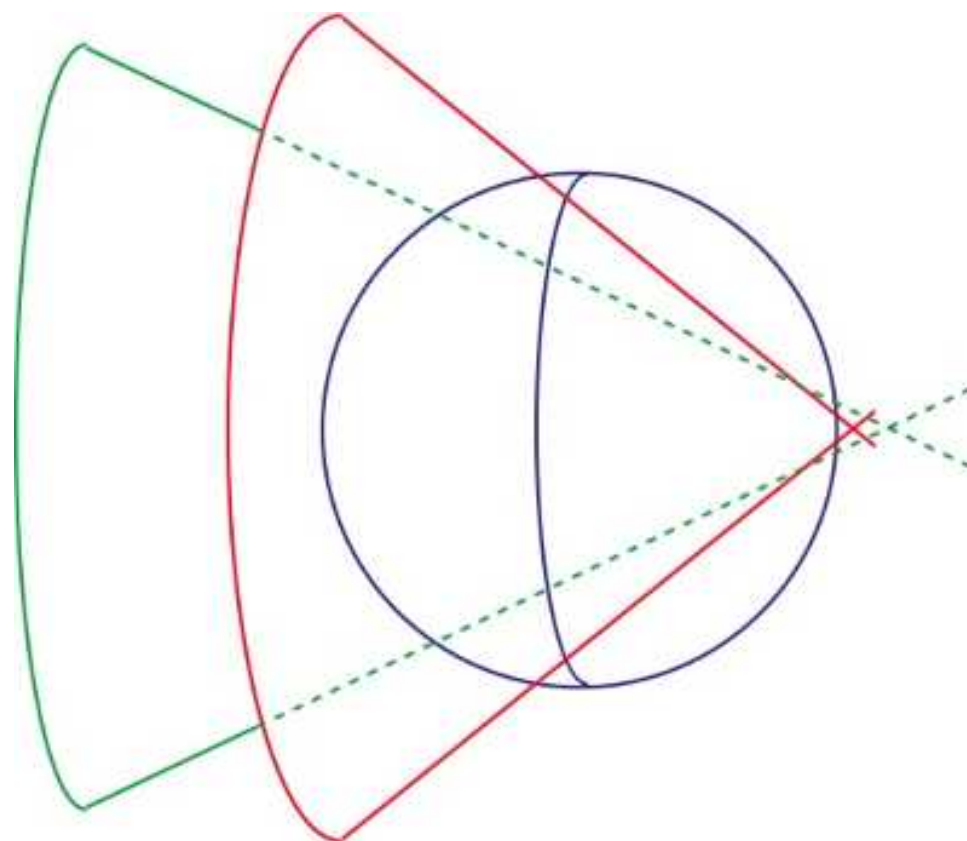


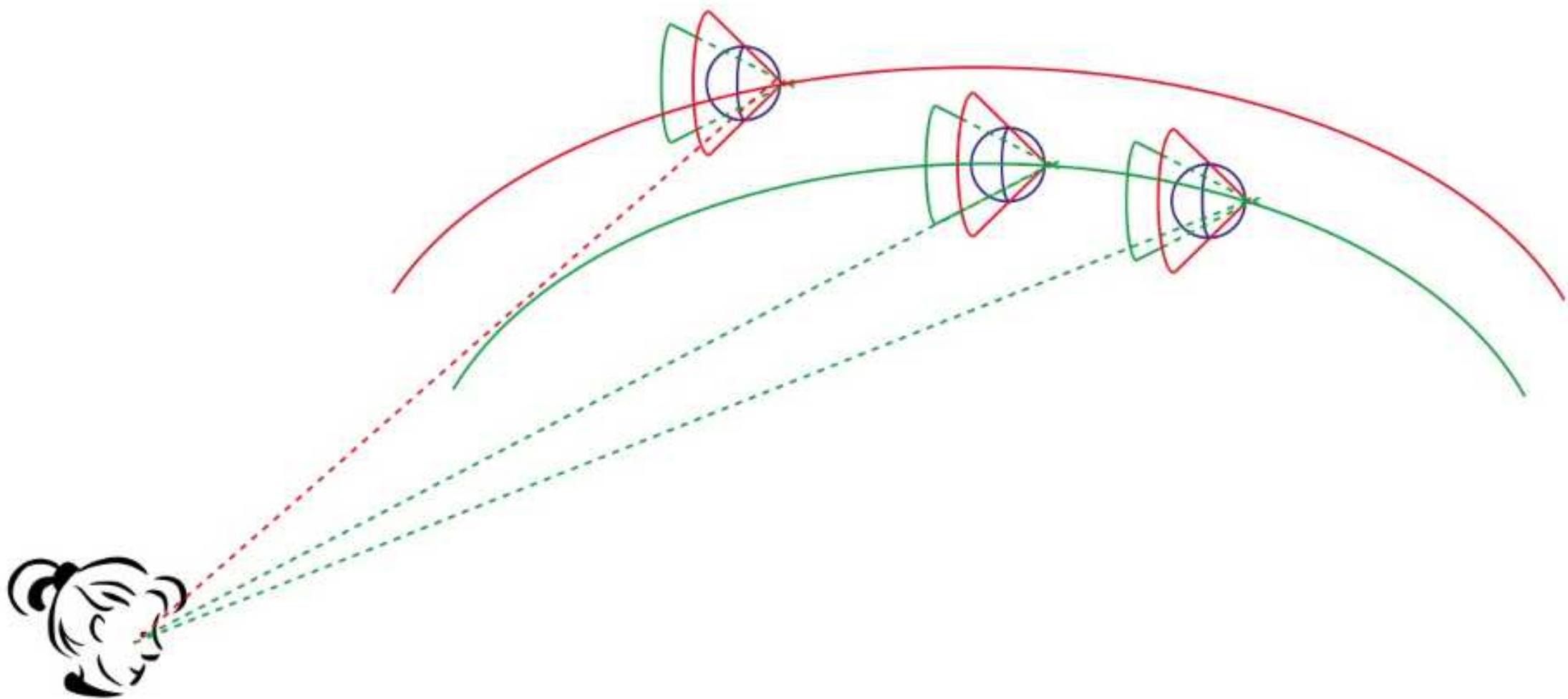
Et l'arc-en-ciel ?







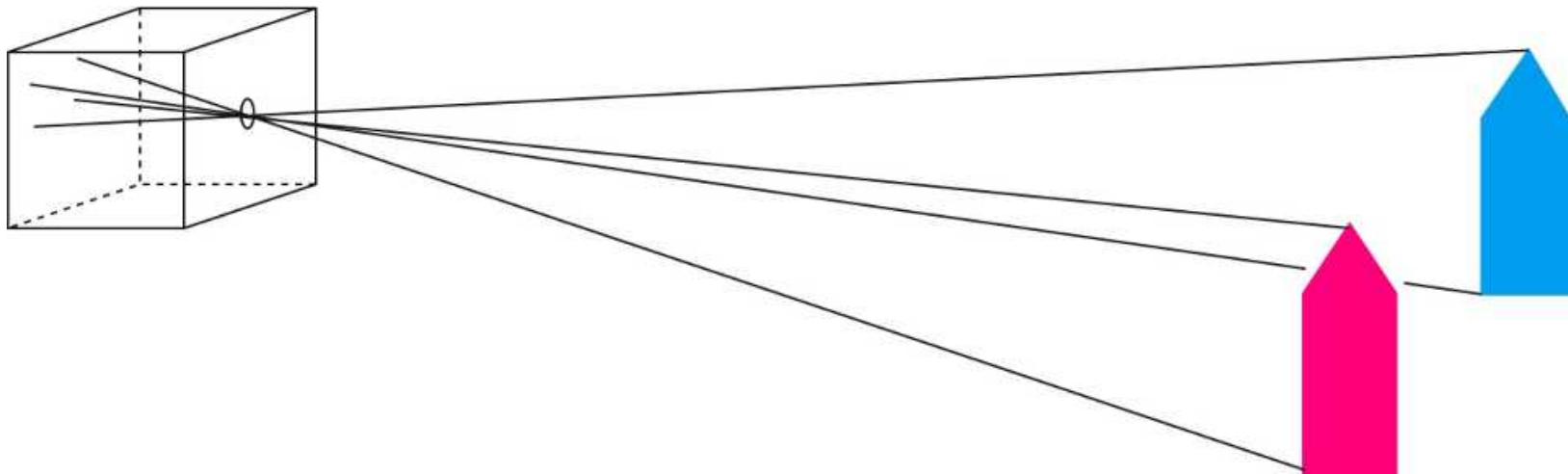




Panoramas...

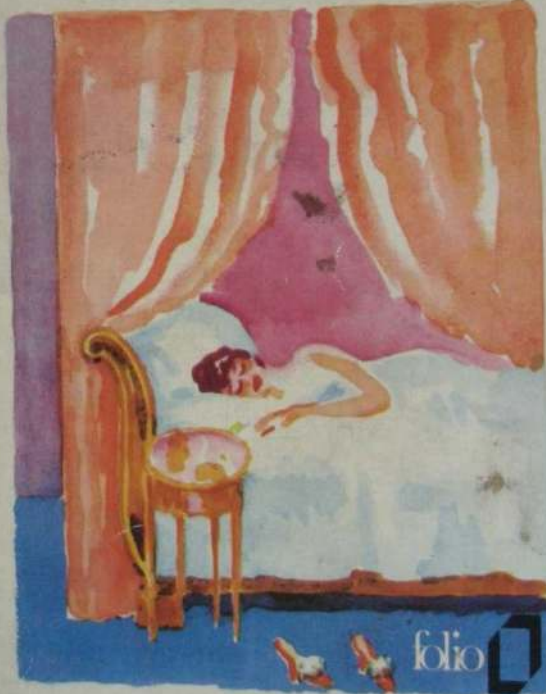


Chambre noire





Proust La
prisonnière



folio
Texte intégral



Vermeer, 1660, Delft



Aujourd'hui à Delft, voies rapides, voitures,
À l'emplacement où Vermeer se trouvait lorsqu'il a peint le tableau,
il y a un *square de la Vue de Delft (Plein Delftzicht)*...





Mais comment sait-on où était Vermeer ?

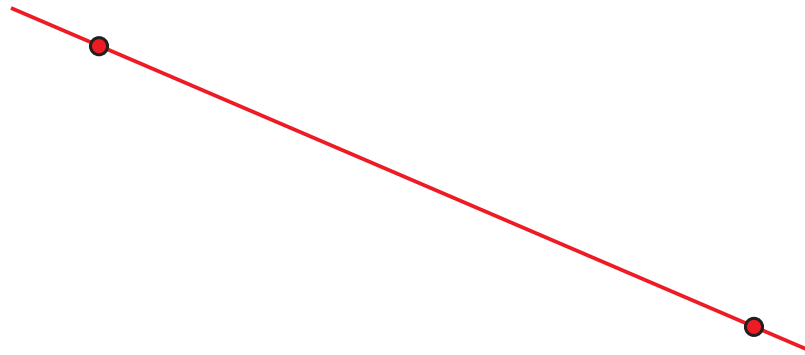
Étude des relations entre points, courbes...

Par deux points...

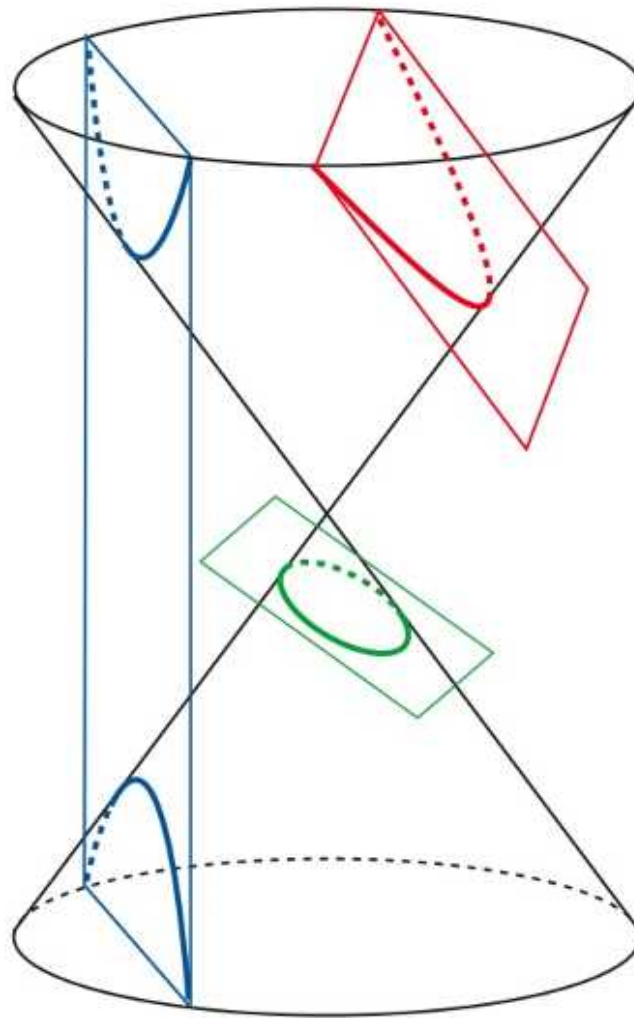


Étude des relations entre points, courbes...

Par deux points...
passe une droite.



Coniques



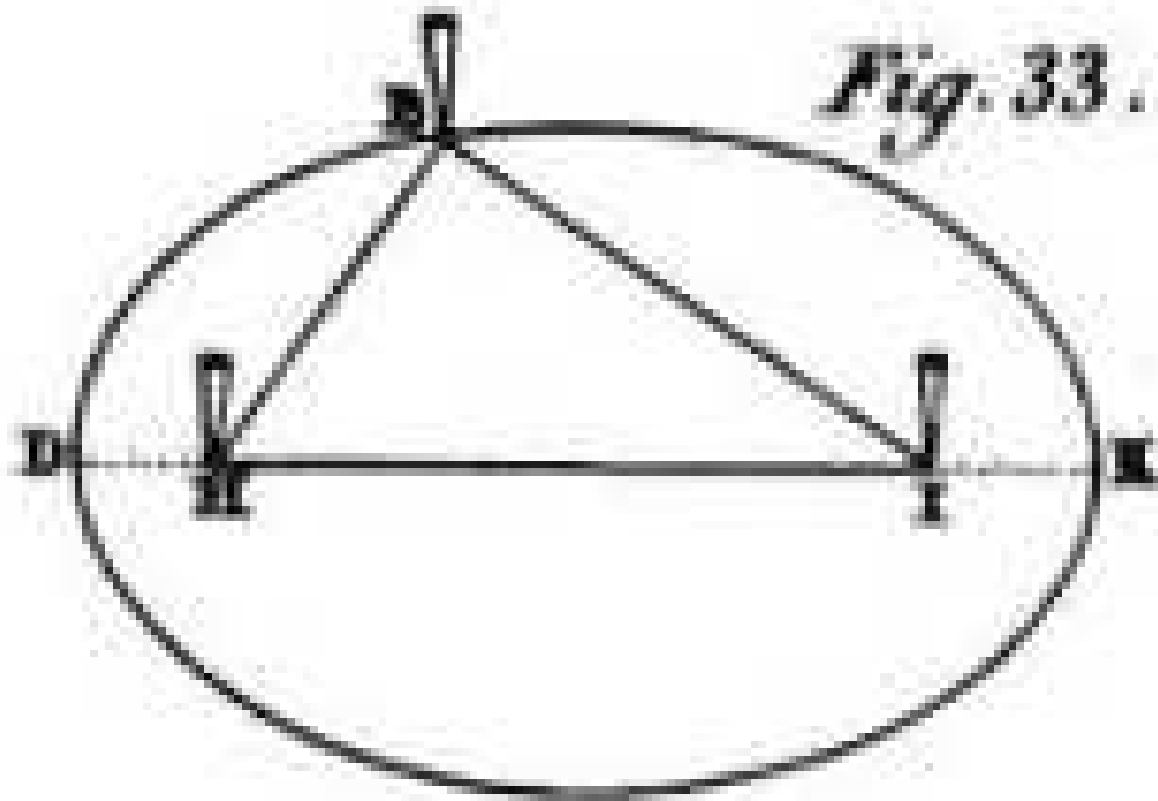
Ellipses



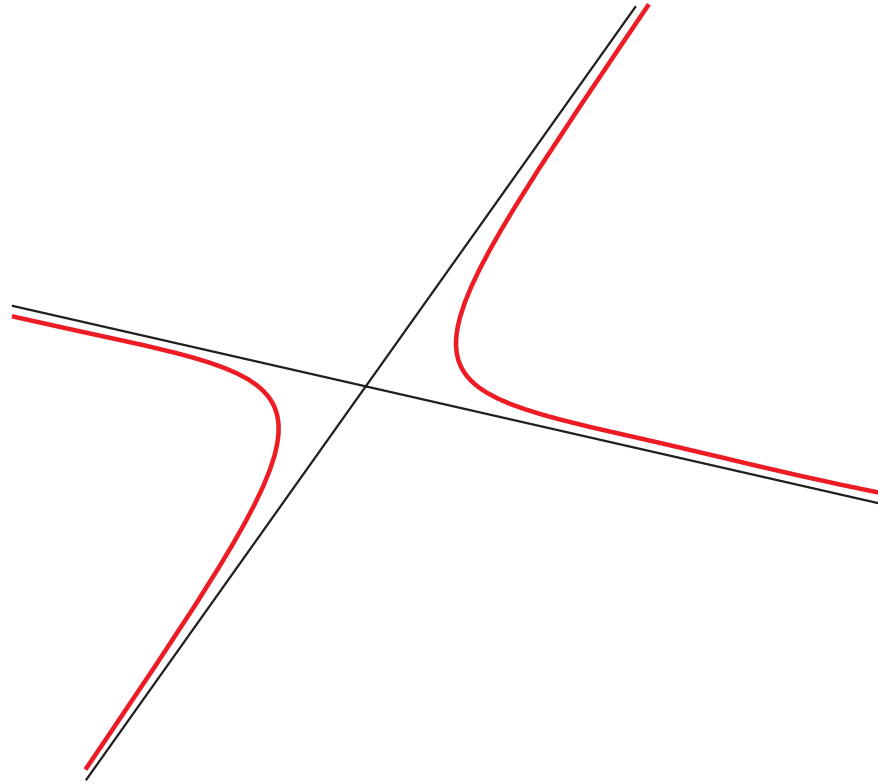
Ellipses



Ellipses



Hyperboles



Parabole



Étude des relations entre points, courbes...

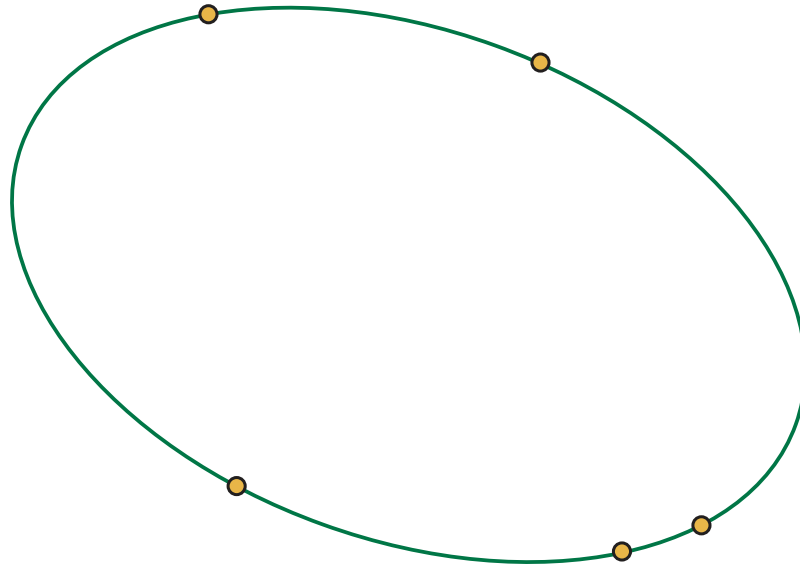


Par cinq points...



Étude des relations entre points, courbes...

Par cinq points...
passe une conique.



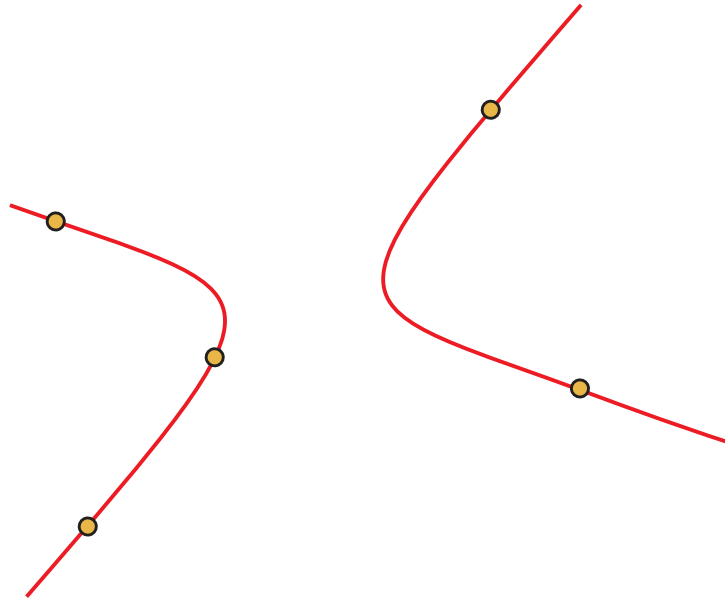
Étude des relations entre points, courbes...

Par cinq points...



Étude des relations entre points, courbes...

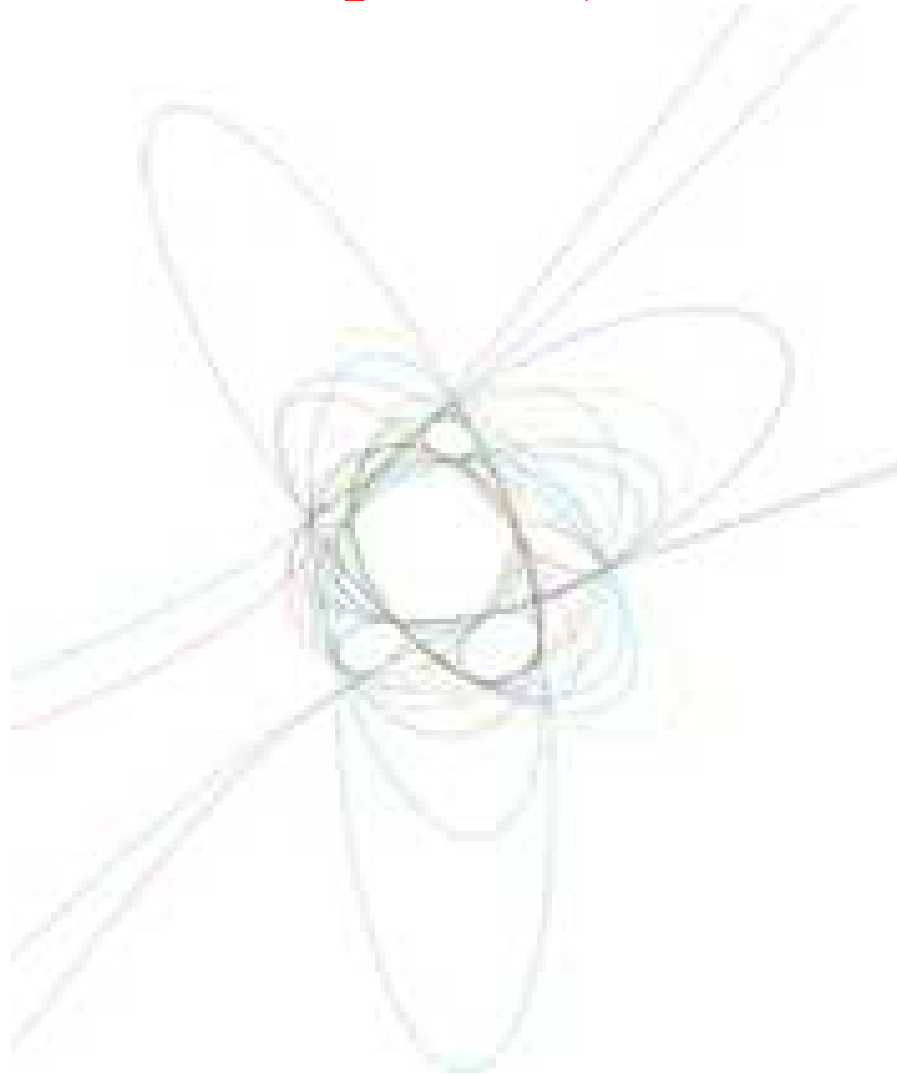
Par cinq points...
passe une conique.



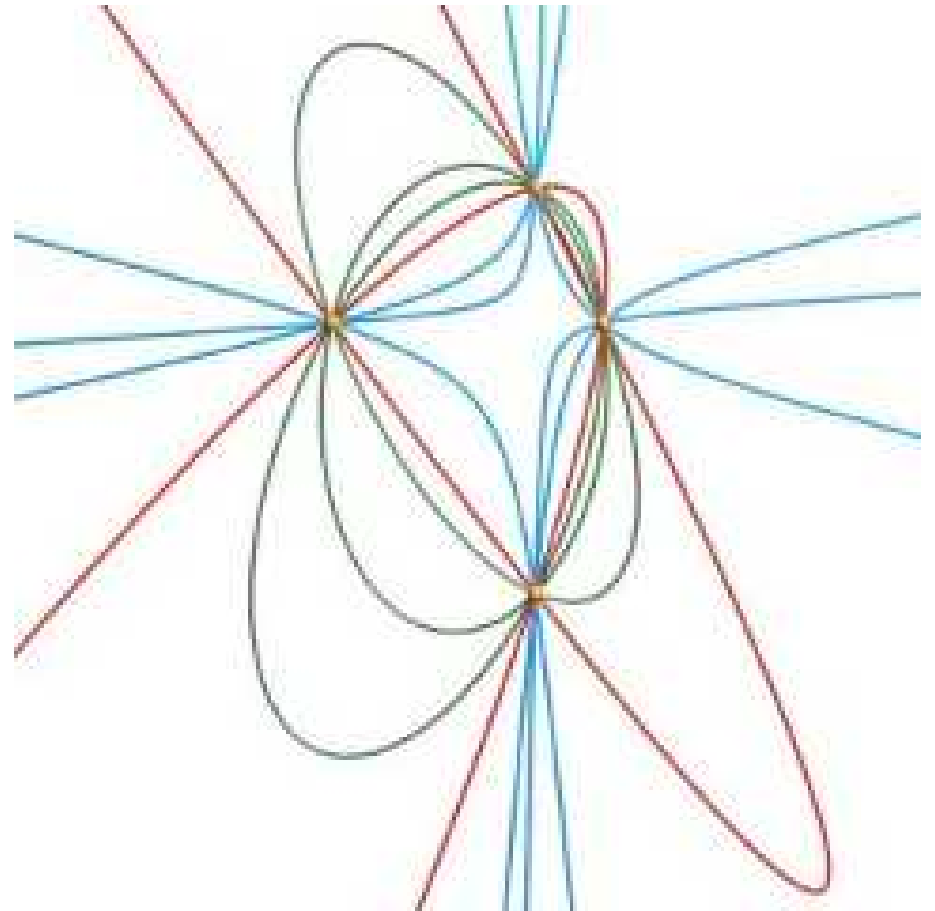
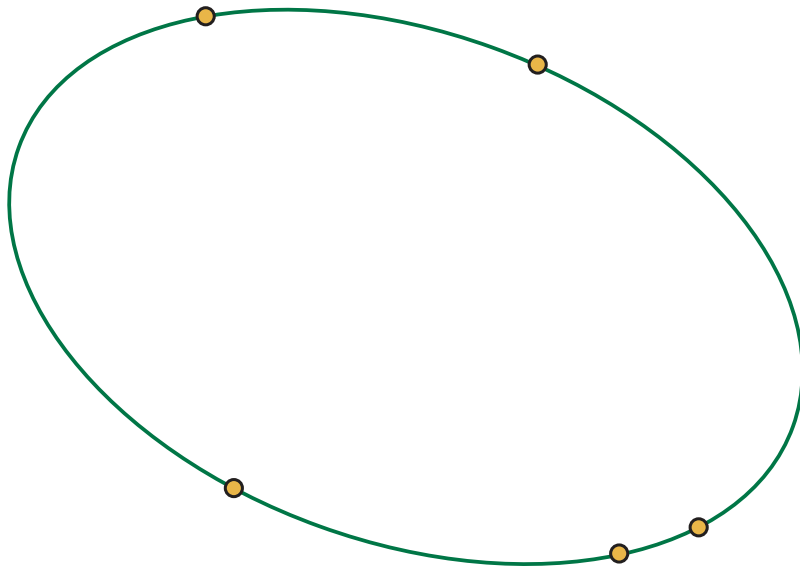
Étude des relations entre points, courbes...

Et il y a 3 264 coniques tangentes à cinq coniques données (un théorème de Chasles au XIXe siècle).

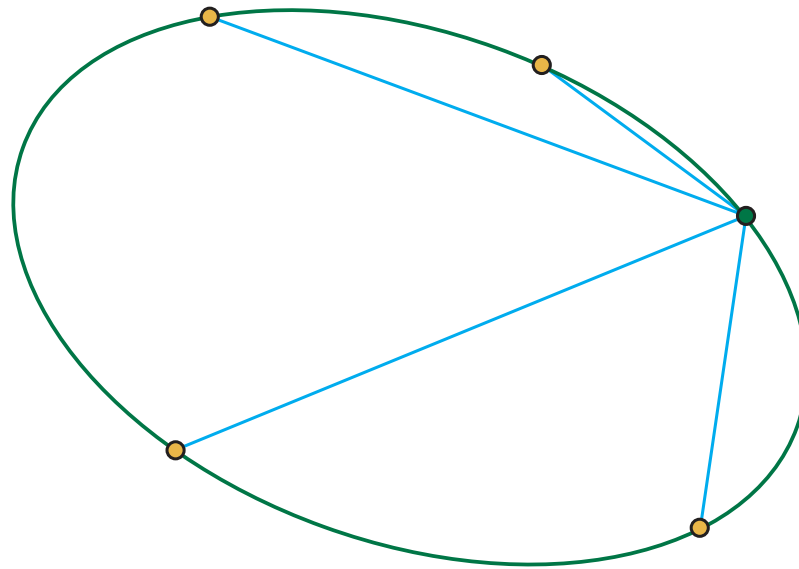
Dont au moins 32 sont réelles (un théorème de Welschinger, 2007).



Étude des relations entre points, courbes...



Pour repérer l'une des coniques du pinceau, il suffit de donner un (cinquième) point du plan. Ou un nombre.



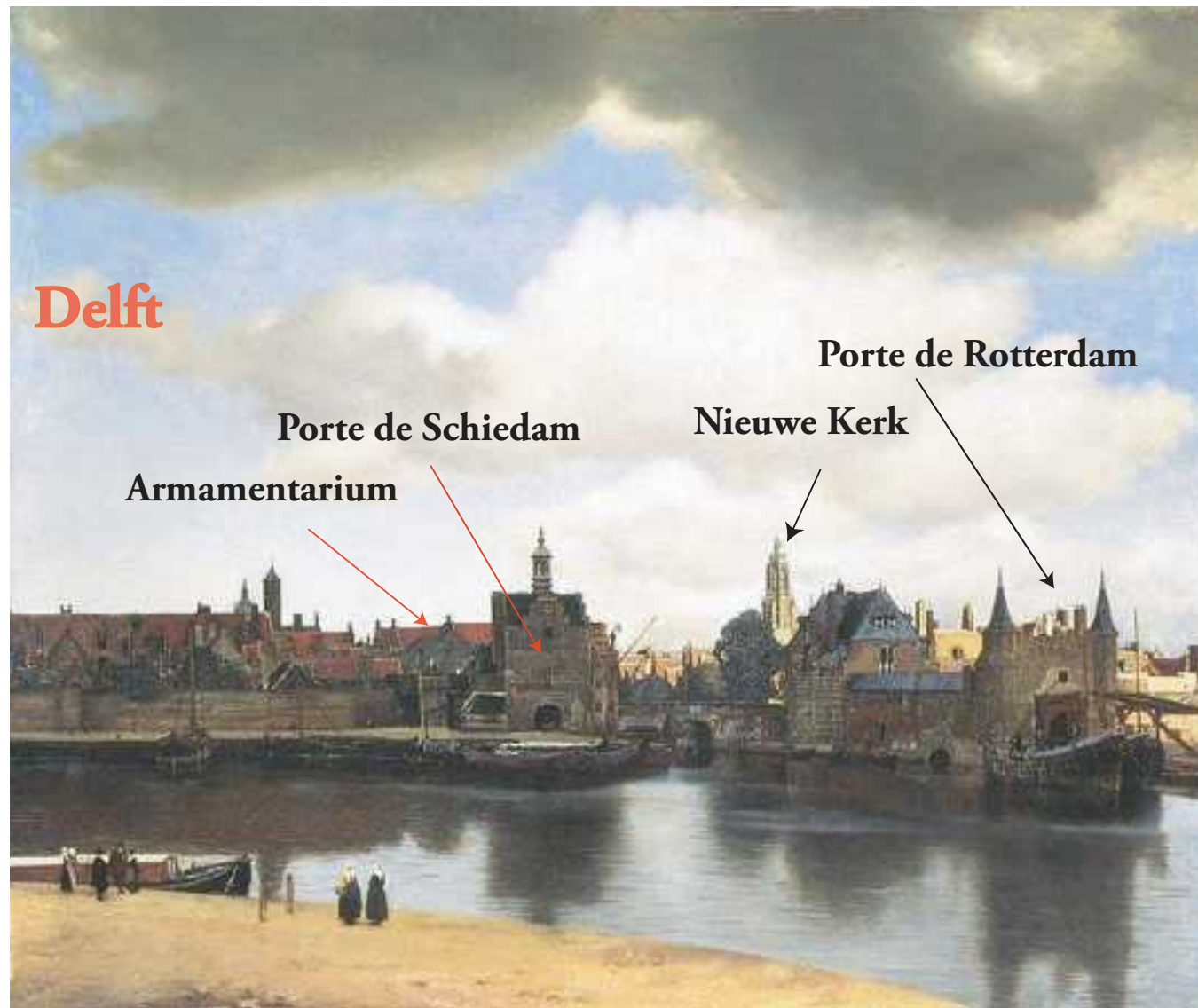
Un théorème de Chasles.

Le birapport de quatre droites joignant un point d'une conique à quatre points fixes de cette conique ne dépend pas du choix de ce point.

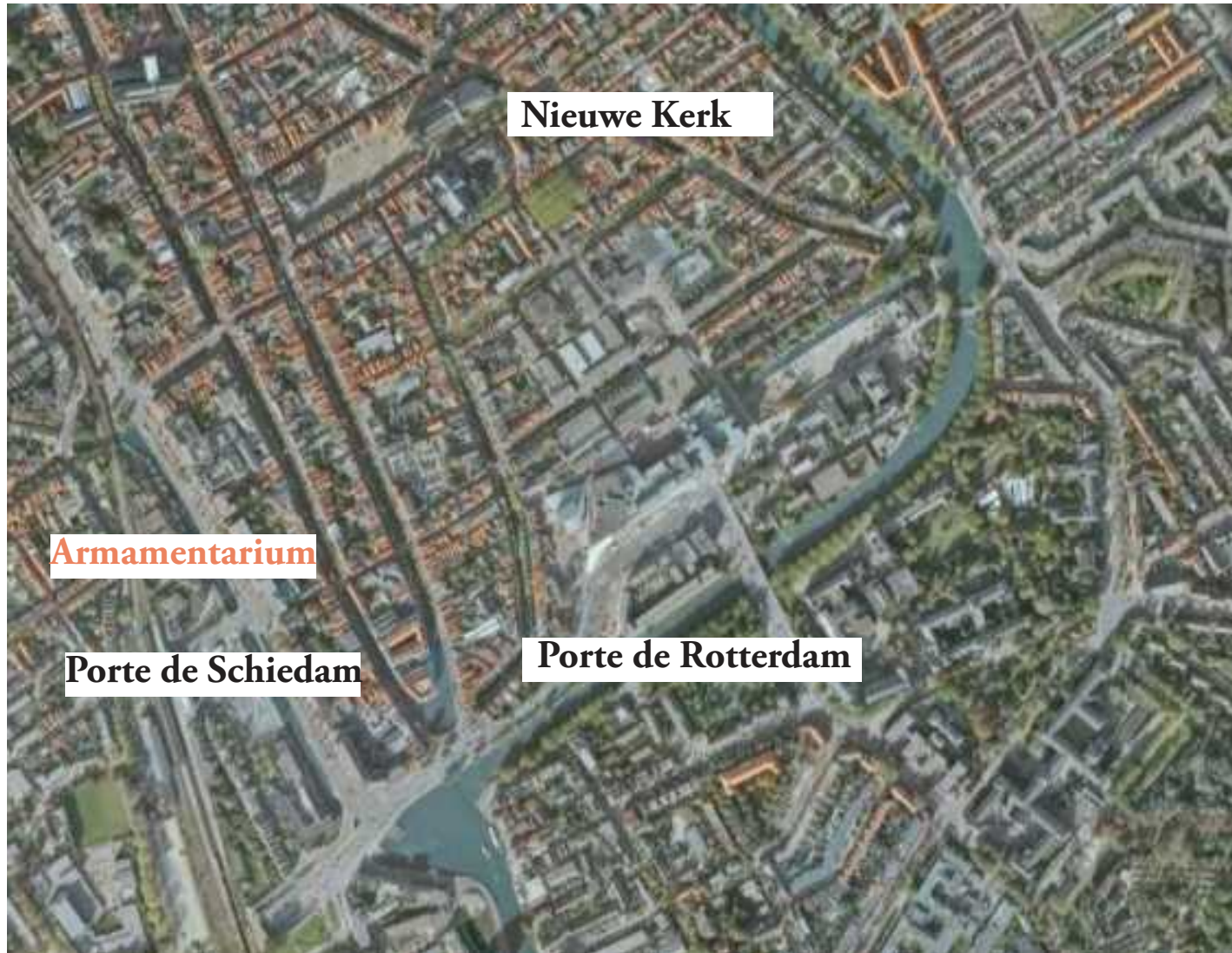
L'ensemble des points du plan tels que les quatre droites les joignant à quatre points fixes du plan ont un birapport donné est une conique passant par ces quatre points.



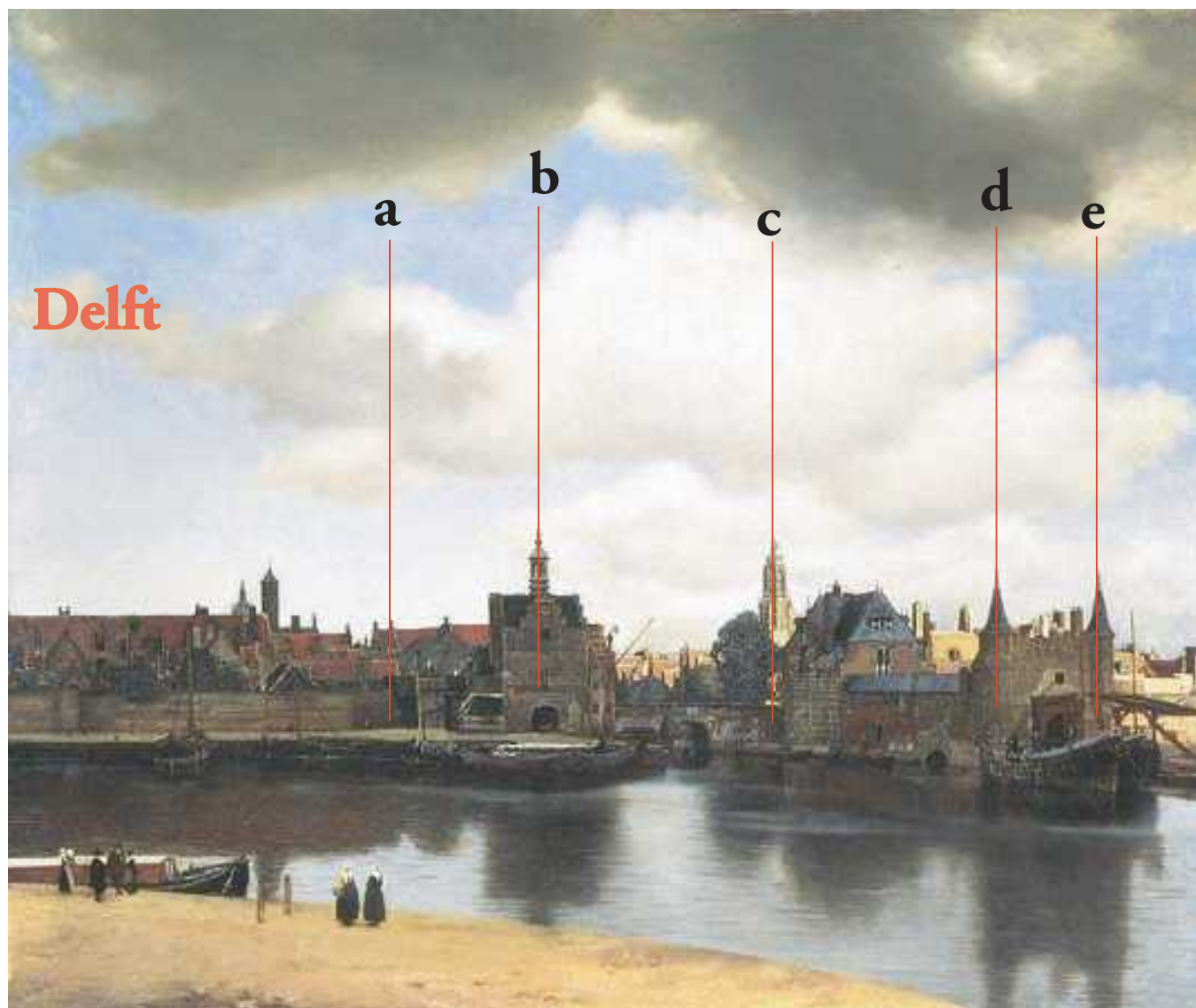
Sur le tableau, nous choisissons cinq monuments que nous savons reconnaître sur un plan de la ville



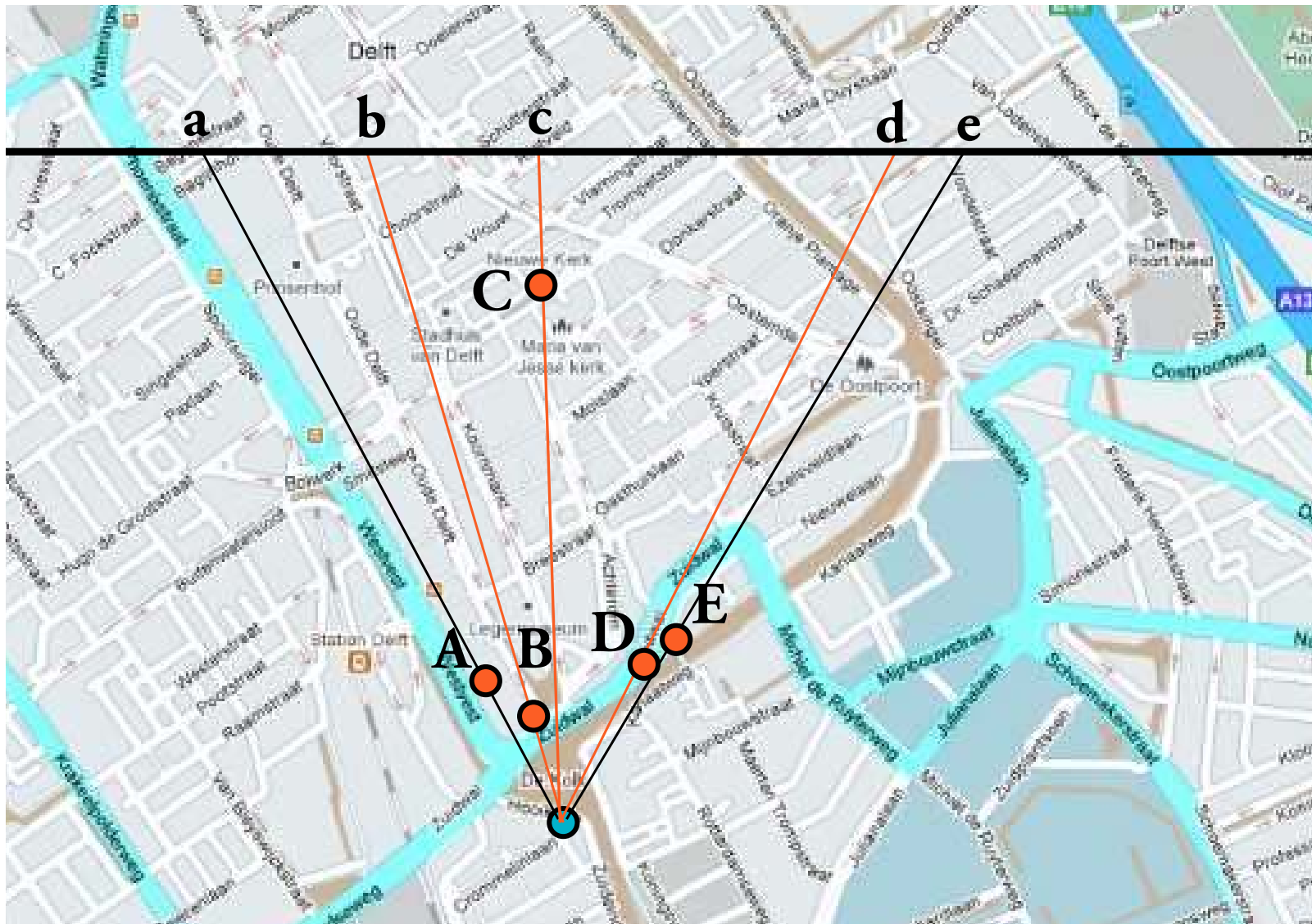
(avec ses deux tours, la porte de Rotterdam compte pour deux).



On repère ces cinq monuments sur un plan de la ville, ici une photo satellite.

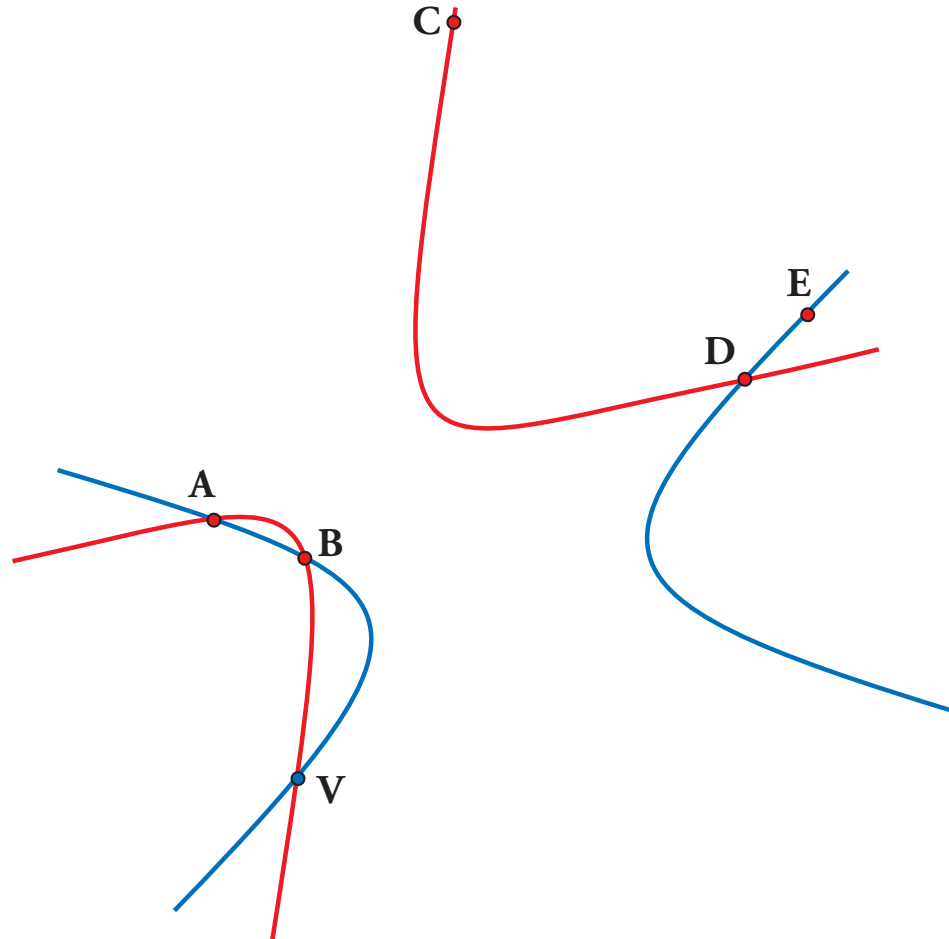


On les note précisément sur l'image, ici ils sont appelés a , b , c , d , e . On mesure les segments et on calcule les birapports $[a, b, c, d]$ et $[a, b, d, e]$...



La situation de la chambre noire. Sur le plan, on considère les points A, B, C, D et $E...$

On trace la conique passant par A , B , C et D et correspondant au birapport $[a, b, c, d]$... puis la conique passant par A , B , C et E correspondant au birapport $[a, b, c, e]$...

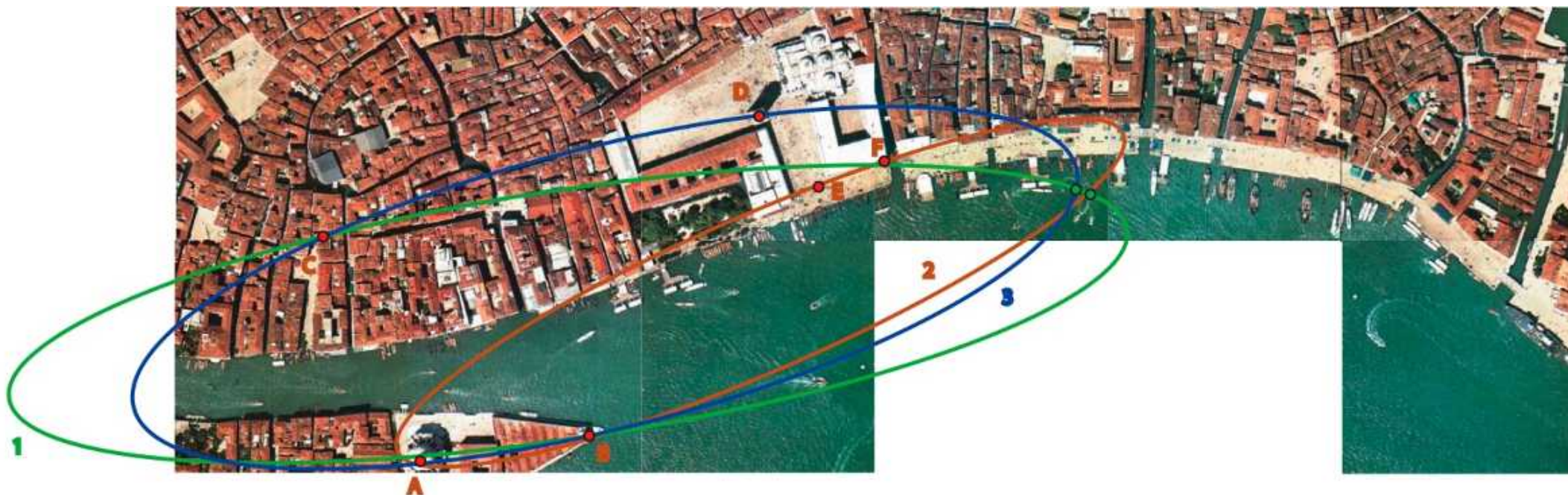


Elles se coupent en un quatrième point V , qui est l'emplacement du peintre.



Venise ?





A, la Salute B, la Dogana C, Santa Maria Zobenigo D, le Campanile
E, la colonne est du Môle F, extrémité est de la façade du palais des doges

L'ellipse 1 (verte) passe par ABCF L'ellipse 2 (petite rouge) passe par ABEF L'ellipse 3 (bleue) passe par ABCD

Panorama





Panorama



Panorama



